

웨이블릿 신경 회로망을 이용한 혼돈 비선형 시스템의 간접 적응 제어

최 종 태, *최 윤 호, 박 진 배
연세대학교 전기전자공학과, *경기대학교 전자기계공학부
전화 : 02-2123-2773 / 핸드폰 : 016-296-4681

Indirect Adaptive Control of Chaotic Nonlinear Systems Using Wavelet Neural Networks

Jong Tae Choi, *Yoon Ho Choi, Jin Bae Park
Dept. of Electrical and Electronic Engineering, Yonsei University
*School of Electronic and Mechanical Engineering, Kyonggi University
E-mail : jtchoi@control.yonsei.ac.kr

Abstract

This paper presents a design method of the wavelet neural network-based controller using indirect adaptive control method to deal with an intelligent control for chaotic nonlinear systems. The proposed control method includes the identification and control process for chaotic nonlinear systems. The identification process for chaotic nonlinear systems is an off-line process which utilizes the serial-parallel structure of wavelet neural networks. The control process is an on-line process which uses the trained wavelet neural network by the identification process. Gradient-descent method and error back-propagation algorithm are used for training of identification and control for chaotic nonlinear systems. And the effectiveness and feasibility of the proposed control method is demonstrated with application to the chaotic nonlinear systems.

나 비선형 방정식을 필요로 하므로 물리적으로 정확한 모델을 알 수 없는 시스템에 적용하기 힘든 단점을 갖고 있다. 이러한 기존 제어의 단점을 극복하기 위해 파라미터 추정을 통한 동정 모델을 생성하여 제어 하는 적응 제어 기법이 도입되었고[4], 또한 지능 제어의 관점에서 신경 회로망이나 퍼지 이론에 기반하여 제어하고자 하는 연구들이 진행되었다[5]. 하지만 지능 제어 이론에 기반한 제어 방식은 국부 최소치(local minima)로의 수렴 가능성과 혼돈 특성을 정확히 반영하지 못하는 단점을 갖고 있다. 따라서 시간 및 주파수 특성의 해석 능력이 우수한 웨이블릿 변환을 이용한 지능 제어 이론의 연구가 진행되고 있다[6].

본 논문에서는 혼돈 비선형 시스템의 동특성을 정확히 반영한 지능 제어를 위해 간접 적응 제어 기법에 기반한 웨이블릿 신경 회로망(Wavelet Neural Network: WNN) 제어기의 설계 방법을 제안한다. 한편 설계된 웨이블릿 신경 회로망 제어기를 대표적인 연속 시간 혼돈 비선형 시스템인 Duffing 시스템에 적용하여 설계된 제어기의 효율성 및 우수성을 검증하고자 한다.

1. 서 론

초기 조건에 민감하며 비주기적이고 예측 불가능한 현상으로 정의되는 혼돈(chaos) 현상을 제어하기 위한 기존의 제어 방법[1][2][3]들은 시스템의 정확한 모델이

2. 웨이블릿 신경 회로망

웨이블릿 이론은 1980년대 초 다해상도 해석(multi-resolution analysis) 분야에서 푸리에(Fourier) 해석의 단점을 보완하기 위하여 Mallat에 의해 처음으로 제안되었다[7]. 이동(translation) 인자와 확장(dilation) 인자

로 구성되는 웨이블릿은 식 (1)과 같이 모체(mother) 웨이블릿 함수로 구성된다.

$$\phi(z) = \phi\left(\frac{x-m}{d}\right) \quad (1)$$

여기서, m 과 $d(>0)$ 는 각각 이동, 확장 인자를 나타내며, 모체 웨이블릿은 식(2)와 같은 가우시안(Gaussian) 함수의 1차 미분형이다.

$$\phi(z) = -z \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) \quad (2)$$

2.1 웨이블릿 신경 회로망의 구조

그림 1은 N_i 개의 입력과 1개의 출력을 갖는 WNN의 구조를 나타낸다.

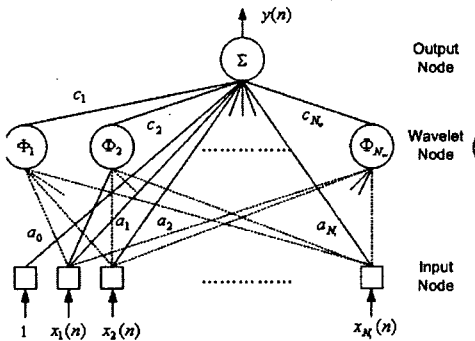


그림 1 웨이블릿 신경 회로망의 구조

그림 1에서 웨이블릿 노드의 각 웨이블릿은 식 (3)과 같이 각 입력에 대한 모체 웨이블릿의 곱으로 표현된다.

$$\Phi_j(\mathbf{x}) = \prod_{k=1}^{N_i} \phi(z_k), \text{ with } z_k = \frac{x_k - m_k}{d_k} \quad (3)$$

여기서, $k=1, \dots, N_i$, $j=1, \dots, N_w$ 이며, N_i 는 입력의 수, N_w 는 웨이블릿 노드의 웨이블릿 수이다.

그림 1에서 WNN의 출력 값은 식 (4)같이 입력, 웨이블릿 및 각 파라미터들로 구성된다.

$$y = \Psi(\mathbf{x}, \theta) = \sum_{j=1}^{N_w} c_j \Phi_j(\mathbf{x}) + a_0 + \sum_{k=1}^{N_i} a_k x_k \quad (4)$$

여기서, a_0 와 a_k 는 입력 노드와 출력 노드 사이의 가중치(weighting), c_j 는 웨이블릿 노드와 출력 노드 사이의 가중치이고 θ 는 학습을 통하여 갱신되는 WNN의 파라미터 집합이다.

$$\theta = \{a_0, a_k, c_j, m_k, d_k\} \quad (5)$$

2.2 웨이블릿 신경 회로망의 학습 방법

WNN의 학습은 식 (6)과 같은 비용 함수를 최소화 하는 파라미터 집합 θ 를 구하는 것이다.

$$J(\theta(n)) = \frac{1}{2} (y_r(n) - y(n))^2 = \frac{1}{2} e^2(n) \quad (6)$$

여기서, $y(n)$ 은 n 번째 WNN의 출력이며, $y_r(n)$ 은 $y(n)$ 의 기준 출력 값이다.

파라미터 집합 θ 는 식 (7)과 같은 경사 하강법 (gradient-descent method)을 이용하여 구해진다.

$$\theta(n+1) = \theta(n) - \Delta\theta(n) = \theta(n) - \eta \frac{\partial J(\theta(n))}{\partial \theta(n)} \quad (7)$$

여기서, η 는 WNN의 학습률(learning rate)이고, $\frac{\partial J(\theta(n))}{\partial \theta(n)}$ 은 $\theta(n)$ 에 대한 비용 함수의 기울기로서 식 (8)에 의해 계산된다.

$$\frac{\partial J(\theta(n))}{\partial \theta(n)} = -e(n) \frac{\partial y(n)}{\partial \theta(n)} \quad (8)$$

식 (8)에서 $\theta(n)$ 에 대한 $y(n)$ 의 기울기 $\frac{\partial y(n)}{\partial \theta(n)}$ 는

파라미터에 대해 다음과 같이 재정리할 수 있다.

- 파라미터 a_0

$$\frac{\partial y(n)}{\partial a_0} = 1 \quad (9)$$

- 파라미터 a_k

$$\frac{\partial y(n)}{\partial a_k} = x_k \quad (10)$$

- 파라미터 c_j

$$\frac{\partial y(n)}{\partial c_j} = \Phi_j(\mathbf{x}) \quad (11)$$

- 파라미터 m_k

$$\frac{\partial y(n)}{\partial m_k} = -\frac{c_j}{d_k} \frac{\partial \Phi_j(\mathbf{x})}{\partial z_k} \quad (12)$$

여기서, $\frac{\partial \Phi_j(\mathbf{x})}{\partial z_k} = \phi(z_{j1}) \phi(z_{j2}) \dots \phi(z_{jk}) \dots \phi(z_{jN_i})$,

$$\phi(z_k) = \frac{d\phi(z_k)}{dz_k} = (z_k^2 - 1) \exp\left(-\frac{1}{2}z_k^2\right)$$

- 파라미터 d_k

$$\frac{\partial y(n)}{\partial d_k} = -\frac{c_j}{d_k^2} z_k \frac{\partial \Phi_j(\mathbf{x})}{\partial z_k} \quad (13)$$

3. 간접 적응 제어기 설계

3.1 시스템의 동정 및 학습 방법

시스템 동정의 구조는 모델 출력의 과거 값을 모델 입력을 사용하는 병렬 동정 구조와 플랜트 출력의 과거 값을 모델 입력으로 사용하는 직-병렬 동정 구조가 있다. 본 논문에서는 그림 2와 같은 양호한 성능과 수렴성을 내포하는 모델인 직-병렬 동정 구조를 이용하여 혼돈 비선형 시스템을 동정한다.

플랜트의 출력과 동정 모델의 오차로 정의되는 동정 오차는 2.2절에서 설명한 경사 하강법을 이용하여 WNN 모델의 각 파라미터들을 학습시킴으로써 동정이

수행된다.

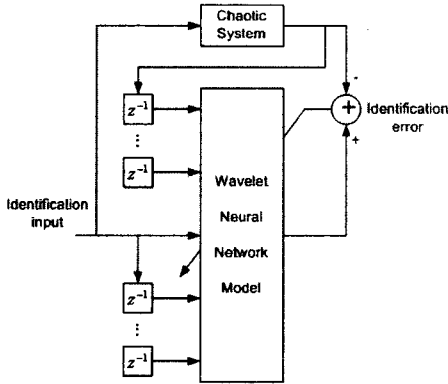


그림 2 직-병렬 동정 구조

3.2 간접 적응 제어기의 설계

간접 적응 제어 방식에 기초한 WNN 제어 방법은 동정 모델을 3.1절과 같이 오프 라인(off-line) 상에서 적절히 생성한 다음, 생성된 동정 모델을 이용해서 제어 대상 플랜트를 온 라인(on-line)으로 제어하는 방법이다. 본 논문에서 제안한 간접 적응 제어 방식에 기초한 WNN 제어기의 구조는 그림 3과 같다.

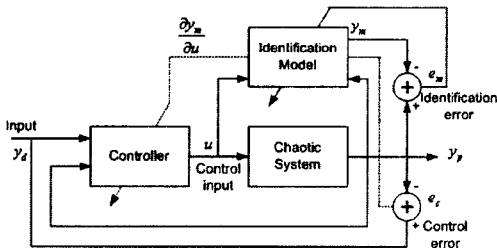


그림 3 WNN를 이용한 간접 적응 제어기의 구조

그림 3에서 혼돈 비선형 시스템의 제어를 위한 동정 모델과 제어기는 2장에서 설명한 WNN을 사용하며, 동정 모델과 플랜트 출력의 오차로 정의되는 동정 오차 e_m 은 2.2절에서 설명한 경사 하강법을 이용하여 WNN 모델의 파라미터를 조정한다. 또한 플랜트 출력과 기준 출력의 오차로 정의되는 제어 오차 e_c 은 오차 역전파(back-propagation) 알고리즘을 이용하여 WNN 제어기의 파라미터를 조정한다.

WNN 제어기의 파라미터를 학습하기 위한 제어기 출력단의 오차 신호 e_u 는 플랜트로부터 직접 구할 수 없기 때문에, 제어 입력 u 에 대한 동정 모델의 미분 이득을 이용하여 WNN 제어기의 파라미터를 학습한다.

WNN 제어기의 설계는 식 (14)와 같은 비용 함수를 최소화하는 제어기의 파라미터 집합 $\bar{\theta}$ 를 구하는 것이

다.

$$J(\bar{\theta}(n)) = \frac{1}{2} (y_p(n) - y_r(n))^2 = \frac{1}{2} e_c^2(n) \quad (14)$$

여기서, $y_p(n)$ 과 $y_r(n)$ 은 n 번째 혼돈 비선형 시스템의 출력과 기준 출력이다. $\bar{\theta}$ 은 식 (15) 같은 WNN 제어기의 파라미터 집합이며, 식 (16) 같은 학습 과정을 통하여 갱신된다.

$$\bar{\theta} = \{\bar{a}_0, \bar{a}_k, \bar{c}_j, \bar{m}_{jk}, \bar{d}_k\} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \bar{\theta}(n+1) &= \bar{\theta}(n) - \Delta \bar{\theta}(n) \\ &= \bar{\theta}(n) - \eta \frac{\partial J(\bar{\theta}(n))}{\partial \bar{\theta}(n)} \end{aligned} \quad (16)$$

여기서, $\frac{\partial J(\bar{\theta}(n))}{\partial \bar{\theta}(n)}$ 는 $\bar{\theta}(n)$ 에 대한 비용 함수의 기울기로서, 식 (17)에 의해 계산된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(\bar{\theta}(n))}{\partial \bar{\theta}(n)} &= e_c(n) \frac{\partial y_m(n)}{\partial \bar{\theta}(n)} \\ &= e_c(n) \frac{\partial y_m(n)}{\partial u(n)} \frac{\partial u(n)}{\partial \bar{\theta}(n)} \end{aligned} \quad (17)$$

여기서, $\frac{\partial y_m(n)}{\partial u(n)}$ 은 제어 입력 $u(n)$ 에 대한 WNN 동정 모델의 미분 이득이며, 식 (18)에 의해 계산된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial y_m(n)}{\partial u(n)} &= \frac{\partial y_m(n)}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial u(n)} \\ &= \left[\sum_{j=1}^{N_s} \frac{c_j}{d_{jk}} \frac{\partial \Phi_j(\mathbf{x})}{\partial z_{jk}} + a_k \right]_{k=N_s+1} \end{aligned} \quad (18)$$

여기서, $\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial u(n)} = [0, 0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0]^T$ 이며, N_s 와 N_e 는 WNN 동정 모델의 입력으로서 플랜트의 과거 출력 값 개수와 제어 입력의 개수를 나타낸다.

식 (17)의 $\frac{\partial u(n)}{\partial \bar{\theta}(n)}$ 은 파라미터 집합 $\bar{\theta}(n)$ 에 대한

WNN 제어기 출력 $u(n)$ 의 기울기로서 2.2절의 식 (9)에서 식 (13)과 같은 방법으로 계산될 수 있다.

4. 모의 실험

본 논문에서는 제안된 제어기의 성능을 평가하기 위하여 대표적인 연속 시간 혼돈 비선형 시스템인 Duffing 시스템에 대한 모의 실험을 수행하였다.

Duffing 시스템의 상태 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(t) \\ -p_1 x(t) - x^3(t) - p y(t) + q \cos(wt) \end{bmatrix} \quad (19)$$

여기서, 파라미터 집합은 다음과 같다.

$$\{p, p_1, q, w\} = \{0.4, -1.1, 1.8, 1.8\}$$

4.1 Duffing 시스템의 동정 결과

동정 입력은 $1.0e^{-3} \cos(t)$ 로서 혼돈 현상이 유지되도록 충분한 실험을 통하여 얻어졌다.

그림 4는 Duffing 시스템의 오프 라인 동정 결과를 보여준다. 이때 사용된 WNN 모델의 모의 실험 환경과 실험 결과는 표 1과 같다.

표 1 WNN 모델의 모의 실험 환경 및 동정 결과

Number of wavelet function	5
Number of past state	2
Number of past input	2
Sampling time	0.02
Learning rate	0.01
Off-line identification result (MSE)	0.0583

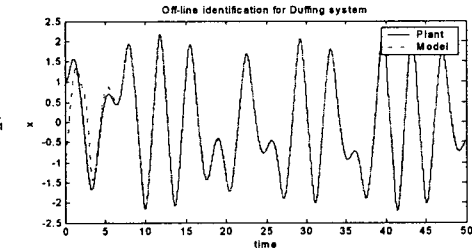


그림 4 Duffing 시스템의 오프 라인 동정 결과

4.2 Duffing 시스템의 간접 적응 제어 결과

4.1절의 동정 모델을 사용하여 간접 적응 제어를 실험하였으며, Duffing 시스템의 기준 신호는 Duffing 시스템의 1주기 해로 선정하였다. Duffing 시스템의 1주기 해는 식 (19)의 파라미터 q 값이 2.3일 때 얻어진다. 그림 5는 본 논문에서 제안된 간접 적응 제어 기법에 기초한 온 라인 동정 결과 및 제어 결과를 나타낸다. 또한 표 2는 WNN 제어기의 모의 실험 환경 및 제어 결과를 보여준다.

V. 결론

본 논문에서는 혼돈 비선형 시스템의 지능 제어를 위해 간접 적응 제어 기법에 기초한 웨이블릿 신경 회로망 제어기 설계 방법을 제안하였다. 또한, 웨이블릿 신경 회로망 모델과 제어기의 학습 방법은 각각 경사 하강법과 오차 역전파 알고리즘을 사용하였다. 한편, 본 논문에서 제안된 방법의 우수성과 효율성을 검증하기 위하여 대표적인 연속 시간 혼돈 비선형 시스템인 Duffing 시스템에 적용한 결과, 일반 신경 회로망을 이용한 간접 적응 제어에 비해 수렴 속도와 평균 제곱 오차(MSE) 면에서 탁월한 제어 성능을 보였다.

표 2 WNN 제어기의 모의 실험 환경 및 실험 결과

Number of wavelet function (controller)	3
Number of past state (controller)	1
Number of past input (controller)	1
Sampling time (controller)	0.02
Learning rate (controller)	0.05
On-line identification result (MSE)	0.0008
Control result (MSE)	0.0389

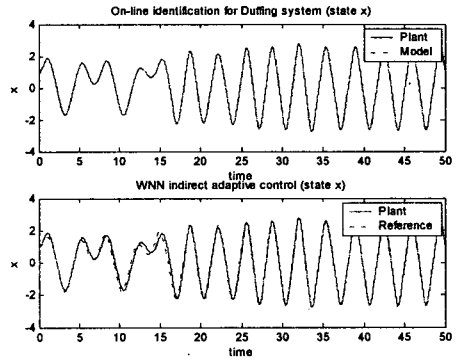


그림 5 Duffing 시스템이 온 라인 동정 결과 및 제어 결과

참고 문헌

- [1] E. Ott, C. Grebogi and J. A. Yorke, "Controlling Chaos", Phys. Rev. Lett., Vol. 64, No. 11, pp. 1196-1199, 1990
- [2] E. A. Jackson and A. W. Hübler, "Periodic Entrainment of Chaotic Logistic Map Dynamics", Physica D, Vol. 44, pp. 407-420, 1990
- [3] G. Chen and X. Dong, "On Feedback Control of Chaotic Continuous-Time Systems", IEEE Tr. on Circuits and Systems, Vol. 40, No. 9, pp. 591 -601, 1993
- [4] K. S. Park, J. B. Park, Y. H. Choi, T. S. Yoon and G. Chen, "Generalized Predictive Control of Discrete-Time Chaotic Systems", Int. Jour. of Bifurcation and Chaos, Vol. 8, No. 7, pp. 1591-1597, 1998
- [5] K. B. Kim, J. B. Park, Y. H. Choi and G. Chen, "Control of Chaotic Dynamical Systems Using Radial Basis Function Network Approximators", Information Sciences, Vol. 130, pp. 165-183, 2000
- [6] Y. Oussar, I. Rivals, L. Personnaz and G. Dreyfus, "Training Wavelet Networks for Nonlinear Dynamic Input-Output Modeling", Neurocomputing, Vol. 20, pp. 173-188, 1998
- [7] S. Mallat, "A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Transform", IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., Vol. 7, No. 7, pp. 674-693, 1989