

## 설계사양에 부합되는 제어기 설계와 식별 알고리즘

전규석, 서병설

한양대학교 전기공학과

전화:02-2290-0364 / 휴대전화:011-9907-0070

### (Controller Design Adaptable to Design Specification and Identification Algorithm)

Kyu-Seok Jeon, Byung-Suhl Suh

Dept. of Electrical Engineering, Hanyang University

E-mail : superman@ihanyang.ac.kr

#### Abstract

This paper proposes a new identification method to be able to meet the design specifications. By introducing a controller factor in Pade approximation of the previous system identification algorithm, relationships between system identification and design specifications are obtained through the Ziegler-Nichols tuning rule.

#### I. 서론

현대 제어 기술자들의 중요한 과제는 산업 자동화 시스템, 화학 공정과 같은 복잡한 시스템을 모델링하고 시스템의 응답이 설계 사양에 맞도록 효율적으로 제어하는 것이라 할 수 있다. 많은 제어기 중에서 특히 PID 제어기는 구조가 간단하여 사용하기가 쉽고, 모델링 오차와 응답의 안정성이 좋기 때문에 산업전반에 걸쳐 폭넓게 사용되고 있다.

PID 제어기의 동조절차는 두 단계로 구분할 수 있는데 그 중 한가지는 시스템 식별이고 나머지 한가지는 PID 제어기의 변수를 결정하는 것이다. 그러나 여기서 주목할 점이 있다. 제어기를 설계하는 궁극적인 목적은 시스템의 안정도가 보장되어야 함은 물론이고 설계 사양에 적합한 응답이 나와야 한다는 것이다. 그래서 PID 제어기의 동조절차 중 PID 제어기의 변수를 결정하는 일이 더 중요하다. 하지만, 시스템 식별이 경시될 수만은 없다. 왜냐하면 제어기를 설계하기 위한 기본 정보가 되는 것은 시스템 식별을 통하여 추정된 변수들이기 때문이다.

PID 동조에 관한 연구는 시스템 식별과 PID 제어기 변수들을 결정하는 연구가 있다. PID 제어기 변수들을 결정하기 위한 연구는 Ziegler와 Nichols(1941)에 의해 이루어졌으며 루우프동조 방법으로 불리하고 있다. 이것은 현재까지 산업계에서 가장 널리 쓰이고 있는 방법이다.

시스템 식별에 대한 연구는 시스템 식별 상태에 따라 개루프(open loop) 식별과 폐루프(closed loop) 식별로 구분된다. 개루프 상태에서의 시스템 식별에 관한 연구로, Cohen과 Coon(1953)은 지연 항이 포함된 일차 시스템으로 제어 루프를 근사화 하는 루프 반응 곡선 방법을 제시하였고 폐루프 상태에서 시스템 식별을 위한 대표적인 연구로서는 페루프 계단 응답(step response) 으로부터 추정모델 전달함수를 구하는 Yuwana Seborg(1982)의 방법이 있으며 이것은 Suh(1984, 86, 97), Jutan과 Rodriguez(1984), Lee(1989), Chen (1989) 등에 의하여 발전되었다. 이처럼 지금까지 PID 동조에 관한 연구는 시스템 식별과 PID 제어기의 변수를 구하는 방법으로 양분되어 발전되어왔다. 또한 이러한 절차를 통한 PID 동조 방법은 동조결과가 좋지 못할 경우에 이를 향상시킬 수 있는 조절 능력이 없는 실정이다. 그러나 최근에는 파데근사의 문제점을 해결하기 위한 조절인자의 도입으로 식별과 동조성능을 향상시키려는 Suh(2000)에 의해서 두 과정을 통합하려는 연구가 있었으나 시스템식별과 PID 제어기 변수 설정과의 상관관계에 관하여 구체적으로 제시하지는 못하였다. 따라서 시스템 식별과 PID 제어기 변수 설정과의 구체적인 상관관계를 통하여 PID 동조결과를 설계사양에 부합시킬 수 있고 시스템 식별도 향상시킬 수 있는 방법이 요구된다.

본 논문에서는 PID 동조 과정 시 지금까지 식별과 PID 제어기 변수를 구하는 과정이 분리되어 발전된 것을 통합하기 위하여 파데근사 시 발생하는 문제점을 해결하기 위해 도입한 조절인자를 가지고 설계 사양에 부합시킬 수 있을 뿐만 아니라 시스템식별도 향상시킬 수 있는 새로운 PID 동조 방법을 제안한다.

#### II. 본론

1. 조절인자  $k_f$ 와 PID 제어기변수와의 관계

서론에서 언급했듯이 PID 제어기의 동조절차는 두 단계로 구분할 수 있는데 그 중 한가지는 시스템 식별이고 나머지 한가지는 PID 제어기의 변수를 결정하는 것이다. 이 논문에서 PID 제어기의 변수를 결정하기 위해 사용되는 식은 시간지연이 포함된 1차 전달함수이나 이 식에는 Yuwana-Seborg의 식별과정시 이용되는 파데근사에서 시간지연의 과추정을 해결하기 위해 도입된 조절인자  $k_f$ 를 포함하고 있다. 즉, 프로세스 전달함수

$G_p(s)$ 는 식(1)과 같은 전달함수가 고려되었다.

$$G_p(s) = \frac{k_m e^{-k_f d_m s}}{\tau_m s + 1} \quad (1)$$

$k_m$  : 정상상태이득,  $k_f$  : 조절인자,

$d_m$  : 시간지연,  $\tau_m$  : 시정수

제어기의 전달함수  $G_c(s) = k_c$  라하면 이 제어기를 단 페루프 전달함수는 아래와 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$\frac{k_c k_m e^{-k_f d_m s}}{\tau_m s + 1 + k_c k_m e^{-k_f d_m s}} \quad (2)$$

이 식(2)의 특성방정식을 갖고 Ziegler-Nichols의 동조규칙에 의한 PID 제어기의 변수와 조절인자  $k_f$ 와의 관계식을 유도하면 식(3),(4),(5)와 같다.

$$K_p = \frac{0.6 \sqrt{\tau_m^2 (t + \pi)^2 + (k_f d_m)^2}}{k_f d_m k_m} \quad (3)$$

$$T_i = \frac{\pi k_f d_m}{t + \pi} \quad (4)$$

$$T_d = \frac{\pi k_f d_m}{4(t + \pi)} \quad (5)$$

여기서  $t = \frac{d_m}{2 k_f} \left[ (k_f d_m)^2 (-12\pi \tau_m + 4\sqrt{\frac{A}{k_f}}) \right]^{1/3}$   

$$- \frac{2(k_f d_m + \tau_m)}{\left[ (k_f d_m)^2 (-12\pi \tau_m + 4\sqrt{\frac{A}{k_f}}) \right]^{1/3}} \quad (6)$$

$$A = d_m [4(k_f d_m)^3 + 12(k_f d_m)^2 + 12k_f d_m \tau_m^2 + 4\tau_m^3 + (3\pi \tau_m)^2 k_f d_m] \quad (7)$$

이다.

이와같이 조절인자  $k_f$ 는 PID 제어기변수와 상관관계를 갖음으로서 제어기변수에 영향을 준다는 것을 알 수 있다.

2. 조절인자  $k_f$ 의 변화에 따른 PID 제어기 변수값과 시스템 응답곡선

이 단락에서는 조절인자  $k_f$ 의 변화에 따라 시스템의 응답이 어떻게 달라지는지 예제를 통해서 알아보겠다. 예제로는 다소 지연시간이 큰 유명한 예제를 고려하겠다.

$$G_p(s) = \frac{e^{-3s}}{(S+1)^2(2S+1)} \quad (8)$$

식(8)은 Y-S의 식별과정에 변형된 파데근사를 적용한

식별과정을 통하여 (1)식과 같은 형태의 전달함수 식(9)로 추정된다.

$$G_p(s) = \frac{e^{-11.69 k_f s}}{1.58s + 1} \quad (9)$$

식(9)로부터  $k_f$ 에 변화를 주어 Z-N의 동조방법에 의한 PID 파라미터  $K_p, T_i, T_d$ 의 값을 표1.과 이때의 시스템 응답곡선을 그림1.에 나타내었다.

$k_f$ 의 값	1/1	1/2	1/3	1/4	1/5
$K_p$	0.64	0.73	0.83	0.95	1.06
$T_i$	13.2	7.23	5.16	4.08	3.39
$T_d$	3.3	1.81	1.29	1.02	0.84

표1. 조절인자  $k_f$ 의 변화에 따른 PID 파라미터  $K_p, T_i, T_d$ 값

표1.과 그림1.에서 알 수 있듯이 조절인자  $k_f$ 는 PID 제어기의 변수에 관련되어  $k_f$ 의 변화에 따라 오버슈트가 변하게되고 이것으로 설계사양에 부합되는 제어기 설계가 가능하다.

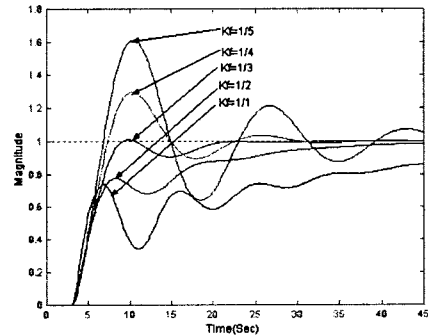


그림1. 조절인자  $k_f$ 의 변화에 따른 시스템 응답곡선

3. 이론적 배경

오버슈트가 변화는 현상은 PID의 세 동조 파라미터가 1차 지연 모델의 파라미터  $k_f, d_m, \tau_m$ 에 의해 결정되어지는 것을 고려할 때 이해될 수 있다. Z-N의 동조방법을 사용할 때 동조 파라미터는 과도상태응답과 정상상태응답 뿐만 아니라 오버슈트에 영향을 준다. 이 영향의 연관은 일반적으로 다음과 같이 잘 알려져 있다. (kuo(1995)참조)

1. 페루프 응답의 오버슈트는 PID 부분의 PD에 의해 만들어지는 영점이 원점으로 접근할 때 감소한다.
2. 과도상태성능과 정상상태성능은 비례와 적분 동조에 따라 파라미터가 둘 다 작은 값일 때 향상된다.

$$G_c(s) = K_p + T_d s + \frac{T_i}{s} \quad (10)$$

여기서  $K_p, T_d, T_i$ 는 각각 비례, 미분, 적분 파라미터이다.

따라서 PD 부분은  $K_p + T_d s$ 이고 PD 영점은  $-\frac{K_p}{T_d}$ 이다. 식(9)에 대해서 각각의  $k_f$ 의 변화에 따른 PD의 영점의 값을 표2에 나타내었다.

$k_f$ 의 값	1/1	1/2	1/3	1/4	1/5
PD의 영점	-0.19	-0.40	-0.64	-0.93	-1.26

표2. 조절인자  $k_f$ 의 변화에 따른 PD의 영점의 값

이것은  $k_f$ 의 값이 1/5일때 PD의 영점이 원점으로부터 가장 멀기 때문에 다른 값일 때보다 가장 큰 오버슈트를 발생하고  $k_f$ 의 값이 커질수록 PD의 영점이 원점으로부터 가까워지므로 오버슈트가 점차 감소한다는 것을 알 수 있다.

이러한 현상은 그림1.에서 보여주는 시뮬레이션 결과와 일치한다.

#### 4. 조절인자 $k_f$ 의 도입동기와 식별과의 관계

Y-S(1982)의 식별방법에는 두 개의 잘못된 식이 있었고 이식은 Suh-Park(1984)에 의해서 수정되었으나 비교적 시간지연이 큰 시스템에 대해서는 적용할 수 없는 문제점을 가지고 있었다. 그래서 Suh는 시간지연이 큰 시스템에서도 적용할 수 있는 방법을 고안하게 되었는데 이것이 바로 식(11)처럼 파데근사에 제어인자  $k_f$ 를 도입하는게가 되었다.

이 제어인자로 인하여 위상오차를 감소시키고 지연시간의 과추정되는 문제를 해결할 수 있다.

$$\frac{1 - \frac{d_m}{2} \frac{s}{k_f}}{1 + \frac{d_m}{2} \frac{s}{k_f}} \quad (11)$$

그럼 이 제어인자  $k_f$ 가 어떻게 위상오차를 줄이고 지연시간이 과추정되는 문제는 어떻게 해결할 수 있는지 각각 그림2와 식(12)를 통해서 알아보겠다.

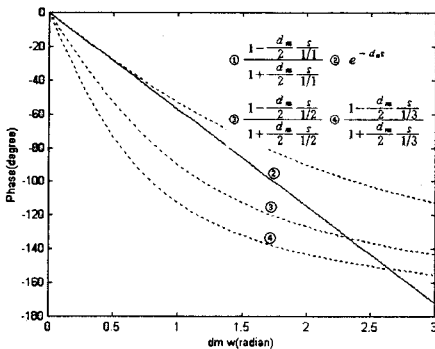


그림2. 조절인자  $k_f$ 의 변화에 따른 파데근사방법의 주 파수 응답

$$d_m = k_f \frac{2\Delta t [(1 - \xi^2)(k+1)]^{1/2}}{\pi [\xi \sqrt{k+1} + \sqrt{\xi^2(k+1) + k - 1}]} \quad (12)$$

그림2를 살펴보면 앞의 예제 식(8)을 기준으로 했을 때,  $e^{-3s}$ 에서 표준파데(곡선①)보다 조절인자  $k_f$ 가 점차 커져(곡선③,④)가  $k_f$ 의 값이 작아질수록 위상오차가 감소되는 것을 알 수 있다. 또, 식(12)를 보자  $k_f$ 의 값이 작아질수록  $d_m$ 의 값이 작아져 지연시간이 과추정되는 것을 감소시킬 수 있다. 이 식은 Y-S가 추정모델의 변수값을 추정하는 과정에 변형된 파데 즉, 제어인자  $k_f$ 를 도입하여 다시 유도한  $d_m$ 의 값을 구하는 식이다. 이 과정은 Suh-Park(84)에 자세히 나와있다.

그럼 예제 식(8)을 가지고 기존의 방법인 Z-N,

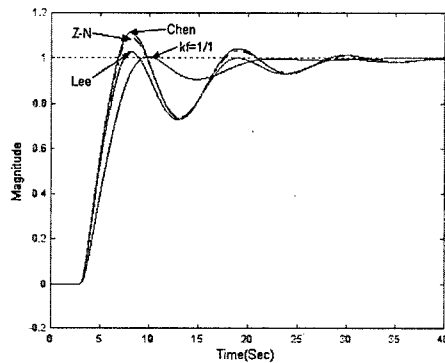


그림3. 예제 식(8)에 대한 PID 제어기의 페루프 계단응답 Lee, Chen의 방법들과 비교해보겠다. 여기서  $k_f$ 의 값은 1/1의 값을 기준으로 하였다.

그림3.을 보면  $k_f$ 의 값이 1/1이 들어간 변형된 파데근사 방법에 의한 페루프 계단응답곡선이 다른 방법들보다 전반적으로 좋은 응답을 나타내고 있다. 또한, 다른 방법들은 응답곡선이 설계 사양을 충족하지 못할 경우 이를 개선할 방법이 없다. 그에 반해  $k_f$ 가 들어간 방법의 경우에는 오버슈트를 임의로 조정할 수 있어 설계사양에 부합되는 제어기 설계가 가능하다는 장점을 가지고 있다.

#### 5. 시뮬레이션

본 논문에서는 유용성을 검증하기 위해 설계사양은 오버슈트가 20%를 넘지 않도록  $k_f$ 의 범위를 설정하였다.

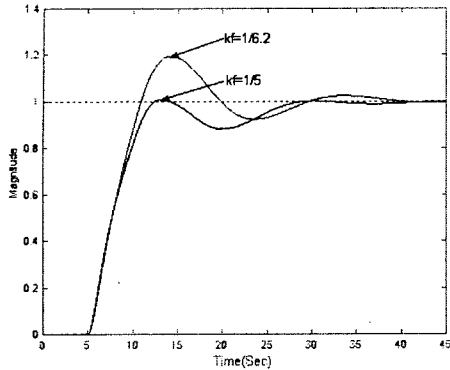
예제 상당히 큰 지연시간을 갖는 시스템을 시뮬레이션 대상으로 다음과 같은 예제를 고려하였다.

$$G_p(s) = \frac{e^{-5s}}{(s+1)^2(2s+1)} \quad (13)$$

표2.에는 Suh에 의해 정정된 Y-S의 식별법에 의해 추정된 모델 파라미터의 값,  $k_f$ 의 한계범위에 따른 PID 파라미터  $K_p$ ,  $T_i$ ,  $T_d$ 값과 이때

그림4.20%의 오버슈트를 갖는  $k_f$ 의 한계값에 따른 응답곡선

PD의 영점의 값을 나타내었고 그림4는 이때의 시스템



응답곡선을 나타내었다.

그림4에서 알 수 있듯이  $k_f$ 의 값이 1/6.2에서 1/5의 값을 가지면 오버슈트가 20%를 넘지 않는 것을 알 수 있다.

$k_f$ 의 값	$k_m$	$\tau_m$	$d_m$	$K_p$	$T_i$	$T_d$	PD의 영점
1/5	1.00	1.21	26.30	0.70	6.35	1.59	-0.44
1/6.2				0.74	5.30	1.32	-0.56

표2.  $k_f$ 의 범위에 따른 변수들의 값들

### III.결 론

본 논문에서는 기존의 Suh(2000) 연구에서 시스템식별시 파데근사할때 발생하는 문제점을 해결하기 위하여 도입한 조절인자를 가지고 PID 제어기 변수와의 상관관계를 맺으므로 설계사양에 부합시킬 수 있었고, 또한 이 조절인자로 인하여 식별도 향상시킬 수 있음을 보일 수 있었다. 식별과 PID 제어기 변수를 구하는 과정을 통합하여 설계사양에 부합되는 새로운 PID 동조 식별법을 제안하였다.

### 참 고 문 헌

- [1] Ziegler, J.G. and Nichols, N.B.: 'Optimum settings for automatic controllers', *Trans. of the ASEM.*, 64. pp.759-768. 1942. 11.
- [2] Cohen, G.H. and Coon, G.A.: 'Theoretical Investigation of Retarded Control', *Trans. of the ASME.*, 75. pp.827-834. 1953.7.
- [3] Yuwana, M. and Seborg, D.E.: 'A new method for on-line controller tuning', *AIChE Jour.*, vol.28. no.5. pp.434-440. 1982. 5.
- [4] 박호건, 서병설. "제어기기의 동조에 대한 연구" *전자공학회지*. 제21권 제3호. pp.46-54. 1984. 3.
- [5] 서병설 "파데 2차 근사 방법을 사용한 제어기기의 동조". *전자공학회지*. 제3권 제5호. pp.57-62. 1986.
- [7] Suh, B.S. and Lim, D.K. "New PID Identification algorithm based on frequency scanning". *Circuits and*

*Systems*, 1997. *Proc. 40th Midwest Sym. on*. vol.1. pp.654-658. 1997.8.

[9] Jietae Lee, "On-Line PID controller tuning from a single closed-loop test". *AIChE Jour.*, vol.35. no.2. pp.329-331. 1989.2.

[10] Chen, C.L.: "A simple method for on-line identification and controller tuning", *AIChE Jour.* vol.35 no.12, pp.2037-2039. 1989. 12.

[11] Suh, B.S. "An Identification Algorithm Adaptable To PID Tuning Rules", *Proceeding of IEEE The 4th Asia-Pacific Conference on Control & Measurement*, pp.101-107, Guilin, China, 9-12. 2000.6.

[12] Kuo, B.C., "Automatic control system", Prentice Hall, 1985.