

참여계수를 사용한 변형된 조류계산

장광수, 이상호, 허 돈, 박종근
서울대 전기공학부

A Modified Power Flow Analysis using Participation Factors

Jang Gwang Soo, Lee San Ho, Hur Don, Jong Keun Park
School of Electrical Engineering, Seoul National University

Abstract - 본 논문에서는 참여계수를 사용한 변형된 조류계산에 관한 알고리즘이 제안되었다. 변형된 조류계산에서는 슬랙의 부담을 줄이거나 완전히 제거하기 위해 슬랙을 분배하는 기법, 또 분배과정상에서 최적 경제급전의 의미를 살리기 위해 동일 중분 비용을 되도록 유지하도록 한다. 이를 위해 참여계수를 최적 경제급전(ELD)를 사용해 유도한다. 한편, 수급 불일치를 전체 발전량과 전체 부하요구량의 차이로 정의하였다. 제안된 방법의 테스트를 위해 5 모선 계통과 14 모선 계통이 사용되었다.

1. 서 론

Newton-Raphson법(이하 N-R법)을 사용한 전통적인 조류계산 알고리즘은 슬랙가정으로 인한 대략 2가지의 단점을 가지고 있다. 첫째는 슬랙이라는 가정으로 인해 계통의 모든 손실이 슬랙(또는 단 하나의 슬랙버스)에 할당되게 되는데, 이는 발전기에 지나친 부담이 되므로, 비현실적인 가정이라 할 수 있다. 둘째는 전력 조류계산을 하기 전에 행해지는 ELD에서 성립된 '동일 중분 비용'이 슬랙의 가정으로 인해, 조류계산 후에는 성립되지 않게 된다. 따라서 이러한 두가지 단점을 없애기 위해 슬랙의 부담을 전 발전기에 배분하는 방법이 생각될 수 있다. 실제로 슬랙의 부담을 배분하는 기법(이하 슬랙 분배)은 여러 가지로 제안된 바 있으며, 여기서는 배분율(Distribution Rule)을 세우는 것이 중요해진다. 참고 문헌 [1]에서는 발전기 정전이나 부하 정전의 경우, 슬랙 분배하는 기법이 제안되었다. 여기서는 Automatica Generation Control에서의 주파수 특성을 사용하여 배분율을 구축하였고, 정전 사고 모의시 좋은 결과를 보임을 알 수 있다. 한편, 손실항을 N-R법에 도입하는 방법이 참고문헌 [2]에서 제안되었고, 배분율은 손실항에 대한 발전량의 미분항과 관련하여 정의됨을 알 수 있다. 매 단계마다 이렇게 구성된 배분율로 발전량을 업데이트시키게 된다. 그러나, 손실항이 발전량의 향으로 근사화될 수 있으므로, 이러한 방법에서 자코비언이 ill-conditioned하게 될 가능성이 있다는 것을 알 수 있다. 또다른 제안으로 참여계수를 사용한 방법이 있는데([7]-[9]) 특히, ELD의 의미를 살리는데 초점이 맞추어져 있다.[7]

본 논문에서도 역시 참여계수를 사용한 슬랙 분배 방법을 사용하되, 3절에서는 발전량 배분시 ELD의 의미를 명시적으로 보이기 위해 변형된 ELD를 사용하여 조류 방정식을 재구성함과 동시에, 참여계수를 다시 유추하였다. 4절에서는 슬랙의 부담을 좀더 적극적으로 줄이고, 계통의 운전점과의 일치를 고려하기 위해 다시 변형된 조류계산 알고리즘을 제안하였다. 각 2개의 절에서 사용된 P_{IB} 와 IB 는 각기 다른 의미로 사용되었다. 5 모선 계통과 14 모선 계통을 통해 제안된 방법을 테스트해 보았다.

2. 슬랙의 의미

N-R법을 사용한 전통적인 조류계산에서 슬랙버스는 다

음과 같은 의미를 가지고 있다.

2.1 기준각 모션으로서의 슬랙버스

기준각이 필요한 이유는 각의 차이로만 표현되는 조류 방정식의 특성때문이다. 따라서 만약 다음 (1)식과 같이 각의 차이로 표시된 모든 버스의 조류방정식이 N-R법상에 포함된다면 자코비언은 singularity가 된다.

$$f_i = V_i \sum_{k=1}^N V_k h(\theta_i - \theta_k) \quad , \quad g_i = V_i \sum_{k=1}^N V_k l(\theta_i - \theta_k) \quad (1)$$

f_i, g_i 는 각각 유효전력과 무효전력을 의미한다.

2.2 계통의 손실을 보상하는 슬랙버스

$$P_{Stack} = P_{DT} + P_{LOSS} - \sum_{N=Stack} P_{GN} \quad (2)$$

여기서 P_{DT} 는 부하 요구량, P_{LOSS} 는 계통 손실, P_{GN} 은 N번째 발전기의 발전량을 표시하고 있다.

식(2)는 계통의 전체 손실을 담당하는 전통적인 의미로서의 슬랙버스를 표현하고 있다. 슬랙에 집중된 이와 같은 부담은 실제로는 비현실적이며, 초기에 ELD로서 배분된 발전량에서, '동일 중분 비용'이라는 물을 깨는 요인이 된다. 결과적으로는 비용의 최소화를 기대할 수 없게 된다. 슬랙분배의 기법은 이와 같은 슬랙의 의미를 고려하여 제안될 수 있다.

3. 슬랙 분배 알고리즘 1

3.1 P_{IB} 항을 사용한 슬랙 분배 알고리즘의 재구성

슬랙분배를 하되, ELD sense에 부합되게 분배되게 하기 위해 다음과 같이 변형된 ELD를 고려한다. 식 (3)는 알고리즘의 k번째 단계에서 발전량을 ELD sense에 부합되게 분배하기 위한 formulation이다.

$$\begin{aligned} & \text{Min} \quad \sum_i F(PG_i) \\ & \text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{NG} PG_i - PD_{TOTAL} - \Delta P_{IB} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

PG_i, PD_{TOTAL} 은 각각 발전기의 발전량, 부하 요구량이고, $\Delta P_{IB} (= P_{IB} - P_{IB}^0)$ 는 배분율의 구축을 위해 인위적으로 도입된 항이며, 물리적인 의미로서의 loss를 뜻하지는 않는다. P_{IB}^0 는 초기치로서 지정되거나 0으로 두어

도 된다. 따라서 라그랑지 함수를 구성하고, 변수 λ , PG_i 에 대한 정류조건(stationary condition)을 식 (4)와 같이 사용하면 PG_i 를 식 (5)와 같이 구할 수 있다.

$$L = \sum_i F(PG_i) + \lambda (\sum_{i=1}^{NG} PG_i - PD_{TOTAL} - \Delta P_{IB})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^{NG} PG_i - PD_{TOTAL} - \Delta P_{IB} = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial PG_i^k} = 2a_i PG_i^k + b_i + \lambda = 0 \quad (4)$$

$$PG_i = \frac{-b_i + PD_{TOTAL} / \sum_{i=1}^{NG} \frac{1}{2a_i} + \sum_{i=1}^{NG} \frac{b_i}{2a_i} / \sum_{i=1}^{NG} \frac{1}{2a_i}}{2a_i}$$

$$+ \frac{\Delta P_{IB}}{2a_i \sum_{i=1}^{NG} \frac{1}{2a_i}} \Rightarrow PG_{i_sch} + \frac{\Delta P_{IB}}{2a_i \sum_{i=1}^{NG} \frac{1}{2a_i}} \quad (5)$$

$$= PG_{i_sch} + pf_i \Delta P_{IB}$$

위 식에서 구해진 pf_i 를 참여계수(participation factor)라 부르기로 한다. 한편 (5)식에서 구해진 발전량 PG_i 는 또한 조류계산에서의 전력 방정식으로 다음과 같이 표시되어진다.

$$PG_i = PG_{i_sch} + pf_i \Delta P_{IB} = f(\theta, V)$$

$$= |V_i| \sum_k |V_k| [G_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k) + B_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k)] \quad (6)$$

유효전력에 관한 위의 식을 조류방정식에 포함시켜 풀 수 있으며, 이때에는 슬랙버스까지 N-R formulation상에 포함되게 된다.

이상의 진술에서, 아래 (7)~(10)과 같이 매단계마다의 배분율과 조류방정식을 구성해 볼 수 있다. 배분율은 다음과 같이 구성된다.

$$PG_i^{k+1} = PG_i^k + pf_i \Delta P_{IB}^k \quad (7)$$

한편, 조류 방정식 $f(\theta, V)$ 를 다음과 같이 두면,

$$f(\theta, V) = |V_i| \sum_k |V_k| [G_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k) + B_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k)] \quad (8)$$

(7)=(8)에서 다음과 같은 새로운 방정식을 얻을 수 있다.

$$F_i(P_{IB}, \theta, V)^k = P_i^k + pf_i \Delta P_{IB}^k - f_i(\theta, V) = 0 \quad (9)$$

이렇게 매단계마다 새로이 배분된 발전량에 따라 조류계산을 해 볼 수 있으며, 이 때 jacobian을 새로이 구성한 N-R법 formulation은 다음과 같다.

$$\Delta \begin{pmatrix} \theta_1 \\ M \\ V_N \\ M \\ P_{IB} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \theta_1} & L & L & L & \frac{\partial F_1}{\partial P_{IB}^k} \\ M & M & M & M & M \\ \frac{\partial F_N}{\partial \theta_1} & L & L & L & \frac{\partial F_N}{\partial P_{IB}^k} \\ M & M & M & M & M \\ \frac{\partial G_N}{\partial \theta_1} & \frac{\partial G_N}{\partial \theta_2} & L & L & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} F_1 \\ M \\ F_N \\ M \\ G_N \end{pmatrix}^k \quad (10)$$

g_i 는 무효전력을 다음 (11)과 같이 무효전력과 관련된 조류 방정식이며, 배분대상이 되지 않는다.

$$g_i(\theta, V) = |V_i| \sum_k |V_k| [G_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k) - B_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k)] - Q_{SPEC} = 0 \quad (11)$$

반복해 진술하면, 배분된 발전량으로 N-R법을 통해 조류계산을 행하고 배분율을 통해 다시 발전량을 배분한다. 이러한 전체 알고리즘은 다음의 오차항이 기준치 이내로 들어오면 멈춘다.

$$\Delta P_{IB}^k = |P_{IB}^k - P_{IB}^{k-1}| \quad (12)$$

그림 1은 이 절에서 제안된 알고리즘의 흐름도를 나타내고 있다.

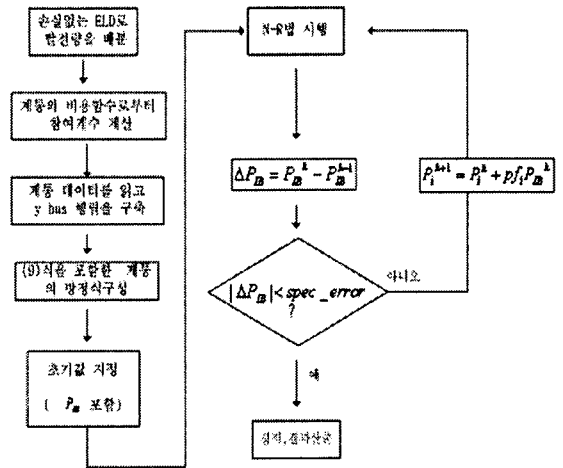


그림 1. P_{IB} 항과 참여계수를 사용한 슬랙분배 알고리즘

3.2 참여계수

식 (5)에서 이미 pf_i 의 값을 다음 (12)와 같이 유추했고, 이를 참여계수(participation factor)라 부르기로 한다.

$$pf_i = \frac{1}{2a_i} / \sum_{i=1}^{NG} \frac{1}{2a_i} \quad (13)$$

모든 발전기에 P_{IB} 를 분배하고 난 다음의 P_{IB} 는 zero임을 다음의 사실을 통하여 알 수 있다.

$$\sum_{i=1}^{NG} \frac{1}{2a_i} / \sum_{i=1}^{NG} \frac{1}{2a_i} = 1 \quad (14)$$

제안된 방법에서는 배분된 발전량들이 과연 모든 손실을 다 감당할 수 있는나하는 보장이 현재로서는 없다. 그러므로, 다음과 같이 손실을 직접적으로 고려하는 방법을 생각해 볼 수 있다.

4. 슬랙 분배 알고리즘 II

손실을 직접적으로 고려하기 위해 다음과 같이 IB항을 도입한다.

$$IB = P_{Stack_cal} - P_{Stack_sch} \quad (15)$$

(16)식에서 P_{Stack_cal} 은 전통적 조류계산 후 슬랙이 담당하게 되는 전력량을 나타내며, P_{Stack_sch} 는 조류계산 전에 손실없는 ELD로 슬랙버스에 할당된 전력량을 나타낸다. 따라서 식 (16)과 같이 표현된 손실을 모든 발전기 모선에 (17)과 같이 ELD sense하게 할당한다면, 이는 슬랙의 집중된 부담을 해소함과 동시에 최적 경제 급전의 의미도 살릴 수 있게 된다.

$$PG_i = PG_{i_sch} + pf_i IB \quad (16)$$

그러나, 이렇게 할당되면 계통 버스들의 위상각과 전압도 바뀌게 되므로, 다시 조류계산을 행해야 한다. 즉, IB가 0으로 수렴할 때까지 위의 과정들을 반복해야 한다.

즉, 매단계마다의 일반화된 배분율은 다음과 같다.

$$PG_i^{k+1} = PG_i^k + pf_i IB^k \\ = PG_i^k + pf_i (P_{Stack_cal}^k - P_{Stack_sch}^k) \quad (17)$$

다음의 오차항이 일정 범위 이내로 수렴하면, 반복과정을 마친다.

$$|IB^k| = |P_{Stack_cal}^k - P_{Stack_sch}^k| \quad (18)$$

전통적인 조류계산에서는, 손실로서 발생하는 발전량의 부족분을 자동적으로 슬랙이 담당하게 된다. 따라서 전(前) 절에서와 같이 배분된 발전량이 손실을 모두 감당할 수 있을 것인가에 관한 문제는 사라지게 된다. 그림 2는 이 절에서 제안된 알고리즘에 대한 순서도를 보여주고 있다.

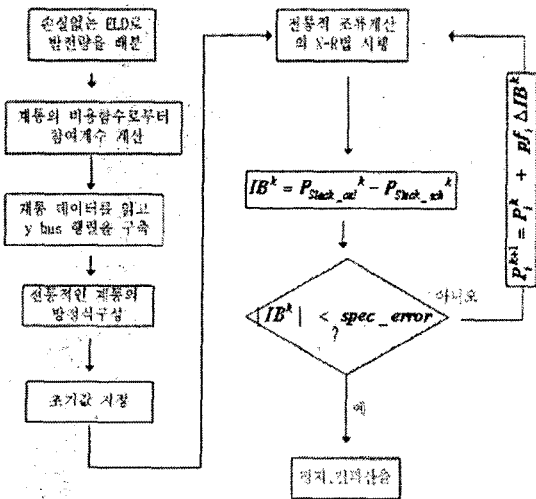


그림 2. IB와 Loss항을 사용한 슬랙분배 알고리즘

5. 결과 및 적용

제안된 알고리즘을 적용하기 위해 그림 3,4와 같이 5 모선 계

통과 14 모선 계통이 사용되었다.

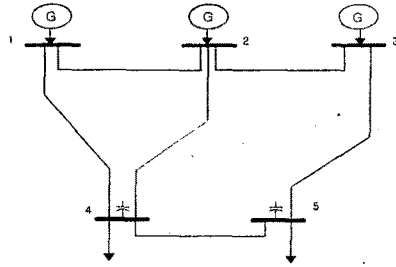


그림 3. 5모선 계통도

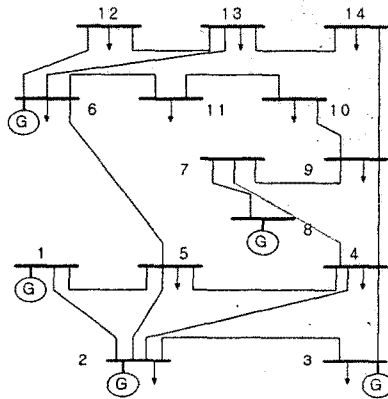


그림 3. 14모선 계통도

각 발전기의 비용함수는 다음과 같이 Quadratic form으로 주어진다 가정하였고, 각 계통에 대해 계수 a_i, b_i, c_i 가

$$F_i(PG_i) = a_i PG_i^2 + b_i PG_i + c_i \quad (19)$$

($i=1,2,3,\dots$ 발전기의 개수)

Table I, II에 제시되어 있다.

Table I

모선 번호	계수		
	a_i	b_i	c_i
1(Gen 1)	0.074	1.083	100
2(Gen 2)	0.089	1.033	70
3(Gen 3)	0.074	1.083	100

Table II

모선번호	계수		
	a_i	b_i	c_i
1(Gen 1)	0.074	1.083	100
2(Gen 2)	0.089	1.033	70
3(Gen 3)	0.074	1.083	100
6(Gen 4)	0.089	1.033	70
8(Gen 5)	0.053	1.17	40

5.1. 슬랙 분배 알고리즘 I

5모선, 14모선에 대해 테스트한 결과가 각각 Table III, IV에 제시되어 있다. 전통적인 조류계산과 제안된 알고리즘으로 배

분된 발전량을 비교하였다. 배분된 발전량이 모든 손실을 감당한다는 보장이 없음에도 적용결과에서는 슬랙에 추가할당해야 할 필요가 없음을 알 수 있다.

Table III

버스 번호	전통적 조류계산(W)	제안된 알고리즘
1(발전기 1-Slack)	배분량 : 125.992	123.231
1(발전기 2)	101.467	102.743
3(발전기 3)	121.697	123.231
수급불일치	4.35434	4.28487
계통 손실	4.35434	4.34487

Table IV

버스 번호	전통적 조류계산(W)	제안된 알고리즘
1(발전기 1-Slack)	71.2136	67.8561
2(발전기 2)	56.0374	56.7006
3(발전기 3)	67.0585	67.8561
6(발전기 4)	56.0374	56.7006
8(발전기 5)	92.8081	93.9218
수급불일치	4.1551	4.03527
계통 손실	4.1551	4.03527

5.2. 슬랙 분배 알고리즘 II

두 번째 제안된 방법에 의한 결과가 5모선에 대해 Table V에 제시되어져 있다. 14모선에서의 결과는 완전히 동일하여, 따로 제시하지 않았다. 테스트 계통에서는 2가지 방법의 차이가 특별히 나타나지 않았다.

Table V

버스 번호	전통적 조류계산(W)	제안된 알고리즘
1(발전기 1-Slack)	125.992	123.053
2(발전기 2)	101.467	103.098
3(발전기 3)	121.697	123.053
계통 손실	4.3543	4.2848

5.3. 비용의 비교

아래 Table VII에서 보듯이, 전통적 방법에 비해 제안된 방법상에서 비용 최소화가 보다 효율적으로 이루어짐을 알 수 있었다.

Table VII

모선 번호	5 모선 계통	14 모선 계통
	총 비용(\$)	총 비용(\$)
전통적 조류계산	3831.16	2477.62
알고리즘 I	3830.05	2475.26
알고리즘 II	3830.07	2475.22

3. 결 론

본 논문에서는 슬랙분배의 필요성을 제기하고 슬랙 분배를 위한 변형된 조류계산 알고리즘을 2가지 제시하였다. 첫 번째로는 P_{LB} 라는 인위적으로 도입된 항을 통하여 변형된 ELD구성으로 참여계수를 유추하였다.

또한, 참여계수를 통한 배분율을 구성하여 슬랙분배 알고리즘을 재구성하였다.

두 번째로는 손실을 직접 고려하여 슬랙에 대한 추가부담이 없도록, 전통적인 조류계산을 행하되, 전체 루프상의 오차항을 재정의하는 방법을 제안하였다. 두가지 방

법은 모두 다 슬랙의 추가 부담을 제거하는 것을 의도하고 있고, '동일 증분 비용'을 되도록 유지하기 위한 참여계수를 사용하여 비용의 최소화를 실현하는 데에 기여하고 있다.

[참 고 문 헌]

- [1] Young-Moon Park, Jeong-Ho Lee "A Newton Raphson Load Flow Considering Frequency Characteristics," *KIEE*, vol.42, No. 6, June 1993, pp85-93
- [2] Joong - Rin Shin, Han-Suck Yim, "An Extended Approach For NR Load Flow with Power Loss Correction Method," *IEEE TENCON93 / Beijing*
- [3] D.Hazarika, P.K.Bordoloi, "Modified loss coefficients in the determination of optimum generation scheduling," *IEE PROCEEDINGS-C*, Vol. 138, No 2, MARCH 1991
- [4] Yung -Chung Chang, Wei-Tzen Yang, Chun-Chang Liu, "A New Method for Calculating Loss Coefficients," *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.9, No.3, August 1994
- [5] C.E.Lin, S.T.Chen, C.L.Huang "A Direct Newton-Raphson Economic Dispatch," *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.7, No. 3, August 1992.
- [6] Andrew Jiang, Suat Ertem, "Polynomial Loss Models for Economic Dispatch and Error Estimation," *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.10, No. 3, August 1995
- [7] Yong-Jin Jang, Hae-sung Jung, Jong-keun Park "Load Flow without Slack Bus using Efficient Participation Factor", *SNU Electrical Engineering School Masters Thesis 2002, Seoul Korea*
- [8] Ping Yan, "Modified Distributed Slack Bus Load Flow Algorithm for Determining Economics Dispatch' in Deregulated Power System," *IEEE/PES Winter Meeting'2001*, vol.3, pp1226-1231.
- [9] L. S. Luen, "The Load Flow Problem Without Slack Bus," *McGill University, Masters Thesis 1979, Montreal, Canada.*