자기포화를 갖는 인덕션 모터의 적응 입출력 선형화제어

이 민 재, 황 영 호, *김 도 우, 양 해 원
한양대학교 메카트로닉스공학과, *대덕대학 제어계측공학과
전화 : 031-419-2313 / 핸드폰 : 011-358-5447

Adaptive Input-Output Control of Induction Motor with Magnetic Saturation

Min Jae Lee, Young Ho Hwang, *Do Woo Kim, Hai Won Yang
Dept. of Mechatronics Engineering, Hanyang University
*Dept. of Electrical and Electronic Engineering, Daeduk College
E-mail : lminj74@daum.net

Abstract

In this paper, we proposed that the problem of controlling induction motor with magnetic saturation is studied from an input-output feedback linearization with adaptive algorithm. The π-model of induction motor is considered. An adaptive input-output feedback linearizing controller is considered under the assumption of known motor parameters and unknown load torque. Simulation results are provided for illustration.

I. 서 론

기기 해석의 일반적인 가정은 자기회로가 선형적이라는 것이다[1]. 이 가정은 자속이 포화영역 상태에 들어서는 것을 고려하지 않는 것을 의미한다. 그러나 기기의 자속은 과도현상이 일어날 때 자계가 선형이라는 것을 보장하지 못한다. 더구나 부하토크를 해석할 때 자기포화 영역에서 무리없이 작동하는 것은 중요하다[2]. 예로 전기 차량을 들 수 있는데, 인덕션 모터는 일반적인 상태에서는 문제없이 운전 하지만, 급경사를 오를 때나 장애물이 생겼을 때 순간적으로 높은 토크를 발생시켜 극복하여야 한다. 이때, 자속이'포화 영역에 들어서기도 한다. 자계가 선형이라는 가정은 모터 dynamics의 포화자속 효과를 무시하는 직접적인 원인이 된다.

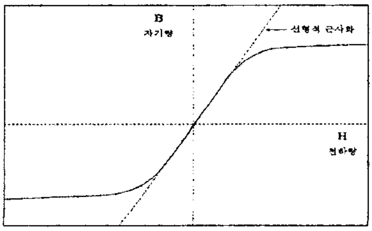

그림 1. B-H 포화곡선을 선형화시킨 그림

이러한 특성을 B-H 곡선으로(그림 1.) 표현할 수 있는데, B-H 곡선의 양끝 비선형적인 부분은 자기포화 영역으로서, 이 영역에 들어선 자속은 전류가 증가하여도 자속의 크기는 증가하지 않게 된다.

본 논문에서는 T 형 모델은 자속을 해석하기에 복잡한 구조이므로 회전자측 전류와 고정자측 전류로 양분하여 각각의 성분들의 계산을 쉽게 하기 위하여 π 형 모델로 변형시킨 시스템을 사용하여 자기포화를 갖는 인덕션 모터를 제어하였고, 기존에 고려하지 못했던 부하토크를 구하기 위하여 적응 알고리즘을 적용하였다. 제안한 방법이 유용함을 모의실험을 통해 검증하였다.

II. 인덕션 모터 모델

일반적인 기기 해석은 자기포화를 고려하지 않은 인덕션 모터의 T 형 모델에 근거한다. 하지만, 실제로는 자기포화를 갖는 인덕션 모터로 해석해야 과부하시의 전류를 제어할 수 있다. 이에 근거하여 인덕션 모터를 π 형 모델로 변형하고, 자속 성분으로 구성된 시스템 dynamics를 구한다. 자기포화를 갖는 π 형 인덕션 모터의 2상 전기적 등가식은 다음과 같다[3].

$$V_s = R_s I_s + \dot{\Psi}_s + J_2 \Psi_s ,$$
$$0 = R_r I_r + \dot{\Psi}_r - p\omega J_2 \Psi_r . \quad (1)$$

여기서 $J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ 이다.

식 (1)에서 V 는 상전원벡터, I 는 상전류벡터, R 은 상저항, Ψ 는 결합자속벡터이고, 각각의 아랫첨자 s 는 고정자, r 는 회전자를 나타내며, p 쌍극자 수, ω 회전자 속도이다. 여기서 $V, I, \Psi \in R^2$ 이다. 일반적인 T 형 인덕션 모터를 π 형 모델로 변형하면 시스템 dynamics는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} I_s \\ I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (g_s(\|\Psi_s\|) + g_l) I_2 & -g_l I_2 \\ -g_l I_2 & (g_r(\|\Psi_s\|) + g_l) I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_s \\ \Psi_r \end{bmatrix} . \quad (2)$$

여기서 g_s , g_r 는 스칼라 포화 함수이고, g_l 은 $\frac{1}{L}$ 이다.

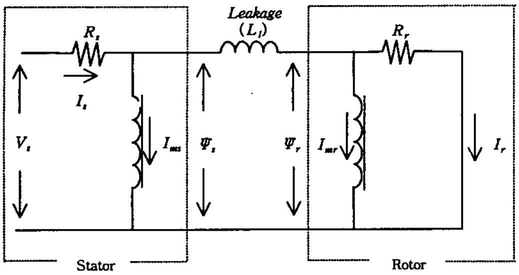

그림 2. π 형 인덕션 모터

자기포화를 갖는 π 형 인덕션 모터는 다음과 같다.

$$\dot{x} = f_1(x) + q\, f_2(x) + g_a(x)\, u_a + g_b(x)\, u_b ,$$
$$y = h(x) . \tag{3}$$

여기서 $x^T = [\ \omega\ \ \Psi_{ra}\ \ \Psi_{rb}\ \ \Psi_{sa}\ \ \Psi_{sb}\ ]$ 상태벡터,
$u^T = [\ 0\ \ 0\ \ 0\ \ u_a\ \ u_b\ ]$ 제어입력벡터 ,
$y^T = [\ y_1\ \ y_2\ ]$ 출력벡터 이다.

식(3)에서 성분은 다음과 같다.

$$f_1(x) = \begin{bmatrix} \mu\,(x_2 x_5 - x_3 x_4) - \frac{T_L}{J} \\ -R_r\,(\,g_r(x) + g_l\,)\,x_2 - p\,x_1 x_3 + R_r g_l x_4 \\ p\,x_1 x_2 - R_r\,(\,g_r(x) + g_l\,)\,x_3 + R_r g_l x_5 \\ R_s g_l x_2 - R_s(g_s(x) + g_l)x_4 \\ R_r g_l x_3 - R_s(g_s(x) + g_l)x_5 \end{bmatrix},$$
$$f_2(x) = \left[-\frac{1}{J}\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0 \right]^T, \tag{4}$$
$$g_a(x) = [\ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 1\ \ 0\ ]^T,$$
$$g_b(x) = [\ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 1\ ]^T,$$
$$q = T_L - T_{LN}, \qquad \mu = \frac{p\, g_l}{J} .$$

여기서 T_L 은 부하토크 이고, T_{LN} 은 부하토크의 nominal 값이다.

Ⅲ. 입출력 분리

입출력성분 분리를 위해 출력값의 Lie derivative를 구하고, Matrix $D(x)$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$D(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_{f_1} y_1 & L_{g_2} L_{f_1} y_1 \\ L_{g_1} L_{f_1} y_2 & L_{g_2} L_{f_1} y_2 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} -\mu\, x_3 & \mu\, x_2 \\ 2R_r\, g_l\, x_2 & 2R_r\, g_l\, x_3 \end{bmatrix}. \tag{5}$$

여기서 $y_1 = x_1$ 이고, $y_2 = x_2^2 + x_3^2$ 이다.

(단, $x \in R^5$ 이고 $x_2^2 + x_3^2 \neq 0$ 이다.)

[4]에 따라 좌표 변환을 다음과 같이 정의한다.

$$\xi_1 = y_1 = x_1 ,$$
$$\xi_2 = L_{f_1} y_1 = \mu\,(x_2 x_5 - x_3 x_4) - \frac{T_L}{J} ,$$
$$\xi_3 = y_2 = x_2^2 + x_3^2 , \tag{6}$$
$$\xi_4 = L_{f_1} y_2 = -\,2R_r\,(\,g_r(x) + g_l\,)\,(x_2^2 + x_3^2) + 2\,R_r\,g_l\,(\,x_2 x_4 + x_3 x_5\,),$$
$$\xi_5 = \tan^{-1}\left(\frac{x_3}{x_2}\right) .$$

$\left(\text{단, } \xi \in R^5 : \xi_3 \neq 0 \text{ 이고 } -\frac{\pi}{2} \leq \xi_5 \leq \frac{\pi}{2} \text{ 이다.}\right)$

입력항을 분리하기 위하여 ξ 의 도함수로 나타내면 다음과 같다.

$$\dot{\xi}_1 = \xi_2 ,$$
$$\dot{\xi}_3 = \xi_4 ,$$
$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}_2 \\ \dot{\xi}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{f_1} L_{f_1} y_1 \\ L_{f_1} L_{f_1} y_2 \end{bmatrix} + D(x) \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \end{bmatrix}, \tag{7}$$
$$\dot{\xi}_5 = p\,x_1 + R_r\,g_l\,(\,x_2 x_5 - x_3 x_4\,) .$$

식(7)의 성분은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} L_{f_1} L_{f_1} y_1 = &-\mu\,p\,x_1\,(\,x_2 x_4 + x_3 x_5\,) \\ &-\mu\,R_r\,(g_r(x) + g_l\,)\,(\,x_2 x_5 - x_3 x_4\,) \\ &-\mu\,R_s\,(\,g_s(x) + g_l\,)\,(x_2 x_4 + x_3 x_5\,). \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} L_{f_1} L_{f_1} y_2 = &\ 2\,R_r^2 g_l^2\,(x_4^2 + x_5^2) \\ &+ 2pR_r\,g_l\,x_1\,(\,x_2 x_5 - x_3 x_4\,) \\ &+ 2R_r R_s(x_2^2 + x_3^2)g_l^2 \\ &+ 4R_r^2\,(x_2^2 + x_3^2)\,(g_r(x) + g_l)^2 \\ &+ 2R_r^2\,(x_2^2 + x_3^2)^{-\frac{3}{2}}(g_r(x) + g_l)\frac{dg_r}{dz}\Big|_{z=\sqrt{x_2^2+x_3^2}} \\ &- 2\,R_r^2 g_l(x_2x_4 + x_3x_5)\sqrt{x_2^2 + x_3^2}\frac{dg_r}{dz}\Big|_{z=\sqrt{x_2^2+x_3^2}} \\ &- 2\,R_r^2\,g_l\,(x_2x_4 + x_3x_5)(g_r(x) + g_l) \\ &- 2\,R_r R_s\,g_l\,(x_2x_4 + x_3x_5)(g_s(x) + g_l) \\ &- 4\,R_r^2\,g_l\,(x_2x_4 + x_3x_5)(g_r(x) + g_l). \end{aligned} \tag{9}$$

Ⅳ. 적응 입출력 선형화 제어

Ⅲ에서는 시스템 dynamics에서 입력항의 분리 과정을 나타었다. 이 절에서는 미지의 파라미터를 추정하기 위하여 적응 알고리즘을 적용하였다. 적응 입출력 선형화 작업을 하기 위하여 적응 추적문제가 다음과 같은 기준 신호를 만족한다고 가정한다.

가 정 : $\omega_{ref}(t) = c_1$ 이고 $|\Psi|^2_{ref}(t) \geq c_2 > 0$ 이다.

(단, 모든 t 시간동안 c_1 , c_2 는실수)

미지의 파라미터 q 와 추정값 $\hat{q}(t)$ 의 오차를 e_q 라 정의한다.

$$e_q = q - \hat{q}(t). \tag{10}$$

ξ 로 표현되었던 식을 입출력 분리하기 위하여 z 좌표 시스템으로 변환하면 다음과 같다.

$$z_1 = \xi_1 ,$$
$$z_2 = \xi_2 + \hat{q}(t) L_{f_2} y_1 ,$$
$$z_3 = \xi_3 ,$$
$$z_4 = \xi_4 . \tag{11}$$

식(11)의 도함수는 다음과 같다.

$$\dot{z}_1 = z_2 + e_q L_{f_2} y_1 ,$$
$$\dot{z}_2 = L_{f_1} L_{f_1} y_1 + \frac{d\hat{q}}{dt} L_{f_2} y_1 + L_{g_a} L_{f_1} y_1 u_a + L_{g_b} L_{f_1} y_1 u_b ,$$
$$\dot{z}_3 = z_4 , \tag{12}$$
$$\dot{z}_4 = L_{f_1} L_{f_1} y_2 + L_{g_a} L_{f_1} y_2 u_a + L_{g_b} L_{f_1} y_2 u_b .$$

적응 입출력 선형화 궤환의 입력값은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \end{bmatrix} = D(x)^{-1} \begin{bmatrix} -L_{f_1} L_{f_1} y_1 + \frac{d\hat{q}}{dt} L_{f_2} y_1 + v_{a\,ref} \\ -L_{f_1} L_{f_1} y_2 + v_{b\,ref} \end{bmatrix} . \tag{13}$$

식(13)의 성분은 Lie derivative를 통하여 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$L_{f_2} = -\frac{1}{J} . \tag{14}$$

기준신호를 추적하기 위하여 $v_{a\,ref}$ 와 $v_{b\,ref}$ 를 다음으로 정의한다.

$$v_{a\,ref} = k_{11}(\omega_{ref} - \omega) + k_{12}(\dot{\omega}_{ref} - \dot{\omega}) + \ddot{\omega}_{ref} , \tag{15}$$

$$v_{b\,ref} = k_{21}(|\Psi|^2_{ref} - \|\Psi_r\|^2) + k_{22}(|\dot{\Psi}|^2_{ref} - \|\dot{\Psi}_r\|^2) + |\ddot{\Psi}|^2_{ref} .$$

이때 k_{11}, k_{12}, k_{21}, k_{22} 값은 안정한 시스템이 되도록 적절히 설정한다.

기준 신호에 사용한 설계 파라미터를 K 로 나타내면 다음과 같다.

$$K = block\ diag\,(K_a , K_b) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k_{11} & -k_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -k_{21} & -k_{22} \end{bmatrix} . \tag{16}$$

기준 모델은 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_{1M} \\ \dot{z}_{2M} \end{bmatrix} = K_a \begin{bmatrix} z_{1M} \\ z_{2M} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ v_{a\,ref} \end{bmatrix} ,$$
$$\begin{bmatrix} \dot{z}_{3M} \\ \dot{z}_{4M} \end{bmatrix} = K_a \begin{bmatrix} z_{3M} \\ z_{4M} \end{bmatrix} . \tag{17}$$

기준 모델 추적 에러는 다음과 같이 정의된다.

$$e = (z_1 - z_{1M}, z_2 - z_{2M}, z_3 - z_{3M}, z_4 - z_{4M})^T . \tag{18}$$

식(18)의 도함수는 다음과 같다.

$$\dot{e}_1 = \dot{z}_1 - \dot{z}_{1M} = e_2 + e_q L_{f_2} y_1 ,$$
$$\dot{e}_2 = \dot{z}_2 - \dot{z}_{2M} = -k_{11} e_1 - k_{12} e_2 ,$$
$$\dot{e}_3 = \dot{z}_3 - \dot{z}_{3M} = e_4 , \tag{19}$$
$$\dot{e}_4 = \dot{z}_4 - \dot{z}_{4M} = -k_{21} e_3 - k_{22} e_4 .$$

(단, $e_i(t) = 0$ 이고, $1 \leq t \leq 4$ 이다.)

식(19)를 matrix 로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \\ \dot{e}_4 \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} + e_q \begin{bmatrix} L_{f_2} y_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} . \tag{20}$$

여기서 $W^T = [\, L_{f_2} y_1 \ 0 \ 0 \ 0 \,]$ 이다.

파라미터의 추정치를 구하기 위해 Lyapunov 함수를 사용하여 적응칙을 설계한다. S 와 Q matrix는 다음과 같다.

$$S = block\ diag\,(S_a , S_b),$$
$$Q = block\ diag\,(Q_a , Q_b). \tag{21}$$

Positive definite symmetric matrix Q 에 대해서, 다음의 Lyapunov 방정식을 만족하는 positive definite symmetric matrix 가 되도록 S 를 구한다.

$$K^T S + S K = -Q , \tag{22}$$

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{33} & S_{34} \\ 0 & 0 & S_{43} & S_{44} \end{bmatrix} . \tag{23}$$

적응칙을 정하기 위하여 다음과 같은 Lyapunov 함수 후보를 정의한다.

$$V = e^T S e + e_q^T \Gamma e_q . \tag{24}$$

여기서 Γ 는 symmetric matrix 이다.

식 (24)을 미분하면 다음과 같다.

$$\frac{dV}{dt} = e^T (K^T S + S K) e + 2 e_q \left[W^T S e + \Gamma \frac{de_q}{dt} \right] . \tag{25}$$

식(25)가 $K^T S + S K$ 로 인하여 항상 0보다 작은 함수로 구성되어지기 위해 다음과 같이 선택한다.

$$\frac{de_q}{dt} = -\Gamma^{-1} W^T S e . \tag{26}$$

식(26)과 식(10)을 통하여 다음식을 얻게 된다.

$$\frac{d\hat{q}}{dt} = \Gamma^{-1} W^T S e . \tag{27}$$

식(27)을 사용하여 파라미터를 추정하게 된다.

$$\frac{dV}{dt} = -e^T Q e \leq 0 . \tag{28}$$

식(28)를 통하여 안정함을 알 수 있다.

V. 모 의 실 험

제안된 적응 입출력 선형화제어를 위하여 인덕션 모터의 자기포화된 π 형 모델을 사용하였다. 제어법칙의 효용성을 나타내기 위하여 표 1. 과 같이 인덕션 모터의 특성값을 정하고, 컴퓨터 모의실험을 하였다.

표 1. 인덕션 모터의 특성값

고정자 저항	$R_s = 8$	회전자 저항	$R_r = 6$
누설 인덕턴스	$L_l = 0.062H$	관성 모멘트	$J = 0.06$
쌍 극 자 수	$p = 2$	부하토크	$T_l = 1$
포 화 함 수	$\|g_r\| = 0.5495 \times \frac{(e^{2\|\Psi_r\|} - 1)}{(e^{2\|\Psi_r\|} + 1)}$, $\|g_s\| = 0.5495 \times \frac{(e^{2\|\Psi_s\|} - 1)}{(e^{2\|\Psi_s\|} + 1)}$		

실제 회전자 자속의 초기조건은 미지의 상태값으로 관측자를 통하여 추정한다. 그러므로, 관측자의 회전자속의 초기조건을 $\Psi_{ra}(0) = \Psi_{rb}(0) = 0.1$ 로 정한다. 그리고 다른 상태변수들의 초기조건은 0 으로 설정한다. 본 논문에서는 제어기의 이득값을 다음과 같이 하였다.

$k_{11} = 900$, $k_{12} = 60$, $k_{21} = 60$, $k_{22} = 900$, $\Gamma = 2.5$

기준신호로 $\omega_{ref}(t) = 20 + 10\sin(4t)$ 와 $|\Psi|_{ref} = 0.8 + 0.2\sin\left(\frac{t}{2}\right)$를 사용하였을 때

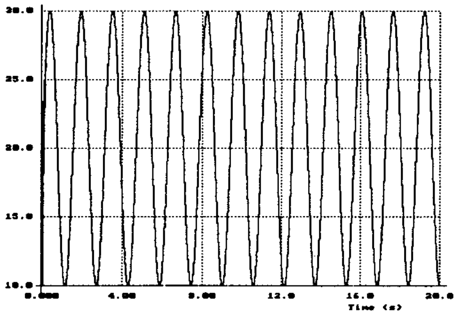

그림 3. 기준신호 $\omega_{ref}(t)$ 와 적응제어에 의한 $\omega(t)$

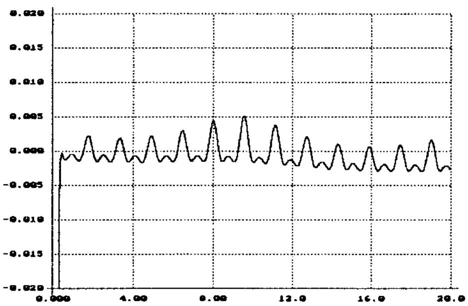

그림 4. 적응 제어에 의한 $\omega(t)$ 의 추적 오차

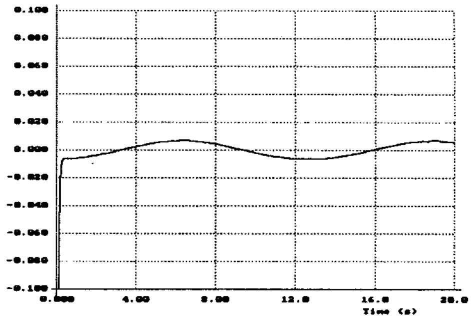

그림 5. 적응 제어에 의한 $\Psi(t)$ 의 추적 오차

VI. 결 론

본 논문에서는 자기포화를 갖는 인덕션 모터를 적응 입출력 선형화 기술을 사용하여 제어하였다. 제안된 모델은 자기적으로 비선형적인 π 형 모델이다. 일반적으로 사용된 T 형 모델의 회전자와 고정자측 자속을 상태 성분으로 하여 포화자속 성분을 계산할 수 있는 장점을 이용하였으며, 입출력 선형화 기술에서 추정하지 못한 부하토크를 적응제어 기법을 사용하여 추정하도록 하였다. 적응 알고리즘이 자기포화를 갖는 인덕션 모터에 적용되어 질 수 있음을 모의실험을 통하여 확인할 수 있었다. 그러나 실제 모터를 제어하는데 제한적인 조건이 많이 있어 여러 파라미터를 추정하는 연구가 계속 되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

[1] W. Leonard, Control of Electric Drives. Berlin : Springer-Verlag, 1985.

[2] C. R. Sullivan, and S. R. Sanders, "Models for induction machines with magnetic saturation of the main flux path", IEEE Trans. Ind. Applicat., vol. 31, no. 4, pp. 907-917, 1995.

[3] H. A. Abdel Fattah, "Input-Output Linearization of Induction Motors with Magnetic Saturation", Proceedings of the ACC, Chicago, p. 600~604, June 2000.

[4] A. Isidori, Nonlinear Control Systems. Heidelberg : Springer-Verlag, 3rd ed., 1996.