

시그마 델타 변조신호를 사용한 웨이블릿 변환영역에서의 부분적 계수 갱신 사인 알고리즘 성능향상

이진모, 유경렬
한양대학교 전자전기제어계측공학과
전화 : 031-400-4111 / 핸드폰 : 019-390-7604

The performance Enhancement of the Wavelet Transform Domain Partially Update Sign Algorithm for Sigma-Delta Modulated signal

Jin Mo Lee and Kyung Yul Yoo
Dept. of Electronic, Electrical, Control and Instrumentation Engineering, Hanyang University
E-mail : ginny00@dreamwiz.com

Abstract

본 논문에서는 $\Sigma\Delta$ 변조된 입력신호를 갖는 적응필터의 수렴특성 및 연산량을 향상시키는 방안을 제시하였다. 하드웨어측면에서 효율적인 해상도를 내는 $\Sigma\Delta$ 변조기는 중저과 대역의 신호를 처리하는데 널리 사용되고 있다. $\Sigma\Delta$ 변조신호는 항상 ± 1 의 값만을 갖기 때문에, 사인알고리즘을 사용하는 적응필터와 효율적으로 결합될 수 있다. 하지만 PCM 신호에 비하여 $\Sigma\Delta$ 변조신호의 상대적인 길이가 길어 이를 처리하는 적응필터의 길이가 증가하고 이에 따른 연산량도 증가하고, 아울러 사인 알고리즘 자체가 갖는 수렴속도의 문제점 때문에 이러한 결합은 불안정한 수렴 특성을 보이게 된다. 본 연구에서는 $\Sigma\Delta$ 변조된 입력신호에 대하여 웨이블릿 변환을 적용한 변환영역 적응필터를 설계하였으며, 필터계수의 일부분만을 주기적으로 갱신함으로써 연산량을 줄이는 방안과 수렴속도의 향상됨을 시스템 식별의 응용 예를 통하여 검증하였다.

I. 서론

아날로그 신호를 디지털 신호로 변환하는 ADC(Analog-to-Digital Converter)에는 여러 형태가 있으며, 가장 일반적인 것이 Nyquist 주파수에서 동작하는 Nyquist ADC이다(통상 PCM 변환기로 불리우기

도 한다). 하지만 이것은 높은 출력 해상도를 갖도록 제작하기가 매우 힘들고, anti-aliasing filter와 같은 아날로그 회로 소자를 설계가 어려워진다. 하드웨어 구현적인 측면에서 $\Sigma\Delta$ -ADC가 대안이 될 수 있다.

$\Sigma\Delta$ -ADC가 갖는 장점은 비교적 적은 대역폭을 갖는 신호에 대하여 최선의 해상도를 가지며 하드웨어적인 회로소자의 구현이 용이하고, 주변 아날로그 신호처리 회로가 단순하다는 것이다. 아울러 출력신호가 1-bit로 표현되기 때문에 신호의 연산이 매우 용이하다. 이러한 이유로 $\Sigma\Delta$ 변조된 신호를 사용하는 디지털회로에 대한 연구가 활발하게 진행되어 왔으며, 그 범위가 적응필터에까지 적용되고 있다.

이러한 구조 중 계산상의 효율성을 위해 추가적인 단순화과정으로 사인(Sign)알고리즘을 사용할 수 있다. 그러나 사인 알고리즘은 LMS 알고리즘과 비교해볼 때 Gradient의 noisy estimate를 사용하기 때문에 일반적으로 수렴율이 떨어지고 정상상태 오차가 증가하는 단점이 있다. 이러한 단점을 보완하기 위해서 웨이블릿 다해상도 직교변환 행렬을 설계하고 설계된 변환과 채널에 따른 전력정규화를 통한 적응단계를 적용하여 자기상관 행렬의 고유 분포치를 감소시켜 성능을 향상시킨다. 그리고 연산량을 감소시키기 위해 매 반복마다 필터계수를 갱신할 때 그 일부분만을 갱신함으로써 연산량을 줄이는 방안도 이 논문에서 다루고자 한다.

II. 웨이블릿 변환영역 $\Sigma\Delta$ 부분갱신 적응필터

2.1 웨이블릿 변환과 변환행렬 설계

이산 웨이블릿 변환은 옥타브밴드 웨이블릿 필터뱅크로서 계산된다(그림1). 연속시간 웨이블릿에 의해 수행된 주파수 분할은 옥타브 밴드 웨이블릿 필터뱅크를 이용하면 가능하다. 옥타브 밴드 웨이블릿 필터뱅크를 구성하는 필터는 PR-QMF뱅크 조건을 만족하여야 하고 이러한 필터를 설계하는 방법에는 여러 가지가 있다. 이 중에서 필터 특성이 좋고 많이 사용되고 있는 maximally flat method를 이용한다. 설계방법은 $\omega=\pi$ 의 위치에 많은 수의 zero를 갖는 저역 통과 필터를 찾는 것이고 이것은 식(1)의 조건을 만족하고 $\omega=\pi$ 에 많은 수의 zero를 갖는 자기상관 함수를 설계하는 것과 같다. 이러한 방법으로

$$H_0(z) = (1+z^{-1})^k R_0(z^{-1}) \quad (1)$$

과 같은 저역통과 필터를 얻고 이로부터 alternating flip에 의해 원하는 고역통과 필터를 얻는다[1].

k값에 따라 필터의 길이와 그에 따른 주파수 응답 특성 및 이에 대응하는 연속시간 웨이블릿 기저의 모양이 달라진다. 따라서 $\Sigma\Delta$ 사인 알고리즘에 적합한 필터 구조는 계산상의 단순성을 유지하기 위해 k=1인 경우를 설정한다.

유한 지속 시간을 갖는 신호나 TDL(Taped Delay Line) 형태의 적응필터에 웨이블릿을 적용하기 위해서는 필터의 길이 N개의 단위로 입력되는 신호에 대해서 $N \times N$ 웨이블릿 변환행렬을 구성해야 한다. 이 변환행렬을 구성하기 위해서는 그림 1의 각 분해단계마다 상용하는 웨이블릿 변환 행렬을 정의하고 이들을 결합하여 최종 변환행렬을 구성한다.

k 단계에서 저역 및 고역 통과 필터를 $H_i^{(k)}$ ($i=0$:저역, $i=1$:고역)라 하면 이들을 결합하여 해석 행렬을 정의할 수 있다.

$$D_k = \begin{bmatrix} H_0^{(k)} \\ H_1^{(k)} \end{bmatrix} \quad (2)$$

D_k 는 입력신호를 두 개의 대역으로 나누는 것이고 만약 k단계까지 분해가 가능하다면 각 단계에서 변환행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$W_1 = D_1, W_2 = \begin{bmatrix} D_2 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix}, \dots, W_k = \begin{bmatrix} D_k & 0 \\ 0 & I_k \end{bmatrix} \quad (3)$$

이것은 전 단계에서 얻어진 저역밴드 부분은 계속 분할해주고 고역부분은 남겨두는 것으로서 시간 주파수 영역 해상도가 조절됨과 동시에 주파수 영역에서 옥타브밴드 트리구조를 구성함을 의미한다.

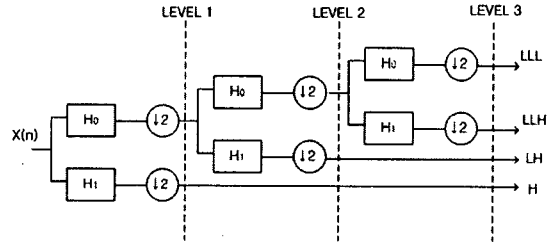


그림 1. 3단계 옥타브밴드 트리구조

2.2 $\Sigma\Delta$ 부분 갱신적용 필터

(1) $\Sigma\Delta$ 디지털 시스템

$\Sigma\Delta$ 변조 A/D 시스템 중 양자화기가 ± 1 의 크기를 갖는 랜덤 백색잡음으로 모델되고 입력신호도 잡음과 같다고 가정하면 $\Sigma\Delta$ 변환기 모델 표현식은

$$Y(z) = X(z) + (1 - z^{-1})N(z) \quad (4)$$

과 같이 나타낼 수 있다. 그러므로 입력신호는 시스템에 영향을 받지 않게 되고 양자화 잡음은 $(1 - z^{-1})$ 의 고역통과 필터에 의해 필터링 된다. 이것은 $\Sigma\Delta$ 구조의 피드백에 의한 것으로 일반적인 PCM 시스템보다 주파수 영역에서 신호 대 양자화 잡음비를 증가시키고 변환기의 출력은 +1과 -1의 단일 bit을 갖는다[2].

그림 2는 일반적인 1차 $\Sigma\Delta$ 변조 A/D 시스템의 블록다이어그램이다.

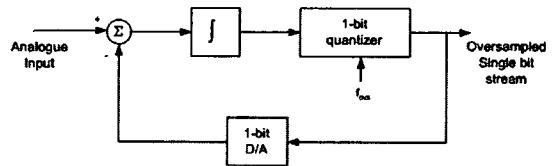


그림 2. 1차 Sigma-Delta 변환기

(2) $\Sigma\Delta$ 적용 필터

FIR필터를 구현하는데 있어서 PCM ADC를 사용할 경우 높은 해상도를 요구하기가 어렵고 실수연산에 따른 곱셈기가 복잡해지는 단점이 있다. 이러한 문제를 해결하는 방법의 하나로 $\Sigma\Delta$ 변환기를 사용하여 입력신호나 필터계수를 변환하는 방법이 제안되었다[3]. $\Sigma\Delta$ 변환기를 사용할 경우 신호가 단일 bit로 표현되므로 필터 동작에 있어 곱셈 연산을 줄일 수 있어 구조를 단순화 할 수 있는 장점을 가지게 된다. 이러한 필터를

구현하는 방법에는 두가지가 있다. 첫 번째는 필터계수를 $\Sigma\Delta$ 변환하고 입력신호는 PCM 변환하는 방법, 두 번째는 필터계수를 PCM 변환하고 입력신호를 $\Sigma\Delta$ 변환하는 방법이다. 전자의 경우 구현 시 입력신호를 PCM 신호로 변환하고 interpolate시키는 과정이 필요로 하게 된다. 이러한 과정은 입력신호에 높은 해상도를 갖는 변환기를 구현하기가 어려운 단점이 있다. 후자의 경우 구현 시 coder와 A/D전환기로서 $\Sigma\Delta$ 변환기를 사용할 수 있기 때문에 첫 번째의 구현보다 높은 해상도를 얻을 수 있는 장점을 갖는다. 그러므로 본 논문에서는 두 번째 경우의 필터구조를 사용하였다. 이러한 구조는 oversampled $\Sigma\Delta$ 입력신호가 필터의 입력으로 사용되고 필터의 계수가 Nyquist rate의 PCM으로 부호화 되었을 경우를 생각해보면 입력신호는 fs의 oversampling rate을 갖고 필터계수는 fN의 Nyquist rate을 갖게 되므로 필터의 동작에 있어서의 sampling rate을 맞추기 위해 입력신호에 oversampling ratio($R=fs/fN$) 만큼의 지연을 필요로 한다. 이러한 지연에 대응하여 필터의 계수 중간에 (R-1)개의 zero를 넣어주어 sampling rate을 맞추어준다.

일반적인 사인 알고리즘의 error값과 필터 출력 값은

$$e_k = d_k - y_k \quad (5)$$

$$y_k = x_k^T w_k \quad (6)$$

과 같이 정의되고, 여기서 사인 알고리즘은 평균 자승 오차를 추정하기 위해 순시 자승 오차를 사용하는 대신에 순시오차 절대치를 오차기준으로 사용한다. 즉,

$$\hat{e}_k = 2|e(n)| \quad (7)$$

그러므로 gradient estimate는 다음과 같이 계산된다.

$$\Delta \hat{e}_k(n) = 2[\nabla e(n)]sgn[e(n)] \quad (8)$$

위 식(8)의 gradient estimate를 식(9)의 steepest descent 알고리즘에 치환하면 식(10)과 같은 사인 알고리즘을 얻을 수 있다.

$$w_{k+1} = w_k - \frac{\mu}{2} \nabla \hat{e}_k(n) \quad (9)$$

$$w_{k+1} = w_k + \mu x_k sgn[e_k] \quad (10)$$

(3) 부분 갱신 사인알고리즘

필터 전체길이가 N이고 매 반복마다 필터의 계수 중 M개만을 갱신한다고 할 때 이때 N/M이 정수가 되도록 M을 정하고 L(=N/M)을 부분 갱신주기 또는 부분갱신 인자라고 한다. 이를 위 식(10)에 적용하면 사인알고리즘 계수 부분 갱신 방정식은 다음과 같다.

$$w_{i,k+1} = w_{i,k} + \mu sgn[e_k] x_{k-i+1} \text{ if } (k-i+1) \bmod L = 0 \\ = w_{i,k} \text{ otherwise} \quad (11)$$

$$e_k = d_k - X_k^T W_k \quad (12)$$

여기서 $W_k = [w_{1,k}, w_{2,k}, \dots, w_{N,k}]^T$ 는 k시간에서의 필터계수 벡터 이고, $X_k = [x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-N+1}]^T$ 는 입력신호벡터를 나타내고 이 알고리즘을 Sequential Block사인 알고리즘이라 한다. L=1인 경우 일반적인 사인알고리즘과 같고 L>1일때 수렴속도는 정상적인 사인알고리즘에 비해 L배만큼 느려지나 계산량 복잡도가 작아지므로 요구되는 계산량이나 메모리 자원이 크게 요구되는 실시간 시스템 응용이나 높은data rate의 통신 환경 시스템에서 수행비용을 낮추기 위해서 광범위 하게 사용된다[4][5].

표 1은 일반적인 사인 알고리즘과 Sequential Block사인 알고리즘의 계산적 복잡도를 나타낸 것이다.

표1. Sign알고리즘과 SeqB Sign알고리즘 복잡도 비교

	standard Sign	SeqB Sign
addition	2N	N+M
multiplication	2N+1	N+M+1
memory	2N	2N

2.3 웨이블릿 변환영역 $\Sigma\Delta$ 부분 갱신 적용필터

웨이블릿 변환영역 $\Sigma\Delta$ 적용필터는 2.1에서 설계한 N×N 웨이블릿 변환행렬을 입력신호에 적용시켜 입력신호의 자기상관 행렬의 고유분포를 집중화시켜 수렴속도를 향상시키는 것이다. 이러한 구조는 그림 3에서와 같이 TDL형태의 필터구조에 N×N 웨이블릿 변환행렬을 삽입하여 구성한다.

이렇게 변환된 새로운 입력벡터는

$$z_k = [z_k, z_{k-1}, \dots, z_{k-N+1}]^T = T x_k \quad (13)$$

과 같이 되고, 여기서 T는 N×N 직교 웨이블릿 변환이다.

이렇게 변환된 입력의 출력값과 목적신호와 필터 출력값의 차이인 error 신호는

$$y_k = z_k^T w_k \quad (14)$$

$$e_k = d_k - y_k \quad (15)$$

과 같이 되고 필터 계수 부분 갱신 방정식은

$$w_{i,k+1} = w_{i,k} + \mu \Lambda^{-2} sgn[e_k] z_{k-i+1} \text{ if } (k-i+1) \bmod L = 0 \\ = w_{i,k} \text{ otherwise} \quad (16)$$

여기서,

$$\Lambda^2 \equiv \text{diag}[\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_N^2] \quad (17)$$

$$\sigma_i^2(n) = \alpha \sigma_i^2(n-1) + |z_i(n)|^2 \quad (18)$$

과 같이 된다.

일반적인 변환영역 적용 알고리즘에서처럼 식(16)에서

error surface contour를 hyperspherical로 만들어주기 위해서 전력 정규화 과정이 들어가야만 한다.[1]

그러므로 식(16)이 우리가 원하는 웨이블릿 변환영역 $\Sigma\Delta$ 사인알고리즘의 부분 갱신방정식이 되고 이를 적응 필터에 적용한 경우의 구조가 그림 3과 같다.

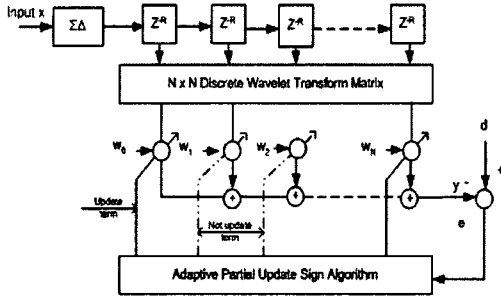


그림 3. 웨이블릿 변환영역 $\Sigma\Delta$ 사인알고리즘 부분갱신 적용필터

III. 모의실험 및 결과

적용필터의 응용의 한 예인 시스템 식별을 통해서 제안된 알고리즘의 성능을 검증하였다. 모델시스템과 적응필터의 차수는 모두 16으로 하였고, 입력은 백색 잡음과 백색잡음을 -0.8에 극점을 갖는 단일극 AR과 정으로 표현되는 시스템 출력으로 설정하였다. 적응필터의 계수들은 초기값으로 0을 갖고 망각지수 α 는 0.9로 설정하였다. oversampling ratio(R)값은 16으로 하였다. step size μ 값은 정상상태 오차까지 도달하는데 걸리는 최소한의 수렴속도를 갖는 값을 시행착오적인 방법으로 결정하고 Nyquist 시스템의 step size보다 oversampling ratio(R)배 만큼 적은 값을 설정하였다. 측정시 포함되는 잡음은 AWGN으로 하였으며, SNR은 20dB인 측정 잡음을 설정하였다. 웨이블릿 변환에 사용되는 변환행렬은 계산상의 단순성을 유지하기 위해 $k=1$ 인 Haar 기저를 사용하여 설계하였다.

그림 4는 $\Sigma\Delta$ 입력신호를 입력으로 하였을 때 일반적인 사인 알고리즘과 웨이블릿 영역에서의 사인알고리즘과 웨이블릿 영역에서의 부분갱신 사인 알고리즘 시스템에서의 학습곡선을 비교하였다. 그림에서 보는바와 같이 일반적인 사인알고리즘 보다 웨이블릿 영역에서의 사인알고리즘의 수렴속도가 더 좋음을 알 수 있다. 또한 부분갱신 인자 L을 각각 2와 16으로 하였을 때 수렴속도는 떨어지나 일반적인 사인 알고리즘보다 수렴속도도 빠르고 연산량도 줄일 수 있었다.

IV. 결 론

본 논문에서는 $\Sigma\Delta$ 적용필터 구조에 단순화한 적응알고리즘인 사인알고리즘을 사용하고 입력신호에 웨이블릿 변환을 적용하고 부분 갱신알고리즘을 적용하여 그 성능을 알아보았다. 매 반복시마다 $\Sigma\Delta$ 적용필터 계수의 일부분만을 갱신함으로써 연산량을 줄이고 웨이블릿 변환행렬을 $\Sigma\Delta$ 변조신호에 적용시켜 자기상관 행렬의 고유분포를 집중화시켜 수렴속도를 향상시킴으로써 일반적인 $\Sigma\Delta$ 적용필터보다 $\Sigma\Delta$ 부분 갱신적용필터가 보다 나은 성능을 나타내는 것을 확인하였다.

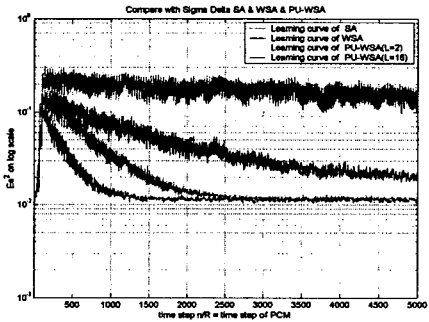


그림4. $\Sigma\Delta$ 입력신호에서 사인알고리즘, 웨이블릿영역 사인알고리즘, 부분갱신 사인알고리즘 학습곡선 비교

VI.참고문헌

- [1]이웅재, 유경렬, "웨이블릿 변환영역 사인 알고리즘 설계", 대한전기학회 하계학술대회 논문집, pp.2442-2444, 1998
- [2] P. M. Aziz, H. V. Sorensen and J. Van Der Spiegel, "An Overview of Sigma-Delta converters", IEEE Signal Processing Magazine, Vol. 13(1), pp.61-84, Jan. 1996
- [3] Wong P.W and Gray R. M, "FIR filter with sigma-delta modulation encoding", IEEE Trans. Signal Process. vol.38(6), pp.979-990, 1990
- [4] S.C. Douglas. "Adaptive filters employing partial updates", IEEE Trans. on Circuits and Systems Vol. 44(3), pp.209-216 Mar.1997
- [5] S.C. Douglas. "Simplified Stochastic Gradient Adaptive Filters Using Partial Updating", Proc. Sixth IEEE Digital Signal Processing Workshop, Yosemite, CA, pp. 265-268, Oct., 1994