

# 유연한 레일을 갖는 자기부상시스템의 진동제어

김종문, 박민국, 김석주  
한국전기연구원 계측제어연구그룹  
전화 : 055-280-1443, FAX : 055-280-1476

## Vibration Control of Magnetic Levitation System with a Flexible Rail

Jong-Moon Kim, Min-Kook Park, Seok-Joo Kim  
Instrumentation and Control Research Group, Korea Electrotechnology Research Institute  
E-mail : jmkim@keri.re.kr

### Abstract

In this paper, a rail-vibration controller of magnetic levitation system is designed and implemented. The target plant to be controlled is electro-magnetic type which is open-loop unstable, highly non-linear and time-varying system. The designed controller is validated by some kinds of experiments.

### I. 서론

접촉에 의해 대상물을 지지하는 기존의 기계적 베어링과 달리 자기부상 시스템은 비접촉으로 대상체를 부상시켜 추진 또는 회전시키는 시스템을 말하며, 그 종류는 부상원리에 따라 흡인식과 반발식으로 크게 나눌 수 있는데 여기서는 흡인식 부상방식을 대상으로 한다. 일반적으로 흡인식 부상방식은 상전도 마그네트에 의해 구현되나, 제어 관점에서 보면, 매우 큰 비선형성과 불안정 제어특성 그리고 파라미터 변동 등 많은 제어문제를 가지고 있다[1]. 또한 자기부상 시스템의 레일이 유연하거나, 자기베어링에서 회전속도가 매우 커지게 되면 회전축이 휘어져서 제어가 힘들어 지게 된다.

이 논문에서는 이러한 제어문제를 해결하기 위한 하나의 방법으로서, 레일의 유연 모드를 제어하기 위한 부상제어기 중 하나로  $H_\infty$  제어기[2]를 채택하였다.

$H_\infty$  제어기는 상태공간식에서 최적 해를 구하게 되며 비모델화 성분, 각종 외란 등을 설계 단계에서 고려할 수 있다는 장점이 있고, MATLAB[3]과 같은 소프트웨어 틀에 의해 쉽게 설계가 가능하다.

본 논문의 내용은 다음과 같다. 먼저 강체 레일을 포함한 자기부상 시스템의 기본 모델링을 한 후, 유연한 레일을 추가하여 유도한 부상 시스템의 전체 모델을 구하였다. 그리고 부상 시스템의 기본 모델과 이에 대한 가중함수를 가지고  $H_\infty$  제어기를 설계하였다. 설계된 제어기는 그 성능을 확인하기 위하여 강체 레일 및 유연 레일에 각각 적용하였고, 그 결과에 대한 분석을 하였다.

### II. 자기부상 모델링

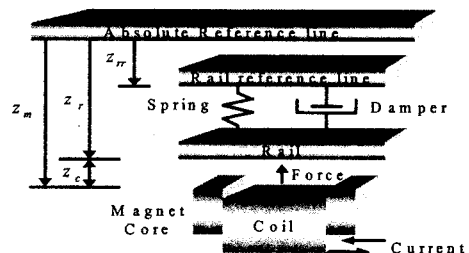


그림 1. 마그네트 및 유연 레일 시스템

상전도 자기부상 시스템은 비선형성이 강하고, 개루프 불안정한 시스템이며, 각종 파라미터가 시간적으로 변하는 제어 특성을 갖고 있다. 제2장에서는 이러한 자기부상 시스템에 대한 수학적 모델을 구하고자 한

다. 그림 1에서 레일이 강제이면 레일과 레일 기준면 사이의 스프링 및 댐퍼는 무시할 수 있지만, 레일이 유연하면 2차 이상의 새로운 모드가 발생된다.

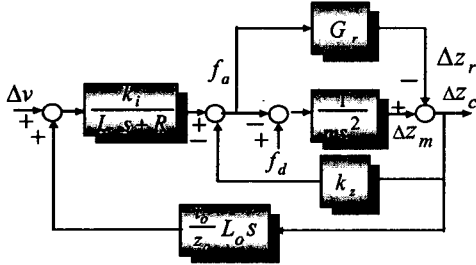


그림 2. 자기부상 시스템의 블록 다이어그램

이 장에서는 그림 1에서 일단 레일이 강제라고 가정한 후, 마그네트-레일 시스템에 대한 수학적 모델링을 하고, 유연 레일에 대해서는 이 장의 마지막에서 언급하기로 한다. 관심의 대상인 흡인식 자기부상 시스템에서 누설 자속이 없다는 가정을 하고, 비선형 시스템의 상태변수로서, 마그네트와 레일 사이의 공극  $z_c(t)$ 와 속도  $\dot{z}_c(t)$  및 마그네트 전류  $i(t)$ 를 선택한다. 여기서 공극과 속도는 기계적인 운동 상태이고, 전류는 전기적인 상태를 의미하게 되어 결국 시스템의 차수는 3이 된다. 이 시스템의 입력은 제어전압  $v(t)$ 이고, 출력은 공극  $z_c(t)$ 인 자기부상시스템은 다음과 같은 비선형 방정식으로 표현된다.

$$\dot{x}(t) = f(x, t) + B(x, t)u + d \quad (1)$$

여기서 비선형 함수  $f(x, t)$ 의  $x(t) \in R^n$ ,  $u(t) \in R^m$ 는 각각 시스템의 상태 벡터와 제어입력 벡터이고,  $B \in R^{n \times m}$ 는 입력 행렬,  $d$ 는 자기부상 시스템에서 발생하는 외부 외란, 파라미터 변동, 모델링 안 된 플랜트 동특성 등 모든 모델 불확실성을 포함한다.

이제  $z_0$ ,  $i_0$  및  $i_0$ 를 평형점에서 마그네트를 지지하기 위한 평형점 공극, 전류 및 제어전압이라 하고, 평형점으로부터의 변화분을  $\Delta z_c(t)$ ,  $\Delta i(t)$ ,  $\Delta v(t)$ 이라 하면, 공극 변화분  $\Delta z_c(t)$ 는 레일과 마그네트 사이의 상대적 값이고,  $\Delta z_m(t)$ 와  $\Delta z_r(t)$ 는 각각 마그네트의 절대적인 위치 및 레일의 절대 위치를 의미하고, 그림 1에서 보인 바와 같이 다음과 같은 관계가 있다.

$$\Delta z_c(t) = \Delta z_m(t) - \Delta z_r(t) \quad (2)$$

이제 평형점에서 테일러 급수에 의한 근사화 과정을 거쳐 1차 항만 고려하고, 2차 이상의 항은 무시하면

다음과 같은 선형 상태방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{z}_c(t) \\ \Delta \ddot{z}_m(t) \\ \Delta \dot{i}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{k_z}{m} & 0 & \frac{-k_i}{m} \\ 0 & i_0 & \frac{-R}{L_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z_c(t) \\ \Delta z_m(t) \\ \Delta i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & -\frac{i_0}{z_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_d(t) \\ \Delta z_r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_0} \end{bmatrix} \Delta v(t) \quad (3)$$

여기서 이 상태방정식은 3개의 외부 입력이 있는데, 그 중  $f_d(t)$ 와  $\Delta z_r(t)$ 는 각각 힘 외란과 레일 외란을 의미한다.  $\Delta z_r(t)$ 는 레일이 강제이면서 표면이 고른 상태이면 0이 되지만, 레일이 유연하거나 표면이 고르지 못하면 임의의 크기를 갖게 된다. 또한 상수  $R$ 과  $m$ 은 마그네트 저항과 질량이고, 계수  $k_z$ ,  $k_i$  및  $L_0$ 는 각각 평형점에서의 전류계수, 공극계수 및 인덕턴스이다. 그림 2에서 전달함수  $G_r(s)$ 는 레일의 동역학을 의미하며, 만약 레일이 강제이면 무시된다.

### III. 제어기 설계

이 절에서는  $H_\infty$  제어기를 자기부상 시스템에 적용하기 위해서, 먼저 그 제어이론에 대해 언급하고,  $H_\infty$  제어기의 가중함수 튜닝에 의해 부상제어기를 설계하고자 한다.

먼저 그림 3과 같은 피드백 제어기를 포함한 폐루프 시스템을 고려한다. 여기서 플랜트와 제어기 전달함수 행렬  $G(s)$ ,  $K(s)$ , 가중함수  $W_1(s)$ ,  $W_3(s)$  모두 정방행렬이다. 전달함수행렬이  $G(s)$ 로 주어지는 동역학 시스템의  $H_\infty$  노름(norm)은 다음과 같이 정의된다.

$$\|G\|_\infty = \sup_{\omega} \bar{\sigma}(G(j\omega)) \quad (4)$$

$W_1(s)$ ,  $W_3(s)$ 는 각각 오차신호, 출력신호에 대한 가중함수이고, 감도행렬  $S(s)$ 와 상보감도행렬  $T(s)$ 는 다음과 같다.

$$S = \frac{e}{r} = (I + GK)^{-1} \quad (5)$$

$$T = \frac{y}{r} = GK(I + GK)^{-1} = I - S \quad (6)$$

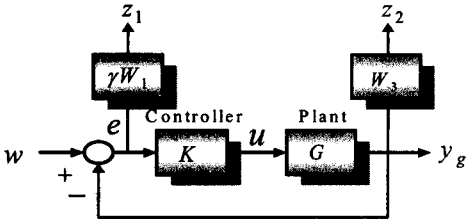


그림 3. 플랜트, 제어기 및 가중함수

의란 제어 성능과 강인성 안정에 대한 주파수 영역에서의 특성은 다음의 식 (7), (8)에 의해 결정된다.

$$\bar{\sigma}(S(jw)) < |\gamma^{-1}W_1^{-1}(jw)| \text{ for all } w \quad (7)$$

$$\bar{\sigma}(T(jw)) < |W_3^{-1}(jw)| \text{ for all } w \quad (8)$$

$H_\infty$  제어기 설계문제는 식 (9)의  $T_{zw}$ 를 내부적으로 안정화시키면서 다음과 같이 강인성과 성능에 대한  $H_\infty$  노음을 최소화하는 제어기  $K(s)$ 를 구하는 문제로 간략화될 수 있다.

$$|T_{zw}|_\infty \leq 1 \quad (9)$$

여기서  $T_{zw} = \begin{bmatrix} \gamma W_1 S \\ W_3 T \end{bmatrix}$  이고, 가중함수  $W_1(s)$  및  $W_3(s)$ 을 식 (10)과 같이 정하였다.

$$\begin{aligned} W_1(s) &= \frac{\gamma}{k_1} \frac{(t_n s + 1)^2}{(t_d s + 1)^2} \\ W_3(s) &= k_3 s^3 \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 각 가중함수의 파라미터는  $\gamma = 1$ ,  $k_1 = 0.015$ ,  $t_n = 0.0159$ ,  $t_d = 0.159$ ,  $k_3 = 10^{-8}$ 이다.

#### IV. 시뮬레이션 결과

이 논문에서 사용된 단일자석 자기부상 시스템의 각 파라미터는 표 1과 같다.

표 1. 시스템 파라미터

파라미터	값	단위
자석 무게 m	6.0	kg
전류 계수 $k_i$	38	N/A
공극 계수 $k_z$	35615	N/m
저항 R	3.4	$\Omega$
공칭 인덕턴스 $L_o$	0.09	H
마그네트 극 단면적 A	0.085x0.013	$m^2$
코일 권선수 N	726	회
공칭 공극 $z_o$	0.004	m
공칭 전류 $i_o$	2.2	A

그림 4는 설계된  $H_\infty$  제어기를 레일이 강제된 자기 부상 시스템에 적용한 시뮬레이션 결과이다. 명령 추종 성능을 확인하기 위하여 기준 공극을 4mm에서 5mm로 변화시켰을 대의 공극과 전류 응답이며, 공극은 약간의 오버슈우트를 있지만 댐핑은 비교적 양호하다고 볼 수 있다. 그림 5는  $H_\infty$  제어기 출력 값에 80msec 동안 4.0V를 더해서 마그네트에 적용한 임펄스 응답이다. 약 0.3초 이후에 댐핑이 가능하다는 것을 알 수 있었다.

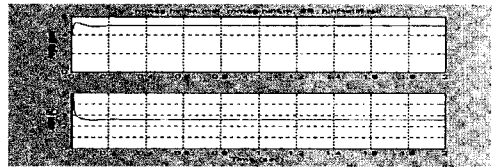


그림 4 강제 레일에서의  $H_\infty$  스텝 응답

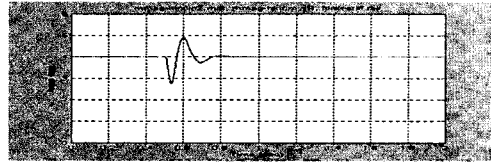


그림 5 강제 레일에서의  $H_\infty$  임펄스 응답

### V. 실험 결과

#### 5.1 실험 장치 설명



그림 6. 자기부상 실험장치 사진

그림 6은 제작된 자기부상 시스템에 대한 사진이며, U자형 상전도 마그네트와 갭 센서, 마그네트 양단의 LM 가이드 등으로 이루어져 있다. 이 장치에서 레일의 길이는 2.5m이며, 레일 양단에서는 비교적 강체처럼 단단하고, 레일 지지대의 한 가운데에서는 댐핑이 매우 작은 유연한 레일 특성을 보인다. 제어기 하드

웨어로서, VME 버스의 미국 DEC사의 160MHz 클럭 주파수의 CPU 보드를 사용하였다. 제어 프로그램에서 샘플링주파수는 4[kHz]이고, 실시간 운영체제인 VxWorks[4] 환경에서 C 코드로 되어 있고, 워크스테이션에서 컴파일 된 후, 이더넷을 통하여 CPU 보드에 다운로드되어 실행된다. 피드백 센서는 갭 센서 및 전류 센서를 사용하였다. AD 보드는 정밀도 12bit, 변환 범위 -5~+5V, 채널수는 32이다. 제어기 출력 신호는 초퍼에 PWM 형태로 광케이블을 통하여 전송된다. 초퍼는 1-4상한 방식으로서, 스위칭 소자는 IGBT, 스위칭 주파수는 10kHz, DC 입력전압은 60V이다.

### 5.2 실험 결과

실험은 먼저, 강제 레일인 경우  $H_{\infty}$  제어기의 안정된 부상성능을 스텝 응답과 임펄스 응답을 통하여 보여주고, 이 제어기를 다시 유연 레일에 적용한 결과를 보인다. 그림 7과 8은  $H_{\infty}$  제어기를 강제 레일의 부상시스템에 적용했을 때의 스텝 응답과 임펄스 응답이며, 모두 0.2초 이내에 수렴한다는 것을 보여 준다. 그리고 그림 9와 10은  $H_{\infty}$  제어기를 유연 레일이 있는 자기부상 시스템에 적용했을 때의 스텝 응답과 임펄스 응답이다. 이 그림에서 볼 수 있듯이  $H_{\infty}$  제어기는 비록 레일이 유연하다고 할지라도 강제 레일처럼 뎀핑 특성이 매우 우수하다는 것을 알 수 있다.

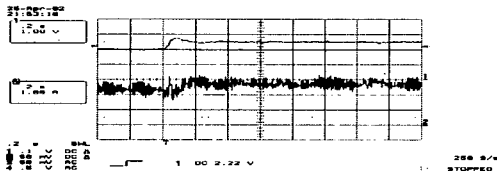


그림 7.  $H_{\infty}$  제어시 강제레일의 스텝응답  
위: 공극(2mm/div.), 아래: 전류(1A/div.)

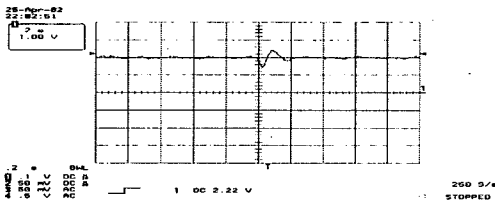


그림 8.  $H_{\infty}$  제어시 강제레일의 임펄스 응답  
공극(2mm/div.)

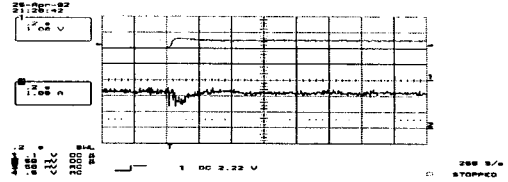


그림 9.  $H_{\infty}$  제어시 유연레일의 스텝응답  
위: 공극(2mm/div.), 아래: 전류(1A/div.)

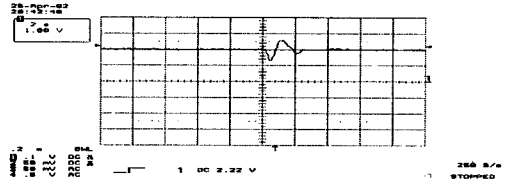


그림 10.  $H_{\infty}$  제어시 유연레일의 임펄스 응답  
공극(2mm/div.)

## VI. 결론

지금까지 유연한 레일을 갖는 흡인식 자기부상 시스템에 대한 추종 성능과 외란 제거 성능을 개선하기 위해 강인성 제어기 일종인  $H_{\infty}$  제어기를 설계하였으며, 이 제어기의 성능을 확인하기 위해 실험 장치를 제작하고, 이것에 실제로 적용하여 여러 가지 실험 결과를 얻었다.

그 결과, 레일이 강제라고 가정하여 설계한  $H_{\infty}$  제어기는 강제 레일과 유연 레일 모두 양호한 결과를 얻을 수 있었다. 여기서 중요한 점은, 자기부상열차와 같은 실제 시스템에서는 레일의 형상이 다양하더라도 부상 결과는 큰 차이가 없어야만 한다. 설계된  $H_{\infty}$  제어기를 적용하면 레일이 강제이든 유연하든 안정도가 저하되지 않으면서도 유연 모드를 잘 제어할 수 있다는 것을 알 수 있다.

## 참고문헌

- [1] P.K. Sinha, *Electromagnetic suspension: dynamics and control*. Stevenage, U.K. Peregrinus, 1987.
- [2] K. Glover and J.C. Doyle, "State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an  $H_{\infty}$ -norm bound and relations to risk sensitivity", *Syst. Control Letter*, vol.11, pp.167-172, 1988.
- [3] *Robust control toolbox, ver 2.0.6*, The Mathworks, 1998.
- [4] *VxWorks User's Guide*, The WindRiver, 1996.