

일정진폭하중하의 피로균열전파의 통계적 특성

정현철* · 임영규* · 김선진**

*부경대학교 대학원

**부경대학교 기계공학부

A Statistical Analysis of Fatigue Crack Growth under Constant-Amplitude Loads

HYEON-CHEOL JEONG*, YOUNG-KYU LIM* AND SEON-JIN KIM**

*Graduate School, Department of Mechanical Engineering, Pukyong National University, Busan 608-739, Korea

**School of Mechanical Engineering, Pukyong National University, Busan 608-739, Korea

KEY WORDS: Probabilistic Fatigue Crack Growth 확률론적 피로균열전파, Constant Amplitude Loads 일정진폭하중, Weibull Distribution 와이블 분포, Log-Normal Distribution 대수정규분포, Normal Distribution 정규분포

ABSTRACT: In this paper, a statistical analysis of fatigue crack growth behavior under constant amplitude loads has been carried out. Fatigue crack growth tests were conducted on sixteen pre-cracked compact tension (CT) specimens of the pressure vessel (SPV50) steel in controlled identical load and environmental conditions. The assessment of the statistical distribution of fatigue crack growth experimental data obtained from SPV50 steel was studied and also the correlation of the parameter C and m in the Paris-Erdogan law was discussed. The probability distribution function of fatigue crack growth life seems to follow the 3-parameter Weibull. The fatigue crack growth rate seems to follow the 3-parameter Weibull and the log-normal distribution. The coefficient of variation (COV) of fatigue crack growth life was observed to decrease as the crack grows. A strong negative linear correlation exists between the coefficient C and the exponent m in Paris model. Fatigue crack growth rate data shows a normal distribution for both m and $\log C$.

1. 서 론

피로균열전파거동의 파괴역학적 해석법은 오늘날 공학적으로 정착되어 강도설계, 비파괴검사를 포함한 구조신뢰성평가, 파손 사고의 해석 등에 폭넓게 응용되고 있다. 그러나, 피로파괴가 특히 기계·구조물 혹은 부재 등의 안전성 및 신뢰성에 깊이 관여하고 있는 경우에는 재료의 피로 특성에 대한 통계적 해석이 필요하다.

파괴역학에 기초한 재료의 피로균열전파거동은 보통 양대수 그래프에서 피로균열전파율 da/dN 과 응력확대계수범위 ΔK 와의 관계로 다음과 같이 표현되어 사용되고 있다.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (1)$$

여기서, 계수 C 와 지수 m 은 재료와 실험조건에 의존하는 파라미터이다. 일반적으로 이 식을 Paris 법칙, 혹은 Paris-Erdogan법칙이라 부른다(Pares and Erdogan, 1963). 이 식은 제2단계 피로균열전파 영역(stage II fatigue crack growth regime, power law regime)에서 가장 많이 사용되며,

응력확대계수범위값이 증가하면 피로균열전파율이 선형적으로 증가하는 상관관계가 있다. 이 영역에서는 비교적 재료강도나 금속학적 조직의 영향은 적다고 보고되고 있다. 그러나 동일조건에서의 응력과 시험편 환경하에서도 그 피로균열전파율에는 변동성이 있고 Paris 법칙의 직선도 다르다는 것이 일반적이다. 이는 피로균열의 전파과정이 본래 확률적인 현상이라는 것을 시사해준다(Lapetra et al., 1996). 피로균열전파율의 변동성을 고찰하기 위해서는 이 식의 계수 C 와 지수 m 에 대한 변동성을 명확히 하는 문제로 귀결된다. 더욱, m 과 C 의 확률특성에 대해서는 동일 실험자가 동일한 실험조건에서 동일 재료의 다수의 시험편을 이용하여 통계적 데이터를 얻는 것이 바람직하다.

김(1999)은 이미 재료의 피로균열전파저항의 변동성에 의한 피로균열전파율의 해석을 위하여 피로균열전파저항에 대한 확률모델을 설정하고, ΔK 및 R 을 일정하게 제어한 피로균열전파시험과 통계적 해석을 통하여, 피로균열전파에 대한 재료의 전파저항계수의 확률특성을 명확히 하고 전파저항계수의 확률 특성만으로 피로균열전파율의 해석 가능성을 검토하였으며, 또한 피로균열전파저항의 변동에 의하여 전파지수 m 이 변화할 가능성을 해석적으로 시사하였다.

본 연구에서는 피로균열전파의 통계적 해석을 명확하게 하기 위하여, 압력용기용 압연강재 SPV50 강의 CT시험편을 사용하여 동일 형상과 동일 균열길이에서 동일한 일정 응력진폭 하중하에서의 피로균열전파실험 결과를 통하여 다음을 고찰하

제1저자 정현철 연락처: 부산 남구 용당동 산100 부경대학교
051-620-1608 jhc1010@hanmail.net

고자 하였다.

- (a) 피로균열전파곡선의 불확정성
- (b) 피로균열전파수명의 확률분포
- (c) 피로균열전파율의 확률분포 및 변동계수
- (d) Paris법칙의 계수 C 와 지수 m 의 확률분포 및 그 상관관계

2. 실험 방법

2.1 재료 및 시험편

본 연구에 사용된 시험편 재료는 압력용기용 압연강재인 SPV50으로, 그 화학적 성분과 기계적 성질을 Table 1 및 Table 2에 나타낸다. 시험편은 ASTM E647-93의 규정에 의한 폭이 50mm 그리고 두께 9mm인 CT(compact specimen) 시험편이다. 시험편의 채취방향은 압연방향과 균열의 전파방향이 직각(L-T direction)이 되도록 하였으며, 기계가공시 평면부는 열영향이 극소화 되도록 앤드밀과 정면커터를 사용하여 가공하였으며, 노치부의 기계노치는 방전가공으로 행하였다.

Table 1 Chemical compositions (wt. %)

Material	C	Si	Mn	P	S	Ni	Cr	Mo
SPV50	0.13	0.3	1.27	0.016	0.004	0.12	0.01	0.05

Table 2 Mechanical properties of the specimen

Material	Tensile Strength (MPa)	Yield strength (MPa)	Elongation (%)
SPV50	656	572	35.0

2.2 피로시험

피로균열전파시험에 이용한 시스템은 시험편에 하중을 부하하는 용량 100kN의 전기유압서보식 피로시험기(Instron Model 1350)로 행하였다. 시험조건은 실험실의 대기중에서 응력반복속도 5Hz, 응력비 0.1의 정현파 인장-인장 일정하중제어 방식으로, 16개의 시험편에 대하여 동일 실험자가 동일한 하중 조건하에서 실험을 수행하였다. 본 실험에서 제어한 ΔP 치는 3.9kN으로 행하였다. 균열길이의 측정은 피로시험중에 쌍안 실체현미경을 사용하였다. 한편, 균열선단의 응력확대계수는 ASTM E 647-93에 의한 식을 이용하였으며, 피로균열전파율은 시이컨트법(secant method)으로 구하였다.

3. 결과 및 고찰

3.1 피로균열전파곡선의 불확정성

Fig. 1은 16개의 시험편에 대한 응력반복수 N 과 균열길이 a 의 관계를 나타낸다. 그림에서 알 수 있듯이 하나의 시험편에 대한 $N \sim a$ 의 관계는 일정진폭하중하의 전형적인 형태인 곡선형태를

보여주지만, 동일 응력의 실험 조건하에서도 전파곡선의 기울기가 시험편마다 다르게 나타나고 있다. 이것은 피로균열전파에 대한 재료의 전파저항의 국부적 평균치가 시험편간에서 변동한다고 할 수 있다. 또한, 그림에서 알 수 있듯이 이들 전파곡선이 서로 겹치고 있으므로 시험편내에서도 재료의 전파저항에 변동이 있음을 알 수 있다. 이는 김(1999)의 응력확대계수 제어 피로 시험 결과에서도 잘 나타나고 있다. 이것은 m 이 시험편마다 변동하는 것과 또, C 가 비교적 완만한 변동과 백색잡음적 변동의 양 성격을 동시에 가지고 있다고 생각된다.

그림에서 알 수 있듯이 피로균열전파거동에는 불확정성(uncertainty)이 존재하므로 이를 해석하기 위해서는 평균이나 분산만이 아닌 확률분포를 고려한 신뢰성공학해석이 필요함을 알 수 있다. 그림 중에 임의의 균열길이 및 수명에 대한 확률 밀도함수를 개념적으로 표현해 보았다.

Lapetra 등(1996)에 의하여 보고된 12mm 두께의 알루미늄 2024-T351재에 대한 것과 Virkler 등(1979)의 2.54mm 두께의 알루미늄 2024-T3재에 대한 것의 피로균열전파곡선을 비교하여 보면 본 실험의 경우가 비교적 큰 변동을 나타내었다. 그 차이를 정량화하기 위하여 본 실험에 대한 피로균열전파수명 $N(a)$ 의 변동계수(COV)를 Lapetra, Virkler 등의 실험 데이터와 비교하여 Fig. 2에 나타내었다. 그림에서 알 수 있듯이 본 실험에 의한 변동계수가 알루미늄재의 경우보다 높게 나타났으며, 균열길이의 증분 Δa 가 약 4mm까지는 감소하다가 그 이후부터는 비교적 동일한 변동계수를 나타내는 경향을 보이고 있다. 이러한 변동계수에 영향을 미치는 인자로는 재질, 응력조건, 응력비, 초기균열길이 및 실험에 의한 오차 등을 생각할 수 있다. 동일 알루미늄 재질의 Virkler의 실험 결과가 다소 큰 값을 보인 것은 시험편 두께의 영향이라 생각된다. 본 실험 재료에 대한 전파수명의 변동계수는 약 0.2(20%)정도로 나타났다.

한편, 균열길이에 대한 피로균열전파수명의 표준편차와의 관계를 Fig. 3에 나타내었다. 균열길이가 증가할수록 전파수명의 표준편차는 증가하는 현상을 보이고 있다. Figs. 1, 2 및 3을 비교해 보면 피로균열전파곡선은 시험편 마다 불확정적이 고, 피로균열전파거동에는 변동성이 있음을 알 수 있다.

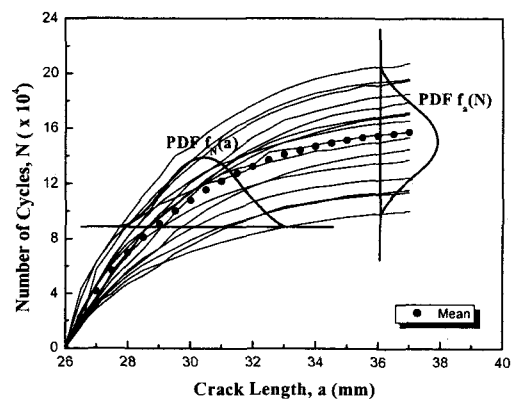


Fig. 1 Crack growth curves for the 16 specimens studied

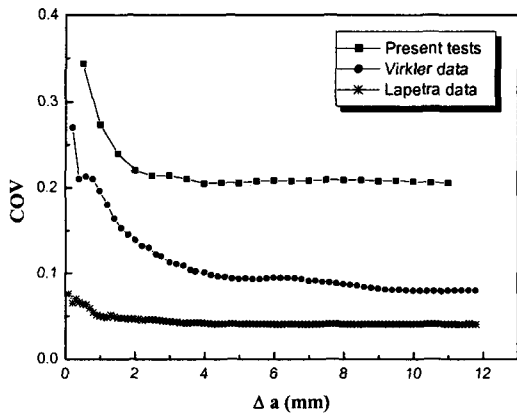


Fig. 2 Coefficients of variation (COV) of fatigue crack growth life of $\Delta a = a_0 - a_i$

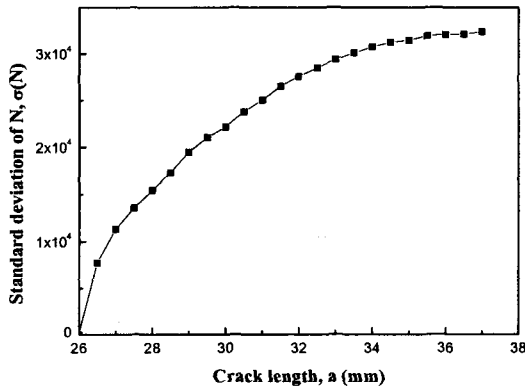


Fig. 3 Standard deviation of $N(a)$

3.2 피로균열전파수명의 확률분포

피로균열전파수명의 변동특성을 정량적으로 평가하기 위하여 수명의 분포 성질을 해석하였다. 많은 연구자들이 피로균열전파수명과 임계 균열길이에 대한 통계적 취급을 수행하였는데, 이들의 결과에 의하면 피로균열전파수명의 확률분포는 대수정규분포(Log-normal distribution) 혹은 와이불분포(Weibull distribution)에 잘 따른다고 하고 있다.

따라서, 본 연구에서의 실험결과가 어느 분포에 적합한지를 고찰하기 위하여 대수정규분포와 2-parameter Weibull 분포 그리고 3-parameter Weibull 분포에 대하여 고찰하였다. 초기 균열길이 26mm에서 임의의 균열길이가 27, 27.5, 29, 31 그리고 37mm까지 전파할 때까지의 수명의 확률분포를 고찰한 결과, 본 실험의 경우 다음 식으로 주어지는 3-parameter Weibull 분포가 가장 적합한 분포임을 알았다.

$$F(x) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{x-\gamma}{\beta-\gamma}\right)^\alpha\right\} \quad (2)$$

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta-\gamma} \left(\frac{x-\gamma}{\beta-\gamma}\right)^{\alpha-1} \exp\left\{-\left(\frac{x-\gamma}{\beta-\gamma}\right)^\alpha\right\} \quad (3)$$

여기서 α 는 형상계수, β 는 척도계수, γ 는 위치계수를 나타낸다.

일례로 Fig. 4는 초기 균열길이 26mm에서 임의의 균열길이 a_i 까지 16개의 시험편에 대한 피로균열전파수명을 Weibull 확률지에 나타낸 것이다. 그림 중의 실선은 식 (4)의 Weibull 분포 함수의 양변에 이중자연대수를 취하여 직접탐색법(DSO)에 의하여 구한 α , β , γ 값을 가지고 그린 곡선이다. 또한 각각에 대한 Weibull 분포의 계수값을 Table 3에 나타내었다. 그림에서 알 수 있듯이 전파수명의 분포는 3-parameter Weibull 분포에 잘 따른다고 할 수 있다. 균열길이가 증가할수록 분포함수의 계수 α , β , γ 값은 모두 증가하는 경향을 보였다. 지면 관계상 다른 두 분포함수는 나타내지 않았지만, 짧은 균열길이의 경우 대수정규분포와 2-parameter Weibull 분포는 실험 데이터와 다소 차이가 있음이 확인되었다. 즉, 비교적 균열길이가 짧은 경우에는 대수정규분포로 취급하는 것은 진(true)의 확률을 구하는데 무리가 있을지도 모른다.

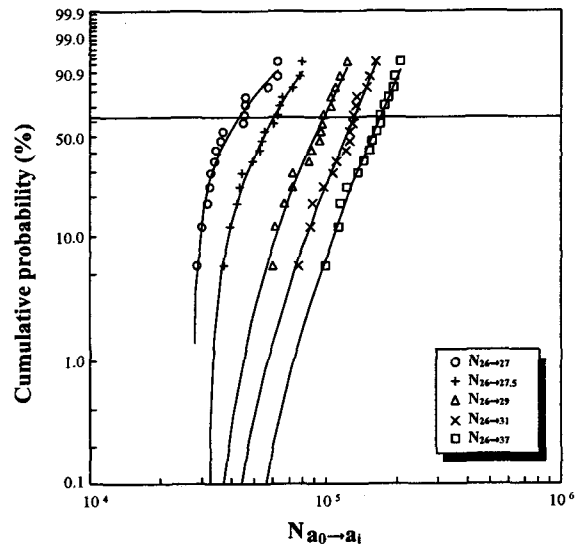


Fig. 4 3-parameter Weibull plots for the various growth life, $N_{a_0 \to a_i}$

Table 3 The value of the Weibull parameters

Crack length, a (mm)	α	β	γ
27	1.06	43052	27541
27.5	1.59	60461	32126
29	2.85	98654	31552
31	3.58	131617	28985
37	3.60	170718	36336

3.3 피로균열전파율의 확률분포 및 변동계수

Fig. 5는 16개의 시험편에 대한 피로균열전파율 da/dN 과 응력 확대계수범위 ΔK 와의 관계를 나타낸다. 이 그림에서 실선은 최소자승법을 사용하여 구한 회귀직선이다. 이들의 관계로부터 얻은 식(1)의 Paris법칙 C 와 m , 그리고 그 통계값을 Table 4에 정리하였다. 그림에서 알 수 있듯이 각 직선의 기울기는 서로 다르고 특별할 만한 점은 없다. 그러나 동일 ΔK 에서도 그 피로균열전파율에는 변동이 있음을 알 수 있고, 피로균열전파 데이터를 해석하려고 하면 확률통계적 고찰이 필요함을 알 수 있다. 그리고 본 실험의 범위는 피로균열전파의 제2 단계 안정 정상상태의 전파영역에 속함을 알 수 있다.

피로균열전파율의 변동 및 분포특성을 조사하기 위하여 앞 절의 피로균열전파수명의 분포와 같이 정규분포, 대수정규분포, 2-parameter Weibull 분포, 3-parameter Weibull 분포에 대하여 해석을 행하였다. 일례로 Fig. 6과 7은 각각 임의의 ΔK 레벨에서 피로균열전파율(da/dN)의 대수정규분포 및 3-parameter Weibull 분포를 나타낸다. 그림 중의 실선은 각 분포함수의 계수값을 구하여 그린 것이다.

또한 Table 5는 각각의 응력레벨에 대한 전파율의 Weibull 분포의 계수값을 나타낸 것이다. 피로균열전파율의 분포는 비교적 대수정규분포 또는 3-parameter Weibull 분포에 잘 맞는다고 할 수 있으나, 그림에서 알 수 있듯이 대수정규분포도 전반적으로는 일치하는 것처럼 보이나, 이에 비해서 3-parameter

Table 4 The constants in Paris' law

Specimen No.	m	log C
SPV50-1	3.26	-8.6995
SPV50-2	3.25	-8.7520
SPV50-3	2.92	-8.2380
SPV50-4	3.39	-9.0025
SPV50-5	2.97	-8.4808
SPV50-6	2.79	-7.9558
SPV50-7	2.66	-7.9634
SPV50-8	2.96	-8.3448
SPV50-9	3.41	-8.9584
SPV50-10	3.38	-9.0961
SPV50-11	3.32	-9.0289
SPV50-12	2.86	-8.3170
SPV50-13	3.41	-9.0577
SPV50-14	3.15	-8.7812
SPV50-15	2.80	-8.2752
SPV50-16	3.39	-9.1307
Distribution	normal	normal
Mean	3.12	-8.6302
Std(σ)	0.26258	0.40654
COV	0.08416	0.04710

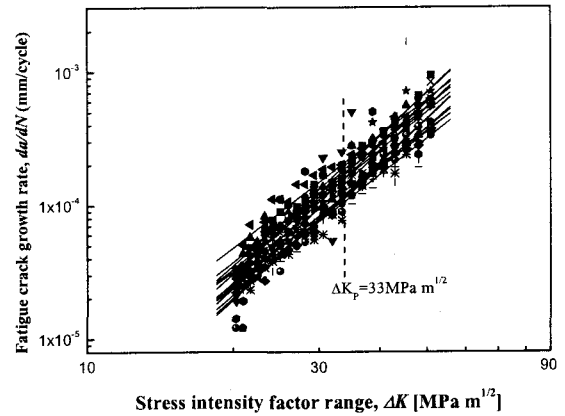


Fig. 5 Relation between da/dN and ΔK

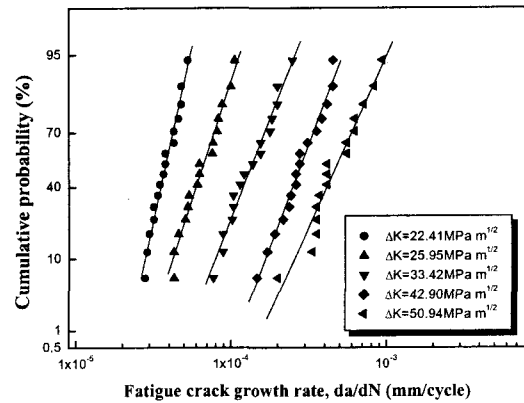


Fig. 6 Log-normal plots of da/dN

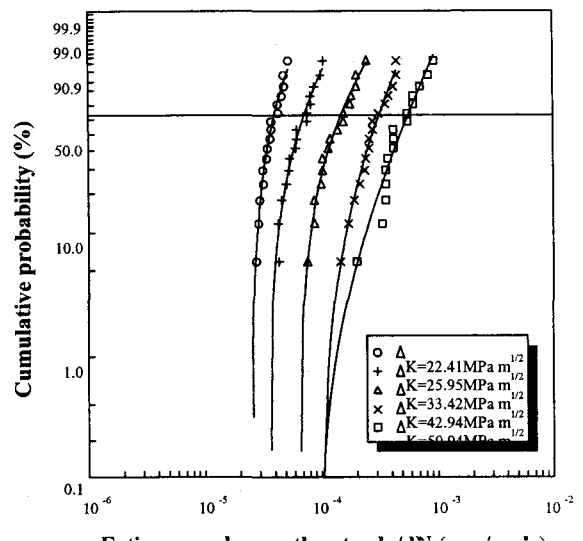


Fig. 7 3-parameter Weibull plots of da/dN

Table 5 The value of the Weibull parameters

ΔK (MPa m ^{1/2})	α	$\beta (\times 10^3)$	$\gamma (\times 10^3)$
22.41	1.43	4.04	2.576
25.95	1.39	7.28	3.632
33.42	1.32	15.20	6.692
42.90	1.82	32.10	10.122
50.94	2.00	57.00	8.920

Weibull 분포의 경우가 대수정규분포보다 걸보기상 더 잘 따르는 것처럼 보인다.

Fig. 8은 ΔK 에 따른 da/dN 의 변동계수를 조사한 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 ΔK 가 증가함에 따라 da/dN 의 변동계수는 감소하다가 어느 영역의 ΔK 에서 최소가 된 후 다시 증가하는 경향을 보이고 있다. 이는 Paris식의 회귀직선이 변동계수 최소인 ΔK 에서 집중하는 현상을 의미한다.

3.4 Paris법칙의 C와 m의 확률분포 및 그 상관관계

16개의 시험편에 대하여 구한 Paris법칙의 식을 이용하여 전파지수 m 과 전파계수 C 의 변동성을 고찰하기 위하여 그 분포특성을 조사하였다. m 과 $\log C$ 의 평균, 표준편차 및 변동계수는 Table 4에 나타낸 바와 같다. m 과 C 의 분포에 대하여 여러 가지 분포에 적합하여 보았으나, m 과 C 의 분포는 각각 정규분포, 대수정규분포에 잘 따름이 확인되었다. 이는 저탄소강, 알루미늄, 해양구조물용 고장력강 등의 연구결과와도 같았다(Itagaki et al., 1991).

Fig. 9는 m 과 $\log C$ 의 관계를 나타낸다. 그림에서 알 수 있듯이 지수 m 이 증가하면 $\log C$ 가 감소하는 관계가 있으며, 그 상관관계 실험식은 다음과 같이 표현된다.

$$\log C = -3.884 - 1.518m \quad (r=-0.97) \quad (4)$$

$\log da/dN - \log \Delta K$ 의 관계에서 각 시험편에 대한 실험 데이터를 이용하여 최소사승법으로 회귀직선을 구하면 이 기울기가 크면 클수록 절편이 작은 경향이 있다. 이 관계에서 m 과 C 의 변동은 회귀직선이 갖는 성질에 기인하는 단순한 변동일 수 있다. 또한 m 과 $\log C$ 의 변동이 시험에 대한 하중 설정의 오차, 실험시 균열 측정의 오차 등에 기인할 수 있다는 의문이 있지만 잘 제어된 실험에서도 동일한 결과가 얻어지는 것으로 보아 재질의 공간적 변동에 기인하는 하나의 확률 변수가 아닌가 생각된다.

식 (4)와 같이 C 와 m 사이에 강한 음의 상관관계가 있다는 것은 1970년대 초반부터 많은 연구자들에 의해 연구되었다(Yokobori et al., 1973 ; Iost and Lesage, 1990 ; Cortie and Garrett, 1988). 그 중에 pivot point값의 존재에 의한 상관 해석(Cavallini and Iacoviello, 1995)을 행하여 본 실험에 대하여 다음의 좌표값을 얻었다.

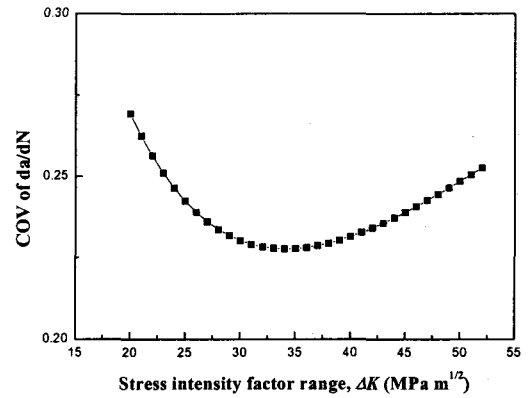


Fig. 8 Coefficients of variation (COV) of da/dN for stress intensity factor range, ΔK

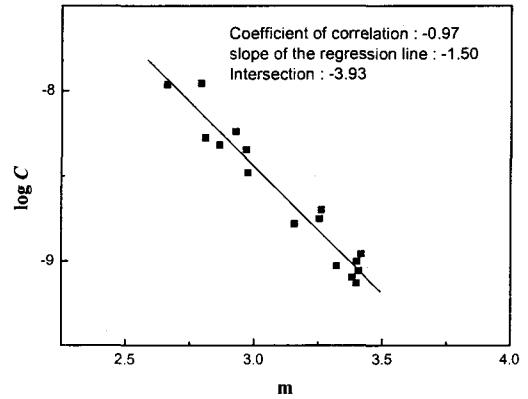


Fig. 9 Scatterplot of the values of $\log C$ and m

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_P = 1.3 \times 10^{-4} m / \text{cycle} \quad (5)$$

$$\Delta K_P = 33 \text{MPa} \sqrt{m} \quad (6)$$

Table 6은 Paris 모델의 직선으로부터 구한 피로균열전파율의 표준편차(Standard deviation)와 변동계수(Coefficient of variation)를 나타낸다. Table 6에서 보듯이 ΔK 가 증가함에 따라 평균피로균열전파율과 그 표준편차는 증가하나, 그 변동계수는 감소하다가 ΔK 가 $33 \text{MPa} \sqrt{m}$ 부근에서 최소가 된 후 다시 증가하는 경향을 보였다. 이는 식 (5), (6)의 해석 결과와 비교해 보면 pivot point에서 최소의 변동을 나타내었다. 이 ΔK_P 값을 Fig. 5에 전파율축과 평행하게 점선으로 나타내었다. 2091Al-Cu-Li합금에 대한 결과와 비슷한 경향임을 알 수 있다.

다음에 Bergner and Zouhar (2000)가 제안한 C 와 m 의 상관관계 해석법(scaling factor법)에 의해서도 고찰해 보았다.

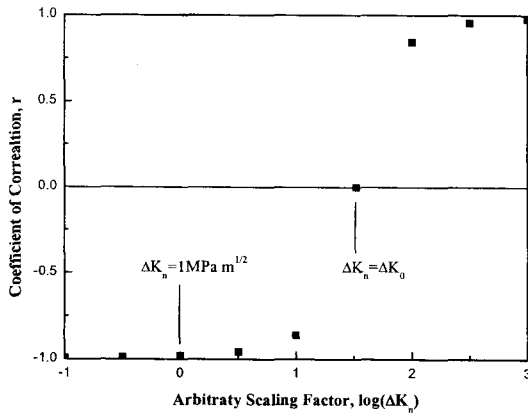


Fig. 10 Dependence of the coefficient of correlation between $\log C_n$ and m on the scaling factor

Fig. 10은 C 와 m 의 상관계수의 의존성을 나타낸 것이다. 그 결과, C 와 m 사이의 상관계수가 0이 되는 점의 ΔK 가 scaling factor가 되며 그 값은 $33\text{MPa}\sqrt{m}$ 로 pivot point법에 의해 구한 것과 거의 같은 값을 보였다. 즉, 상관관계 해석법과 pivot point값의 상관해석법은 실제 같은 개념임을 확인하였다.

4. 결 론

본 연구에서는 피로균열전파거동의 변동성에 대한 예측과 분포특성을 명확하게 하기 위하여, 피로균열전파시험을 수행하여, 피로균열전파거동의 변동성과 Paris법칙의 계수 C 와 전파지수 m 의 확률특성 및 m 과 C 의 상관성에 대하여 검토를 행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

피로균열전파수명 및 균열전파율의 확률분포를 명확히 하였으며, 또한 안전전파영역에서의 전파법칙의 파라미터 분포도 명확히 하였다. 그리고 m 와 $\log C$ 의 사이에는 음의 상관관계가 있음을 보였으며, 이의 관계는 Pivot point법과 상관계수법으로 설명될 수 있음을 알았다.

참 고 문 헌

김선진, 1999, "피로균열전파저항의 변동성에 의한 균열전파율의 해석", 대한기계학회논문집, 제23권, 제17호, pp. 1139-1146.
 Bergner, F. and Zouhar, G., 2000, "A New Approach to the Correlation between the Coefficient and the Exponent in the Power Law Equation of Fatigue Crack Growth", Int. J. Fatigue, Vol. 22, pp. 229-239.
 Cavallini, M. and Iacoviello, F., 1995, "A Statistical Analysis of Fatigue Crack Growth in a 2091 Al-Cu-Li Alloy", Int. J. Fatigue, Vol. 17, No. 2, pp.

Table 6 Fatigue crack growth rate scatter on present tests

ΔK (MPa m ^{1/2})	Mean da/dN (10 ⁻⁵ m/cycle)	Standard dev. (10 ⁻⁶ m/cycle)	COV
21	3.28	8.62	0.262
23	4.35	10.93	0.251
25	5.64	13.67	0.242
27	7.17	16.91	0.236
29	8.95	20.74	0.231
31	11.02	25.25	0.229
33	13.40	30.53	0.228
35	16.11	36.68	0.228
37	19.17	43.83	0.229
39	22.61	52.09	0.230
41	26.46	61.56	0.232
43	30.73	72.38	0.236
45	35.45	84.68	0.239
47	40.65	98.58	0.242
49	46.35	114.21	0.246
51	52.58	131.72	0.251

135-139.

Cortie, B. M. and Garrett, G. G., 1988, "On the Correlation between the C and m in the Paris Equation for Fatigue Crack Propagation", Eng. Fract. Mech., Vol. 30. No. 1, pp. 49-58.
 Iost, A., and Lesage, J., 1990, "On the Existence of a Pivot Point for Stage II Fatigue Crack Growth", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 36, No. 3. pp. 585-596.
 Lapetra, C., Mayo, J. and Dominguez, J., 1996, "Randomness of Fatigue Crack Growth under Constant Amplitude Loads", Fat. Fract. Eng. Mater. Struct., Vol. 19, pp. 589-600.
 Paris, P. C. and Erdogan, F., 1963, "A Critical Analysis of Crack Propagation", ASME J. Basic Eng., Vol. 55, pp. 528-534.
 Tanaka, S., Ichikawa, M. and Akita, S., 1981, "Variability of m and C in the Fatigue Crack Propagation Law", Int. J. Fract., Vol. 17, R121.
 Virkler, D. A., Hillberry, B. M. and Goel, P. K., 1979, "The Statistica Nature of Fatigue Crack Propagation", ASME H. Eng. Mat. and Tech., Vol. 101, pp. 148-153.
 Yokobori, T., Kawada, I. and Hata, H., 1973, "The Effects of Ferrite Grain Size on the Stage II Fatigue Crack Propagation in Plain Low Carbon Steel", Rep. Res. Inst. Strength Fract. Mater. Tohoku Univ., Vol 9, 35-64.