

Walsh 함수를 적용한 D/A 컨버터의 비선형 시험

°이해기, 이춘모
충청대학 전기정보과

Non-linearity Testing of D/A Converters Applying Walsh Function

Hae-Ki Lee, Chun-Mo Lee
Chung Cheong College Electric. of Dept.

Abstract - The paper presents a diagnostic tool for analyzing the bit intermodulation in D/A converter. Bit intermodulation cause linearity errors which degrade the performance of the converter.

A linear transformation of the Walsh transform of the integrated non-linearity diagram is shown to be sufficient to extract the bit intermodulation terms and their noise sensitivity.

Practical applicability of the proposed method is shown by measurement.

$R-2$ 사다리 회로를 사용하면 저항기의 부적당한 조합으로 2진수의 분할을 왜곡한다. 비록 불완전한 선형 에러를 초래하지만 중첩의 원리는 적용할 수 있다.

즉, 출력신호에 대한 비트의 기능은 다른 각 비트의 상태로 부터 독립적이며 에러의 중복은 입력 코드 2진수로 간주됨을 의미한다.

장치의 선형성은 완전히 방정식(2)에 의해 어떤 디지털 입력 조합에 대하여 비트 에러항 ϵ_i 에 대하여 충분히 기술될 수 있다.

1. 서 론

디지털 방식으로 제어되는 계측기와 장치의 특성이 빠르게 증가하듯이 D/A 컨버터의 선형은 IC제작과정에 크게 의존한다. 또한 비트의 상호변조는 컨버터의 기능을 저하시키는 원인이 되므로 컨버터의 선형성에 관한 전반적인 연구가 필요하다.

따라서 본 연구에서는 정적인 비선형의 주된 원인이 되는 비트에러와 비트 상호변조 에러를 결정하는데 주안점을 두었다.

컨버터의 필요한 정보는 INL이며, 컨버터 내부에서 에러원인의 확인은 컨버터 내부의 위상을 알 때 가능하다.

본 연구에서는 알고리즘 개발이 간단하고 계산속도가 빠른 Walsh 함수를 적용하여 D/A컨버터의 비선형 시험에 적용하였다.

$$V_{out} = V_{ref} \sum_{i=1}^N \left[b_i \left(\frac{1}{2^i} + \epsilon_i \right) \right] \quad (2)$$

2.2 선형에러의 해석

2.2.1 Walsh 함수

비선형의 시간영역 분석은 컨버터의 특징을 결정하는데 유용하지만 에러원인을 구할 수 없다. 에러원인에 대한 검출은 쉬우나 추적이 불가능하다는 것은 중복 에러에 대하여 특이한 사실이다.

그러나 누적된 에러가 직교 에러 요소로 확산되는 다른 범위에서 분석이 되면 에러원인의 확인이 가능하다.

Walsh 함수는 이와 같은 분석을 정확히 할 수 있으며, 방정식(3)으로 정의된다.

$$W(n, t) = \prod_{r=0}^{N-1} (-1)^{n_r(t_r + t_{r+1})} \quad (3)$$

여기서 n_k 와 t_k 는 n 과 t 의 N 비트 2진 표현의 k 번째 비트이며, LBS는 n_0 와 t_0 에 의해 표현되며, 변수 n 은 Walsh 함수의 시퀀스의 수이고 t 는 시간이고, 방정식(3)의 함수 값은 ± 1 이다.

한정된 이산 Walsh 변환의 쌍은 DFT와 유사하게 정의되며, $m = 2^N$ 샘플링 포인트를 가정하면 Walsh 변환은 다음과 같다.

$$X_n = \frac{1}{m} \sum_{t=0}^{m-1} x(t) W(n, t) \quad (4)$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots, m-1$$

그리고 역 변환은

2. 본 론

2.1 D/A 컨버터의 선형 에러

하나의 완전한 선형 D/A 컨버터는 0 적분과 미분 비선형을 갖는 방정식(1)로 설명된다. 컨버터의 선형 특성에 영향을 주지 않는 에러와 off set에 대하여 알아야 한다.

$$V_{out} = V_{ref} \sum_{i=1}^N \frac{b_i}{2^i} \quad (1)$$

선형적 에러에는 다양한 경우가 있고, 이러한 에러는 위상이 되며 때때로 중속처리 된다.

컨버터 각 비트의 2진 하중함수가 완전치 않아 비선형성이 되고, 2진 하중전류를 만들기 위해 컨버터에서

$$x(t) = \sum_{n=0}^{m-1} X_n W(n, t)$$

$$t = 0, 1, 2, 3, \dots, m-1 \quad (5)$$

이는 간단한 행렬 곱으로 변환을 평가가 가능하고, 변환 행렬은 2진 함수로 표현된 Walsh 함수를 포함하고 대칭적이다.

더 중요한 것은 변환 쌍의 행렬이 스캘링 벡터를 제외하곤 동일하며 $m = 8$ 인 Walsh 함수는 그림 1과 같다.

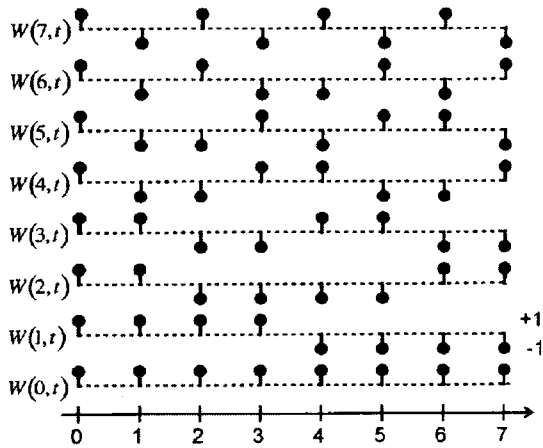


그림 1 Walsh 함수 ($m = 8$)

2.2.2 비트 에러

컨버터의 선형 에러는 비트 하중이 이상적인 것이 아니며, 이러한 비 이상적인 성질이 우세하다면 선형 에러는 존재하고 중복 에러는 없다는 것이다.

이때 에러 원인의 수는 비트수가 되고 N 번의 대략 측정으로 전달함수가 유도된다. 실제로 중복 에러는 매우 적으나, 분해능 또는 요구된 선형성은 증가되는 것과 같이 중복 에러의 영향은 더 이상 무시될 수 없다.

따라서 비트에러에 대한 연구가 필요하고 만약 하나의 비트 스위치가 on 되면 이때 하나의 에러 전류 값은 출력에서 나타난다. 비트에러가 하나이면 완전한 비선형 다이아그램은 에러의 진폭과 주파수가 그림 2와 같이 구형파가 된다.

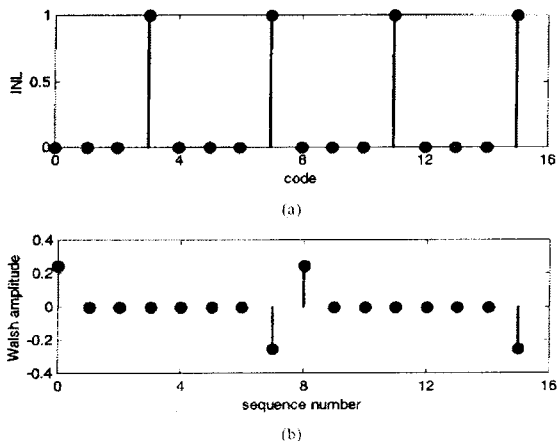


그림 2. 4비트 컨버터의 INL과 Walsh 변환

그림 2는 실제적이고 이상적인 출력에 대한 특징을 설명하고 양자간에 에러인 INL의 정의 결과이다.

구형파는 변환(그림 1)의 기본적교 함수 중의 하나이기 때문에 Walsh 함수에 의해 쉽게 설명된다.

위의 예는 오프셋을 표현하는 $W(7, t)$, $W(0, t)$ 함수이고, i 번째 비트가 에러를 가지면 이때 시퀀스 2^{i-1} 과 0에서 Walsh 요소를 만들 수 있다.

Walsh 시퀀스의 진폭은 에러의 1/2이 되며, Walsh 함수의 정의에 의한 것이다.

그러므로 비트 에러는 INL의 Walsh 변환에서 쉽게 검출할 수 있고, 2^{i-1} 번째 시퀀스는 각각 i 에 대하여 계산되어야 한다. 노이즈의 영향은 Walsh 범위에서 N 가 2^N 개의 구성 요소에서 N 이 0이 아닌 시퀀스가 되기 때문에 감소된다.

2.2.3 고차 상호변조

상호작용하고 있는 비트 수는 상호변조의 차수와 관계되고 고차 상호변조 때문에 중복에러가 존재하고 이것이 비트에러가 된다.

2개의 비트가 상호작용하면 이때 하나의 에러함수는 2개의 대응되는 비트에러 함수의 곱으로 나타난다. 이는 2개의 Walsh 곱으로 설명되며, Walsh 함수의 정의로부터 방정식(6)이 유도된다.

$$W(n, t) W(h, t) = W([n \oplus h], t) \quad (6)$$

여기서 \oplus 연산자는 모듈로 2진 가산이며, 2개의 Walsh 함수의 곱이 다른 Walsh 함수를 만든다는 것을 의미한다.

마꾸어 말하면 모듈로 2진 가산은 곱이 $(0, 2^{N-1})$ 외에 시퀀스를 만들 수 없다는 것이다. 비트 에러함수는 다음과 같이 2개의 Walsh 함수로 설명된다.

$$\epsilon_{im}(t) = \left(-\frac{1}{2}\right) [W(n, t) - W(0, t)] \quad (7)$$

여기서 $i_m \in [1, \dots, N]$ 과 $n = 2^{i_m} - 1$ 은 에러 비트의 지수를 의미하고, 시간 영역에서 2개 에러 함수의 곱은

$$\begin{aligned} \epsilon_{im}(t) \epsilon_{ih}(t) &= \frac{1}{2^2} [W(n, t) W(h, t) - W(n, t) W(0, t) \\ &\quad - W(h, t) W(0, t) + W(0, t) W(0, t)] \\ &= \frac{1}{2^2} [W([n \oplus h], t) - W(n, t) - W(h, t) + W(0, t)] \\ &= \epsilon_{im}(t) \epsilon_{ih}(t) \end{aligned} \quad (8)$$

방정식(8)에서 상호변조는 비트에러 ($W(n, t)$ ($W(h, t)$))가 나타나는 시퀀스에서 곱 요소가 만들어진다.

컨버터의 임의 비트 사이에 상호작용을 하면 상호관계는 물리적으로 가까운 비트 사이에 나타난다.

N 비트 컨버터의 2개 이웃하는 비트 사이에 상호변조를 가정하면 i 와 $i+1$ 이다. 이러한 비트에 대응되는 비트의 Walsh 요소는 $2^i - 1$, $2^{i+1} - 1$ 의 시퀀스에서 존재한다.

이 2개항의 모듈로 2진 가산은 곱의 시퀀스가 되고 시퀀스 2^{N-i-1} 에서 Walsh 함수의 결과가 얻어진다. 방정식(8)의 $2^i - 1$, $2^{i+1} - 1$ 시퀀스에서 2비트의 상호변조는 Walsh 요소가 된다.

따라서 비트에러가 존재하는 같은 시간에 비트 상호변조는 비트에러 Walsh 요소의 하중은 그림3과 같이 비트에러와 상호변조에 의해서 영향을 받는다.

2비트 상호변조와 같이 고차 상호변조는 Walsh 함수로서 결정되며, 고차 상호변조의 에러 함수를 평가하기 위하여 많은 Walsh 함수의 곱이 필요하다.

$$W(n_1, t) \dots W(n_r, t) = W([n_1 \oplus \dots \oplus n_r], t) \quad (9)$$

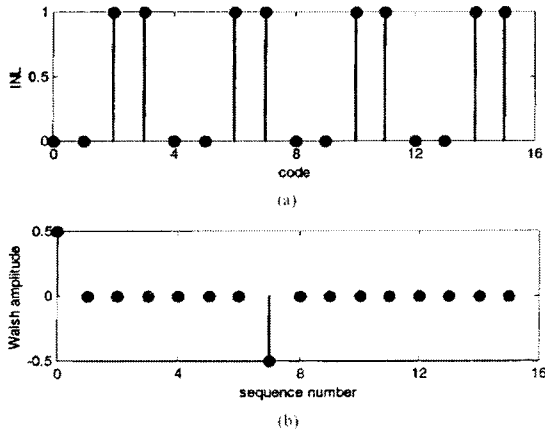


그림3. 2개의 상호변조 비트(b_3, b_4)의 4비트 컨버터

시퀀스를 갖는 Walsh 함수는 시퀀스 곱의 합으로 계산되며, 하나의 상호변조는 0이 아닌 요소보다 더 많이 만들어지며 이들 요소들은 모든 상호변조에서 나타날 것이다.

많은 곱 항의 결과는 곱 시퀀스의 모듈 2진 가산으로 계산된 시퀀스를 갖는 Walsh 함수이며, 상호변조는 0이 아닌 요소를 1개 이상 만들고 이러한 요소들은 저차 상호변환에서 나타난다.

$$\begin{aligned} \epsilon_{m1} \dots \epsilon_{mr} &= \prod_{j=1}^r 1r \left(-\frac{1}{2} \right) [W(n_j, t) - W(0, t)] \\ &= \left(-\frac{1}{2} \right)^r \prod_{j=1}^r 1r [W(n_j, t) - W(0, t)] \end{aligned} \quad (10)$$

주요항의 표현은 상호 작용하는 비트 ($n_1 \oplus \dots \oplus n_r$) 모듈로 2진 가산 합으로 계산되며, 이 시퀀스는 단지 고차 상호변조에 의해 영향을 받으며,

저차나 동일한 차수에는 영향을 받지 않는다.

이러한 논리는 에러원인의 분리가 가능하고, 다른 상호변조가 하나의 시퀀스에서 나타날 수 있으나, 선형방정식을 해결함으로써 분리된다. r 차 상호변조의 진폭이 $\frac{1}{2^r}$ 의 요인에 의해 감소될 것이다.

2.3 에러항에서 INL 변환

2.3.1 변환행렬

Walsh 변환이 비트에러를 분명히 분리하지만, 고차 상호변조이면 다른 선형변환은 Walsh 범위에서 고차 상호변조의 확산이 필요하고, 상호관계 항을 구하기 위하여 2단계가 필요하다.

우선 INL의 Walsh 스펙트럼을 계산한다.

$$w = W \text{ inl} \quad (11)$$

여기서 W 는 Walsh 변환행렬이며, 상호변조 항에서 선형변환 T 를 갖는 스펙트럼 변환은

$$\epsilon = T w \quad (12)$$

여기서 ϵ 는 상호변조 항을 포함하고, ϵ 벡터에서 0차 상호변조 항이 중요하지 않기 때문에 $2^N - 1$ 상호변조가 된다. 다음 벡터는 3비트 컨버터에 대하여 상호관계 항을 포함한다.

$$\epsilon^T = [\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3 \epsilon_{12} \epsilon_{13} \epsilon_{23} \epsilon_{123}] \quad (13)$$

T 행렬의 계산이 선형 변환에 대한 특성을 부여하는 것이 필요하므로 우선 상호변조에 대하여 알고 있는 정보를 포함한 새로운 벡터를 정의한다.

상호변조에 관계된 비트 시퀀스 수의 모듈로 2진 가산 주요 항은 고차 상호관계에 영향을 받지 않는다.

Walsh 범위에서 하나의 특수한 상호변조의 주 항을 추출하기 위하여 다음 방정식과 같은 각각의 상호변조에 대한 새로운 벡터 (a_k)를 정의한다.

$$w_g = a_k^T w \quad (14)$$

여기서 g 는 상호변조 k 의 주항 시퀀스이므로 a_k 는 시퀀스 g 이외의 제로를 포함한다. 벡터가 3비트를 다음과 같이 찾을 것이다.

$$[a_1 \dots \dots a_7] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

고차 상호변조는 상호변조에 대한 특이성 때문에 a_{m-1} 에 알맞는 시퀀스가 만들어진다.

간단히 m 은 $m = 2^N$ 으로 다시 표현되고, 에러의 크기를 복원하기 위하여 이 시퀀스에서의 값은 2^N (일반적으로 2^r 이고 r 은 상호변조의 차수이다.)을 곱하여야 한다. 상호변조의 진폭은 다음과 같이 계산된다.

$$\epsilon(m-2) = 2^N a_{m-1} w \quad (16)$$

여기서 $\epsilon(i)$ 는 벡터 ϵ 의 i 번째 요소이며, 다음의 상호변조는 방정식(16)에 의해 간단히 계산되었다.

$$\epsilon(m-2) = 2^{N-1} [a_{m-2}^T - a_{m-1}^T] w \quad (17)$$

다음 항은

$$\epsilon(m-3) = 2^{N-1} [a_{m-3}^T - a_{m-1}^T] w \quad (18)$$

그리고 $(m-i)$ 번째 항은 다음과 같을 것이다.

$$\epsilon(m-i) = 2^r \left[a_{m-3}^T - \sum_{j \in H_r} a_j^T \right] w \quad (19)$$

집합 H_r 은 고차 상호변조의 지수를 포함하고, 위 방정식은 최종적으로 컴팩트한 형태로 해석된다.

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon(1) \\ \dots \\ \epsilon(m-2) \\ \dots \\ \epsilon(m-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \left[a_1^T - \sum_j a_j^T \right] \\ \dots \\ 2^{N-1} [a_{m-2}^T - a_{m-1}^T] \\ \dots \\ 2^N a_{m-1}^T \end{bmatrix} w = Tw \quad (20)$$

이 결과는 합성에는 적당치 않으나 실행은 아주 쉽다. 3비트 컨버터에 대한 T 변환 행렬 ϵ 은 다음과 같다.

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & -2 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & -2 & -2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & 0 & 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 4 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

2.3.1 노이즈 분석

노이즈 감도는 T의 조건 수에 의해 특성화되고 다음 표 1은 몇 가지 경우의 조건 수를 만든다.

N	조건(T)
4	25.9896
6	197.1649
8	1456.8000

그러나, 조건의 수는 노이즈 감도의 최악의 추정이며, 측정결과의 표준편차를 사용하여 노이즈 영향에서 구할 수 있다. 측정을 교란시키는 부가적인 노이즈를 가정하면, 노이즈의 공분산 행렬은 다음과 같다.

$$C_\epsilon = E[\epsilon\epsilon^T] = E[Tww^T T^T] = E[TW \text{inlin}^T W^T T^T] \quad (22)$$

$$= TW E[\text{inlin}^T] W^T T^T = TWC_{inl} W^T T^T$$

만약 INL에 관한 노이즈가 불일치하면 공분산 행렬은 대각선이 되고 Walsh 변환은 직교 변환이므로 WW^T 는 대각선이 된다. 따라서 방정식(22)은 더욱 간단히 표현된다.

$$C_\epsilon = C_{inl} TWW^T T^T = C_{inl} \frac{1}{m} E_m T T^T \quad (23)$$

Walsh 변환은 $\frac{1}{m}$ 인자에 의해 변수를 줄이고, 신호 대 잡음비는 신호레벨이 변환되어 감소되며 동일하게 남는다.

상호변조 항에 관한 공분산은 T변환에 의해 변하고, T행렬은 직교가 아니므로 $T T^T$ 는 대각선이 아니다. 이러한 사실에서 C_{inl} 이 대각선이 되어도 공분산 행렬 C_ϵ 는 대각선이 되지 않는다.

바꾸어 말하면 입력 노이즈가 불일치하고 출력 노이즈가 일치한다는 것을 의미하며, 이를 분석하기 위하여 형태를 표현하는데 어려움이 있다.

그러나 $T T^T$ 행렬의 가장 큰 요소가 상호변조에서 가장 높은 차수를 가지며 이 값은 2^{2N} 이다.

노이즈 분석은 다른 시험이 측정에서 불확실하게 사용자 정의에 의해 얻어질 수 있는 방법에 관하여 아이디어를 주는데 매우 중요하다.

이미 알려진 바와 같이 k 의 다른 실현을 평균하는 것은 $1/k$ 의 요소에 의해 변화를 감소시킨다. Walsh 변환은 일반적으로 신호대 잡음비를 변화시키지 않으나, T에 의해 기술되는 변환은 약간의 문제를 초래한다.

이는 $T T^T$ 행렬이 직교함수가 아니고, 변환된 노이즈의 공분산 행렬이 대각선이 되지 않아 상호변조 항에서 노이즈는 일치하게 된다.

3. 측정결과

시뮬레이션을 통하여 이론을 증명하고, 최종적인 증명은 실제 시험 데이터를 만들도록 하였다.

8비트 D/A 컨버터를 포함한 시험회로를 설계 제작하고 주변회로를 구성하여 입력 데이터는 디지털 I/O 카드에 의해 만들고 출력을 고정밀도의 멀티미터로 측정되었다.

첫번째 측정은 간단한 INL 다이아그램 측정으로 하고 모든 코드는 점차 DAC에 적용하였다. 기준신호는 신호는 항상 10[V] DC 전압으로 하고, 매우 안정적이며 정확도가 높았다.

INL은 출력과 출력 특성의 적당한 선 사이의 차로 계산하였고 INL 측정은 제안된 방법의 적용이 가능함을 보여 주었다.

여기서 모든 조합이 한 주기 동안 여자 되어도 입력 신호의 연속적인 샘플이 임의로 선택되었음을 의미한다.

3개의 다른 시험을 측정하였고 주기는 각각 10주기로 하였으며, 이러한 시험의 목적은 동적이고 정적인 영향을 비교 구분하기 위함이다.

만약 이러한 결과가 입력 시퀀스에서 독립적이면 이 때 에러는 정적인 비선형성에 관계가 되고, 다른 혼란 사이에 상호변조 항으로 변화되면 이때 에러는 주로 동적인 영향을 초래함을 알 수 있다.

지금까지 설명한 시험 및 측정 결과는 그림4.에 나타내었다.

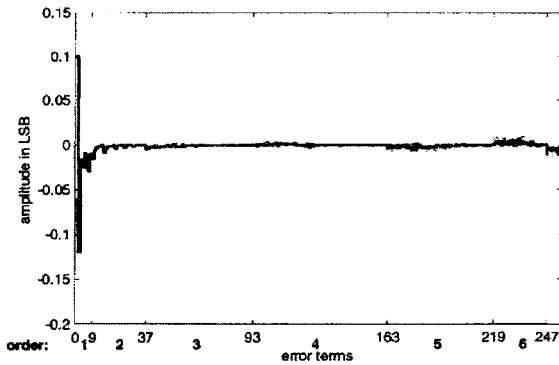


그림4. 상호변조 에러항

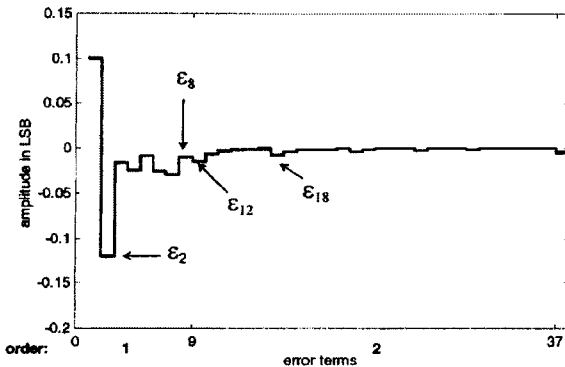


그림5. 1차, 2차 상호변조 에러항

그림4.와 그림5에서 횡축은 비트에러(지수 1~8)에서 고차 상호관계까지 모든 에러 항을 포함하고, 주로 관심

있는 1, 2차 상호변조 항으로서 이를 그림5에서 크기를 확대하였다.

3개의 다른 시험으로 약간 다른 에러를 만들고, 특히 2차 상호변조 ϵ_{12} , ϵ_{18} 에서 나타남을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 D/A 컨버터의 비선형성 특성을 설명하고 있으며, INL은 모든 필요한 정보를 포함하는 것을 보여주고 Walsh 변환은 비트에러와 고차 상호변조를 확인할 수 있는데 매우 유용함을 검증하였다.

그러나 Walsh함수의 정의에 의해 고차 상호변조는 저차항에서 요소가 다시 주어짐으로서 다른 선형변환에 필요한 정보를 추출하기 위하여 처리가 필요하다.

시험 측정 결과는 제안된 이론을 입증하고, 디지털 회로 구현에 많은 새로운 연구 방향을 제시하였다.

D/A 컨버터의 비선형 시험에서 Walsh 함수를 적용함으로써 항상 변하는 주파수 영역에서 DC 입력전압과 AC 입력전압이 다른 진폭을 갖는 측정에서 DAC 비선형의 동작이 이론과 실제가 일치함을 알 수 있었다.

본 연구의 결과를 디지털 장비 개발에 적용하면 보다 정교한 시스템을 구현하리가 기대된다.

(참 고 문 헌)

- [1] D.H.Sheingold. Analog-Digital Conversion Hand book. EagleWood Cliffs. NJ:Prentice-Hall. 1986
- [2] K.G.Beauchamp. Walsh 변환은 비트에러와 Their Applications. New York : Academic. 1975.
- [3] E.A.Sourour and S.C.Gupa. "Direct sequence spread spectrum pararel acquistin in a fading mobil channel." IEEE Trans. on Commmun., Vol.38, No.7, pp 992-998.July 1990.
- [4] A.J.Viterbi.CDMA- Princlpe of spread spectrum communication. Addition-Wesley Publishing Company, 1995.
- [5] M.Vanden Bossche.J.Schoukens.and J.Renneborg. "Dynamic testing and diagnostics of A/D converter," IEEE Trans. Circuit Syst., Vol. CAS-33.No.8. pp 775-785. Aug. 1986.
- [6] J. Schoukens and J. Renneborg. "Modeling the noise influence on the Fourier coefficients after a discrete Fourier transform." IEEE Trans. Instrment. Meas.Vol.IM-35.pp278-286.June.1986
- [7] K. Parhj,"VLSI digital signal processing system Design and implementation." John Wiley & Sons. Inc. USA.1999