

## 적응 이산시간 반복제어 및 리니어모터에의 응용

안 현 식

국민대학교 전자정보통신공학부

전화 : 02-910-4709

### Discrete-Time Adaptive Repetitive Control and Its Application to Linear Motors

Hyun-Sik Ahn

School of Electrical Engineering, Kookmin University

E-mail : ahs@kookmin.ac.kr

#### Abstract

In this paper, we propose an adaptive repetitive control algorithm for the system the task of which is repetitive. The feedforward controller in the repetitive control system is modified by using the system parameter identifier in order to improve the convergence characteristics. The proposed algorithm is applied to the tracking control of a linear BLDC motor to which a periodic reference input is applied. It is illustrated by simulation results that the proposed adaptive repetitive control method yields better control performance than existing repetitive control even when modeling errors exist.

#### I. 서론

산업공정에서 직선 운동의 정밀도 향상에 대한 요구가 점차 증가하고 있으나 대부분의 공정에서는 기존의 회전형 모터에 기계적 보조장치를 부착시켜 사용하고 있다. 이 경우에는 직선 변환장치에 의해 속응성 및 정밀도가 떨어지고, 구조가 복잡하고 부피가 커지는 단점이 있으므로 기기장치의 소형화 및 고정밀도화가 요구되는 경향에 따라 이와 같이 복잡한 변환기구가 필요

없는 리니어 모터의 의 필요성이 커져 가고 있다.

리니어 모터는 회전형 모터의 회전자, 고정자 및 공극을 직선적으로 전개하여 전기에너지를 직접 선형 운동에너지로 변환시켜 직선 추력을 발생시키는 장치를 총칭하며 고집적 반도체의 개발 및 제어기술, 관련 소재 등의 급속한 발전에 힘입어 본격적인 산업화 단계에 이르고 있다[1],[2].

리니어 모터에 의해 구동되는 제어시스템은 일반적으로 산업 현장에서 특정한 작업을 반복적으로 수행하고 있으므로 제어시스템에 대한 입력은 주기함수의 특성을 갖게 된다. 이러한 주기함수를 입력으로 하는 서보시스템에 대한 제어기로서 반복제어(Repetitive control)에 대한 이론적 연구 및 응용이 활발히 이루어지고 있다[3],[4],[6]. 그러나 반복제어의 추종성능은 시스템의 수학적 모델링에 기초하여 설계되는 순방향제어기에 크게 의존하고 있다.

본 논문에서는 시스템 식별기를 이용하여 시스템 매개변수를 식별한 후 이로부터 얻어진 매개변수를 이용하여 반복제어기 내의 순방향제어기의 계수를 샘플링 시간마다 갱신해 나가면서 반복 제어기의 수렴성능을 개선시키는 제어 방법을 제안한다. 리니어 BLDC 모터에 대한 시뮬레이션을 통하여 제안된 방법의 타당성 및 성능을 검토한다.

## II. 적응 이산시간 반복제어

### 2.1 이산시간 반복제어

기준입력이 주기함수의 특성을 갖는 경우에 효과적인 제어기 설계방법으로서 반복제어를 고려할 수 있다. 이 제어기 설계에서는 Francis와 Wonham의 Internal Model Principle이 중요한 역할을 한다[5]. Internal Model Principle에 의하면 안정한 폐루프 시스템에 기준신호 발생기가 포함되어 있으면 실제 출력이 정상상태 오차 없이 기준신호를 추종하게 된다. 따라서 주기적인 기준 신호에 대한 점근적인 추종은 제어기 내부에 그와 같은 주기적인 신호를 만들어내는 모델을 구현함으로써 가능하다. 반복제어는 기본적으로 이 원리에 기초하여 제어기를 구성하고 적절한 순방향제어기 및 반복제어이득을 선정함으로써 점근적 안정성 및 추종성능을 동시에 만족시키려는 방법이다.

주어진 시스템이 다음과 같이 표현된다고 가정한다.

$$G_S(z^{-1}) = \frac{z^{-d}B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (1)$$

$$e(k) = G_S(z^{-1})u_r(k) \quad (2)$$

여기서,  $G_S(z^{-1})$ 는 시스템 전달함수,  $d$ 는 시스템의 지연의 수,  $e(k)$ 는 추종오차,  $u_r(k)$ 는 반복제어 입력을 나타내며,  $B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_mz^{-m}$ ,

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} \dots + a_nz^{-n} \text{ 이다.}$$

식 (1)은 임의의 제어기를 포함한 폐루프 시스템 전체에 대한 전달함수로 이 시스템은 내부적으로 점근적으로 안정하다고 가정한다. 반복제어는 주기적인 추종오차를 영으로 점근적으로 수렴시키면서 시스템의 빠른 추종성능을 보장하는 반복제어입력  $u_r(k)$ 를 구하는 것으로서 그 구성은 그림 1과 같다.

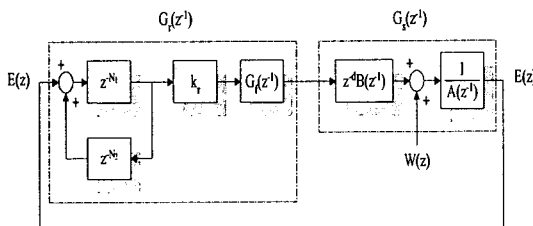


그림 1. 이산시간 반복제어 시스템의 구성.

여기서 반복제어 이득이  $0 < k_r < 2$ 일 때 점근적으로 안정하며  $G_f(z^{-1})$ 은 순방향제어기이다[3]. 반복제어기의 추종성능은 순방향 제어기 및 반복제어 이득의 적절한 선정에 따라 크게 영향을 받는다. 따라서 본 장에서는 시스템 파라미터들을 on-line으로 추정하면서 얻어진 결과를 이용하여 순방향 제어기의 매개변수들을 조정해 나가는 반복제어 방법을 제시한다.

### 2.2 적응 이산시간 반복제어

적응 이산시간 반복제어 시스템의 기본적인 구성은 그림 2에 나타난 바와 같다.

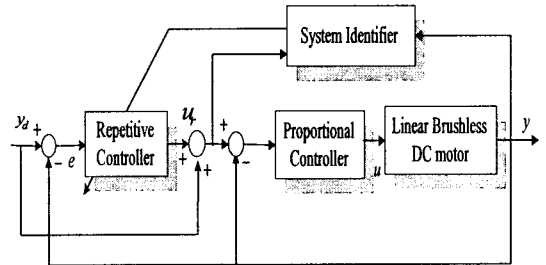


그림 2. 적응 이산시간 반복제어 시스템의 구성.

시스템 매개변수 식별기에서는 최소자승법을 이용하여 시스템 매개변수들을 추정하고 그 결과에 기초하여 반복제어기 내의 순방향제어기의 계수들을 적절히 조정해 나간다. 추정해야 할 매개변수 벡터를  $\theta(k)$ 라 할 때 추정식은 다음과 같다[7].

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + \frac{F(k)\phi(k)}{1 + \phi^T(k)F(k)\phi(k)} \varepsilon^o(k+1) \quad (3)$$

$$F(k+1) = \frac{1}{\lambda_1(k)} \left[ F(k) - \frac{F(k)\phi(k)\phi^T(k)F(k)}{\lambda_1(k)/\lambda_2(k) + \phi^T(k)F(k)\phi(k)} \right] \quad (4)$$

여기서  $\varepsilon^o(k+1) = y(k+1) - \hat{y}^o(k+1)$ ,  $\hat{y}^o(k+1) = \hat{\theta}^T(k)\phi(k)$  이고  $F(0) = \sigma I$  이다. 실제 구현에 있어서  $\lambda_1(k)$ 와  $\lambda_2(k)$ 는 다음의 범위 내에서 적당히 선택할 수 있다. 여기서  $F(0) > 0$ ,  $0 < \lambda_1(k) < 1$ ,  $0 < \lambda_2(k) < 2$  이다.

### III. 리니어 모터에의 적용

회전형 3상 동기모터에서의 토크 발생 원리가 리니어 모터에서는 직선방향의 추력 발생 원리에 대응되며, 회전형 3상 동기모터에서와 유사하게 리니어 BLDC 모터의 전기적 모델링을 다음과 같이 정립할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 E_u(t) &= Ri_u(t) + L \frac{di_u(t)}{dt} - K_e v_e(t) \sin\left(\frac{x_e}{\tau} \pi\right) \\
 E_v(t) &= Ri_v(t) + L \frac{di_v(t)}{dt} - K_e v_e(t) \sin\left(\frac{x_e}{\tau} \pi - \frac{2}{3} \pi\right) \\
 E_w(t) &= Ri_w(t) + L \frac{di_w(t)}{dt} - K_e v_e(t) \sin\left(\frac{x_e}{\tau} \pi + \frac{2}{3} \pi\right)
 \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $E_k(t)$ ,  $i_k(t)$ ,  $K_e$  및  $v_e$ 는 각각 k상 전압, k상 전류, 역기전력 상수 및 모터 가동부의 이동 속도로서 전기적 속도이다. 또한  $\tau$ 는 N극 자석 중심과 S극 자석 중심 사이의 거리(Pole Pitch)이고  $x_e$ 는 변위이다. 리니어 BLDC 모터는 직선운동을 하므로 모터의 기계적 동적 방정식은 다음과 같다.

$$F(t) = m \cdot \ddot{v}_m + f_v \cdot v_m + f_L \quad (6)$$

여기서  $v_m$ 은 모터 가동부의 속도로서 기계적 속도이고,  $f_v$ ,  $f_L$  및  $m$ 은 각각 점성 마찰계수, 부하추력 및 가동부의 질량이다.

이제 리니어 BLDC 모터에 대한 전달함수를 구하기 위해 각 상간의 상호 인덕턴스를 무시하고 단상에 대한 모터의 전기적, 기계적 방정식을 쓰면 다음과 같다.

$$E = (R + Ls)I + K_e V_m \quad (7)$$

$$F = K_e I \quad (8)$$

$$F = M V_m + f_v V_m + f_L \quad (9)$$

여기서  $E$ ,  $V_m$ ,  $M$ ,  $f_v$ ,  $K_e$ 는 각각 입력 전압과 모터 가동부 이동 속도의 라플라스 변환, 모터 가동부의 질량, 점성 마찰 계수 및 역기전력 상수이며, 부하추력  $f_L$ 은 0으로 한다. 따라서 시스템 전달함수는

$$G_m(s) = \frac{X_m}{E} = \frac{K_e}{L \cdot Ms^3 + (L \cdot f_v + R \cdot M)s^2 + (K_e^2 + R \cdot f_v)s} \quad (10)$$

이 되고, 식 (10)을 zero order holder를 이용해 이산화시키면 다음과 같은 전달함수를 얻는다.

$$G_m(z^{-1}) = \frac{z^{-1}(b'_0 + b'_1 z^{-1} + b'_2 z^{-2})}{1 + a'_1 z^{-1} + a'_2 z^{-2} + a'_3 z^{-3}} \quad (11)$$

이제 폐환 제어를 비례 제어기로 한 경우의 전체 폐루프 시스템의 전달 함수는 다음과 같다.

$$G_c(z^{-1}) = \frac{z^{-1}(b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3}} \quad (12)$$

이산시간 반복제어기에서 본 시스템의 전달함수는 페루프 제어시스템의 전체 전달함수와 같고, 순방향제어기의 극점과 영점이 모두 단위 원 안에 있다고 가정하면 이산시간 반복제어 시스템 내의 순방향제어기는 다음과 같이 결정될 수 있다.

$$G_f(z^{-1}) = \frac{A(z^{-1})}{B(z^{-1})} = \frac{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3}}{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}} \quad (13)$$

즉, 적용 이산시간 반복제어기는 이산시간 반복제어기의 순방향 전달함수의 매개변수를 시스템 식별 과정을 통해 수정해 나간다. 따라서 리니어 BLDC 모터에 사용되는 적용 이산시간 반복제어기는 다음과 같이 된다.

$$u_r(k) = k_r \frac{1 + a_1(k)z^{-1} + a_2(k)z^{-2} + a_3(k)z^{-3}}{b_0(k) + b_1(k)z^{-1} + b_2(k)z^{-2}} \frac{z^1}{z^N - 1} e(k) \quad (14)$$

### IV. 시뮬레이션 결과

본 절에서는 Anorad사의 LW7 리니어 스테이지[8]의 데이터를 이용하여 앞 절에서 제시된 적용 반복제어의 타당성 및 추종성능을 검토한다. 리니어 BLDC 모터는 1초의 주기를 갖고 정현파 형태의 제어를 추종하는 동작을 반복한다고 가정하여 다음과 같은 기준제어를 고려한다.

$$y_d = 0.3(1 - \cos(2\pi t)) [m] \quad (15)$$

기존의 이산시간 반복제어기와 적용 이산시간 반복

제어기에 대한 시뮬레이션 결과의 비교를 위하여 리니어 모터 모델은 20%의 모델링 오차와 쿨롱 마찰력을 포함한다고 가정하였다. 적응 이산시간 반복제어 시스템의 구성은 앞 절의 그림 2와 같으며 궤환 제어기는 비례 이득 200의 비례 제어기로 하였다.

표 1은 순방향 제어기의 매개변수 값이다. 이 매개변수는 식 (14)에 나타낸 적응 이산시간 반복제어기의 매개변수 초기값이 되며, 표 1의 값들은 표 2에 나타낸 모터의 매개변수 값에서 20% 모델링 오차를 취하여 얻은 값이다.

표 1. 순방향 제어기 계수

$a_1$	-0.61461	$b_0$	0.26708
$a_2$	0.014926	$b_1$	0.12777
$a_3$	0.0037377	$b_2$	0.0092036

표 2. 리니어 BLDC 모터의 매개변수

Mass	1.3 [kg]	Back EMF Constant	18.5 volt/(m/sec)
Viscous Friction Coefficient	0.1 N/(m/sec)	Resistance	3.9[Ohm]
Inductance	0.03 H	Sampling Time	40[msec]

그림 3 및 그림 4로부터 추종할 궤적의 첫 주기 동안에는 이산시간 반복제어기와 적응 이산시간 반복제어기에서는 모두 출력이 나타나지 않으므로, 추종오차는 동일하게 나타나며 한 주기가 끝난 1초 이후부터 추종오차는 감소되기 시작한다. 반복제어 이득이 0.6으로 동일한 경우, 적응 이산시간 반복제어의 수렴속도가 이산시간 반복제어기보다 빠르고, 마찰력의 영향에 강한 특성을 보임을 시뮬레이션 결과를 통해 알 수 있다.

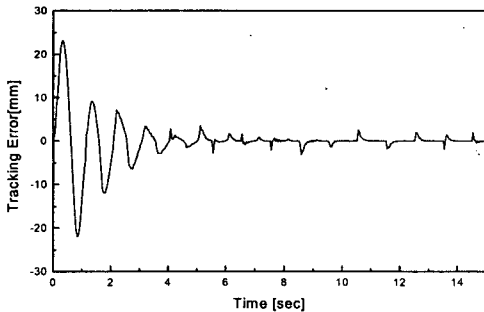


그림 3. 이산시간 반복제어의 시뮬레이션 결과.

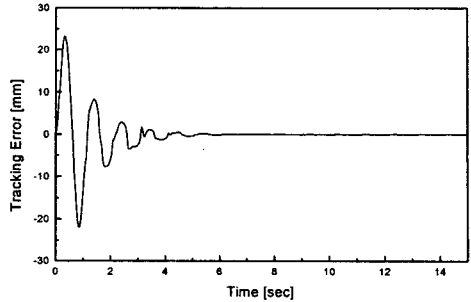


그림 4. 적응 반복제어의 시뮬레이션 결과.

## V. 결론

본 논문에서는 반복제어 사용시 수렴성을 개선시키기 위하여 시스템 매개변수 식별기를 사용한 적응 이산시간 반복제어를 제안하였다. 추정된 매개변수들을 이용하여 반복제어기의 순방향제어기의 계수를 조정함으로써 모델링 오차의 존재시에도 수렴 속도를 개선시킬 수 있음을 리니어 BLDC 모터에 대한 시뮬레이션 결과를 통하여 확인하였다.

## 참고문헌

- [1] S. A. Nasar and I. Bodea, *Linear Motion of Electric Machines*, John Wiley & Sons Inc., 1976.
- [2] 박승찬, 김규탁, 장석명, "리니어 모터의 설계 기술," *대한전기학회지*, 48권, 2호, pp.21-26, 1999.
- [3] M. Tomizuka, T. C. Tsao and K. K. Chew, "Discrete-Time Domain Analysis and Synthesis of Repetitive Controllers," *Proc. of 1988 American Control Conference*, pp. 860-866, 1988.
- [4] D. Y. Jeon and M. Tomizuka, "Learning Hybrid Force and Position Control of Robot Manipulators," *IEEE Trans. Robotics Automat.*, vol.9, no.4, pp.423-431, 1993.
- [5] B. A. Francis and W. M. Wonham, "The Internal Model Principle for Linear Multivariable Regulators," *Appl. Math. and Opt.*, vol.2, pp. 170-194, 1975.
- [6] T. C. Tsao and M. Tomizuka, "Robust Adaptive and Repetitive Digital Tracking Control and Application to a Hydraulic Servo for Noncircular Machining," *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 116, pp. 24- 32, 1994.
- [7] P. N. Paraskevopoulos, *Digital Control Systems*, Prentice Hall, 1996.
- [8] Anorad Corporation, *LW7 Linear Motor Stage*, 1998.