

고정 스위칭 주파수를 갖는 새로운 3상 Random PWM 기법

*김희근 *위석오 *임영철 **나석환 ***정영국

*전남대학교 전기공학과 ** (주)하우 무선데이터 통신연구소 ***대불대학교 전기공학

A New Three Phase Random PWM Scheme with Fixed Switching Frequency

Hoe Geun Kim* Seog Oh Wi* Young Cheol Lim* Seok Hwan Na** Young Gook Jung***

Dept. of Electrical Eng. Chonnam National University* How**

Dept. of Electrical Eng. Daebul University***

Abstract - In this paper, a new three phase RPWM (Random PWM) with fixed switching frequency is proposed. In the proposed RPWM, each of three phase pulses is located randomly in each switching interval. Based on the space vector modulation technique, the duty ratio of the pulses is calculated. Along with the randomization of the PWM pulses, we can obtain the effects of spread spectra of voltage, current as in the case of randomly changed switching frequency. To verify the validity of the proposed RPWM, the experimental study was tried. Along with the randomization of PWM pulses, the space vector modulation is also executed in the C167 micro-controller. The experimental results show that the voltage and current harmonics are spread to a wide band area and that the audible acoustic noise is reduced by the proposed RPWM method.

변조방식에 비해 인버터의 최대 변조비수가 낮다는 단점이 있으며, 공간벡터 방식의 RFPWM은 제어 알고리즘의 요구되는 계산량에 따라 최대 스위칭 주파수가 매우 민감하게 제한을 받는다는 단점이 있다. 또한 RSPWM은 매우 높은 스위칭 주파수를 요구하므로 전력소자 선택에 제한을 주며, LLPWM은 간단히 구현할 수 있는 장점이 있는 반면 스펙트럼을 광대역에 고루 분포시키는 데는 한계가 있다. 그러나 LLPWM 방식은 다른 방법에 비하여 비교적 마이크로 컨트롤러로 간단하게 구현할 수 있으며 인버터의 출력전압 및 전류의 고조파를 광대역으로 분포시킴으로써 모터의 가청소음 저감 효과가 우수하다.

1. 서 론

최근 들어 스위칭 주파수의 고조파를 저감시키는 PWM 방법으로, PWM의 스위칭 주파수를 특정하게 고정시키지 않고 넓은 주파수 영역에서 스위칭이 이루어지도록 하는 RPWM에 대한 연구가 진행중이다[1-2]. 이 방법은 인버터의 출력전압과 전류에 포함되어 있는 고조파 스펙트럼을 넓은 주파수 영역으로 고루 분산시켜서 모터의 가청 스위칭 소음이 사람에게 주는 불쾌감을 저감시키는 PWM방식이다. RPWM 기법은 랜덤 함수에 의해 인버터의 매 스위칭 순간마다 다른 스위칭 주파수로 온 또는 오프 되도록 하여 인버터의 출력전압과 전류의 고조파 및 모터의 전자기적 소음의 스펙트럼이 광대역으로 분산되는 효과가 있다.

본 연구에서는 종전의 LLPWM 펄스 위치를 랜덤하게 함으로써 모터구동장치의 가청 소음을 저감시킬 수 있는 새로운 방식의 고정 스위칭 주파수를 갖는 3상 RPWM을 제안하였다. 제안된 방식은 각 3상 펄스들의 위치를 변조 구간내의 임의의 위치에 랜덤하게 배치함으로써 스위칭에 의한 고조파의 스펙트럼을 광대역화 하는 RPWM 방식이다. 제안된 RPWM의 타당성을 검증하기 위하여 실험을 수행하였다. 실험은 RPWM 발생을 위하여 16비트 고성능 마이크로 컨트롤러 C167을 사용하였다. 공간벡터 변조에 의해 각 변조 구간에서의 듀티비를 구하였으며, 균일한 분포를 갖는 랜덤 발생함수를 이용하여 각 상의 펄스를 랜덤하게 배치하였다. 그리고 제안된 3상 RPWM을 이용하여 실험한 결과, 종전의 방식에 비하여 모터의 전압 및 전류 스펙트럼의 광대역화 효과가 우수하며, 또한 이때 전력소자의 스위칭에 의해 발생하는 모터의 가청 소음의 저감효과가 탁월함을 확인하였다.

이러한 RPWM에 관한 연구로는, 삼각파 주파수를 랜덤하게 변조하는 삼각파에 의한 RFPWM (Random Frequency PWM)[3-4], 속도 지령치 전압 공간벡터가 인가되는 스위칭 구간의 시간을 랜덤하게 제어하는 공간벡터에 의한 RFPWM[5-6]이 있다. 또한 한 변조 구간에서 충분한 수의 랜덤수를 발생시켜 지령치 듀티비와 비교하여 지령치가 발생된 랜덤수 보다 더 큰 경우에 스위칭 온하여 결국 지령치 듀티비에 해당하는 펄스 온 시간을 갖도록 하는 RSPWM(Random Switching PWM)[7], 매 스위칭 구간의 시간은 일정하지만 펄스의 위치를 변조구간 내의 앞 또는 뒤에 랜덤하게 변경시키는 LLPWM (Lead-Lag PWM)[8-9]등은 최근에 보고되고 있다.

2. 일반적인 RPWM 기법

그림1은 종전의 공간벡터 PWM(SVPWM)과 LLPWM의 스위칭 패턴을 나타내고 있다. LLPWM에 의해 발생된 펄스는 매 변조 구간의 앞과 뒤에 랜덤하게 위치하며, 이때 발생된 랜덤수는 오직 0과 1이다. 여기서 T_s 는 샘플링 주기를 나타내고 있다. 서론에서 전술한 바와 같이 LLPWM은 다른 RPWM방법에 비하여 마이크로 컨트롤러로 비교적 쉽고 간단하게 구현할 수 있으며 인버터의 출력전압 및 전류의 고조파를 광대역으로 분포시킴으로써 모터의 가청소음을 저감할 수 있다. 그러나 LLPWM 방식은 펄스의 위치가 1주기의 앞과 뒤 중의 하나만이 선택되므로 랜덤 스위칭에 의하여 전압 및 전류 스펙트럼을 광역화하는데는 한계가 있다.

그런데 삼각파 방식의 RFPWM은 캐리어를 발생시키기 위한 아날로그회로가 요구될 뿐만 아니라, 공간벡터

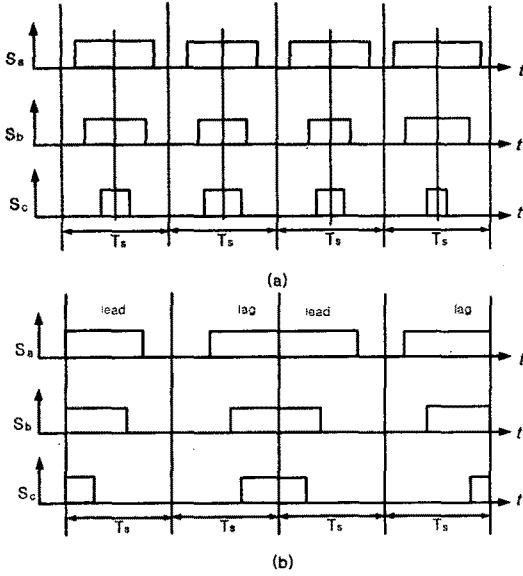


그림1 SVPWM과 LLPWM의 스위칭 패턴

(a)SVPWM (b)LLPWM

Fig.1 Switching pattern with SVPWM and LLPWM.

(a)SVPWM (b)LLPWM

3. 제안된 공간벡터 RPWM 기법

본 연구에서 제안하는 새로운 공간벡터 RPWM 기법은 펄스의 위치를 랜덤하게 하는 것이다. 이는 서론에서 앞서 설명한 LLPWM을 개선한 방식이다. 그림2(b)는 본 연구에서 제안된 RPWM의 스위칭 기법을 나타낸 것이다.

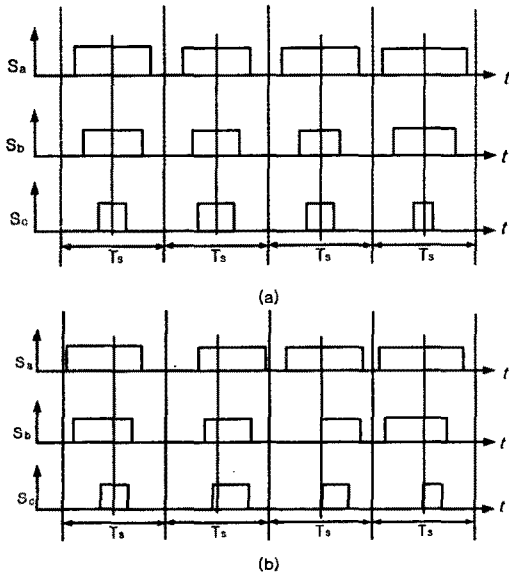


그림2 SVPWM과 제안된 RPWM의 스위칭 패턴

(a)SVPWM (b)RPWM

Fig.2 Switching pattern with SVPWM and proposed RPWM

(a)SVPWM (b)RPWM

LLPWM 방식은 펄스의 위치가 1주기의 앞과 뒤 중의 하나만이 선택되므로 랜덤 스위칭에 의하여 스펙트럼을 고루 분포시키는 데는 한계가 있다. 그러나 제안된 RPWM 방식은 변조구간 내의 어느 위치에도 펄스를 배치할 수가 있기 때문에 스펙트럼 분포의 효과가 훨씬 크다. 또한 LLPWM에 비해서 매 변조구간에서 펄스의 위치가 랜덤하게 변하고 있음을 알 수 있다.

3.1 랜덤수의 발생기법

랜덤수를 발생하기 위해서는 수학적 방법과 논리적인 방법에 의하여 해결 가능하다. 수학적 방법은 랜덤수 발생을 위하여 수식을 소프트웨어적으로 처리하는 것이며 선형 일차 발생기(Linear Congruential Generator: LCG)가 대표적이라 할 수 있다. 또 다른 방법으로는 시프트 레지스터와 XOR 게이트 등과 같은 논리소자를 이용하여 랜덤수를 발생하는 논리적 랜덤수 발생기가 있다. 본 연구에서는 마이크로 컨트롤러에 의하여 소프트웨어적으로 랜덤수 발생이 용이한 LCG법을 사용하고 있다. LCG에 의해 랜덤수를 발생하는 순서는 다음과 같다. 먼저 i_a, i_c, i_m 이 선택된 상수로써 각각 승산계수(multiplier), 증분계수(increment), 나머지 계수(modulus)라 할 때, 0부터 i_m 사이의 정수는 다음 식에 의해 발생된다.

$$j_{ran+1} = (j_{ran} * i_a + i_c) \% i_m \quad (1)$$

만일 0부터 1사이의 실수를 랜덤하게 발생하려면,

$$ran = \frac{(float)j_{ran}}{(float)i_m} \quad (2)$$

만일 j_0 부터 j_{hi} 사이의 정수를 원한다면,

$$j = j_0 + \frac{((j_{hi} - j_0 + 1) * j_{ran})}{i_m} \quad (3)$$

에 의하여 원하는 랜덤수를 구할 수 있다. 그리고 j_0, j_{hi} 는 발생할 랜덤수의 최소값 및 최대값이다.

이렇게 구현된 랜덤발생기는 다른 프로세서나 마이크로 컨트롤러에서도 공통으로 사용될 수 있다. 그러나 선택된 상수들을 사용하여 연산하는 도중에 오버플로우가 발생하지 않도록 주의하여야 한다. i_c 는 소수(prime number)이어야 하며, i_c 와 i_m 은

$$i_c \approx \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\sqrt{3}\right)i_m \quad (4)$$

인 관계를 가져야 한다[10]. 균일한 분포의 랜덤수 발생기를 위한 몇 가지의 상수를 표1에 나타내었다.

표 1 균일한 분포를 갖기 위한 랜덤수를 위한 상수
Table 1. Constants for portable random number

Overflow at	i_m	i_a	i_c
2^{20}	6075	106	1283
2^{21}	7875	211	1663
2^{22}	7875	421	1663
2^{23}	11979	430	2531
	6655	936	1399
	6075	1366	1283
2^{24}	53125	171	11213
	11979	859	2531
	14406	967	3041

L

3.2 공간벡터 변조에 기반한 펄스위치 랜덤화

공간벡터 변조에 의하여 매 제어 구간마다 각 상의 펄스의 듀티비가 구해지면 제안된 RPWM을 수행하기 위하여 펄스의 위치를 랜덤하게 하는 작업이 필요하다. 전술한 식(1)에 의한 랜덤 발생 기법에 의하여 생성된 랜덤수를 펄스가 위치할 수 있는 범위 안에 들도록 식(3)을 이용하여 공간을 재설정한다. 각 펄스들이 위치할 수 있는 범위는 현재의 지령치 전압벡터가 6개의 섹터 중 어느 위치에 있는가에 따라 달라진다. 만일 공간벡터 상의 섹터1에 지령치 공간벡터가 있어서 벡터 U_1, U_2 가 시분할로 인가되어야 할 때 각 3상 펄스의 상대적인 크기와 펄스가 위치할 수 있는 영역을 그림3에 나타낸다.

이 경우 a상 펄스가 위치할 수 있는 범위는 변조지수가 1이라고 가정하면, 변조 구간내의 어느 위치에도 올 수 있으며, b상 펄스는 a상 펄스의 한계를 벗어나지 않는 범위 내에 위치해야 하며, 마찬가지로 c상 펄스도 b상 펄스의 한계를 벗어나지 않는 범위 내에 들어야 한다. 만일 어느 하나의 펄스라도 한계를 벗어난다면 3상 펄스의 조합에 따라 결정된 스위칭 상태가 변경되므로 전혀 다른 스위칭을 추가로 하게 된다.

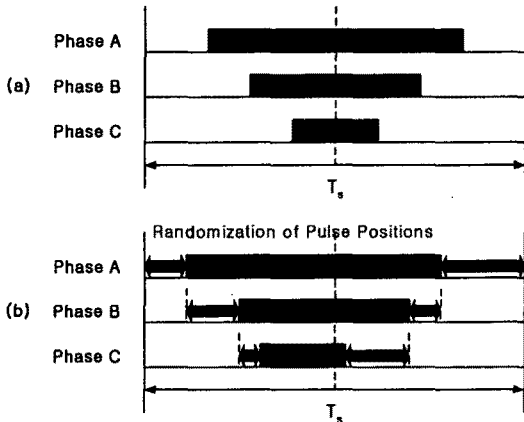


그림3 RPWM을 수행할 때 각상의 펄스에 대한 위치 범위

(a)SVPWM (b)proposed RPWM

Fig.3 Range for each phase pulse with RPWM

(a)SVPWM (b)proposed RPWM

4. 시스템 구성 및 결과

4.1 시스템 구성

그림4는 제안한 3상 RPWM을 구현하기 위한 시스템을 나타내고 있다. 본 연구의 내용은 주로 PWM의 발생기법에 있으므로 응답성이 좋은 고성능의 페루프 제어 방식 대신 간단한 개루프 전압 제어 방식을 택하였다. 시스템은 크게 나누어 C167 마이크로 컨트롤러 보드, IPM 인버터, 1.5kW 유도모터, 제어 프로그램, 호스트 프로그램 등으로 구성되어 있다.

주 제어기로서 Siemens사의 C167 마이크로 컨트롤러를 사용하였다. C167은 16비트 RISC구조이며 직류모터는 물론 3상 브러시리스 모터, 3상 교류기를 제어하는데도 적합하며, 특히 3상 유도모터의 자속기준제어등의 고성능 시스템에 적합한 컨트롤러로 알려져 있다. 공간벡터 변조 및 랜덤수 발생등의 모든 연산은 C167내의 제어 프로그램에 의하여 수행될 뿐 만 아니라 C167 마이크로 컨트롤러의 포트출력은 바로 IPM을 게이팅할 수 있는

신호이다. 즉 PLD(Programmable Logic Device)를 사용하지 않고 마이크로 콘트롤러에 내장된 CAP/COM (Capture/Compare)기능을 사용하여 저 비용의 전력제어 장치를 구현하였다.

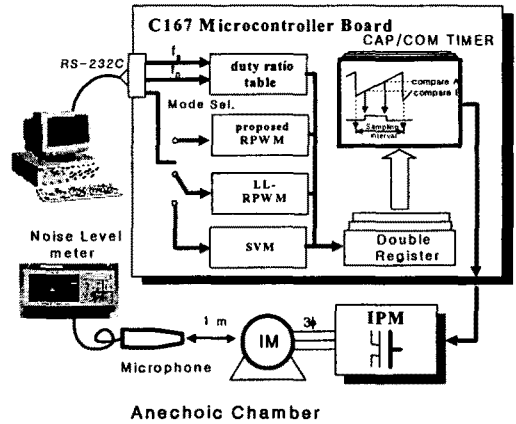
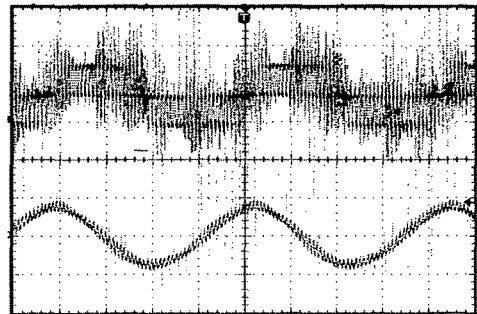


그림 4 제안된 실험 시스템

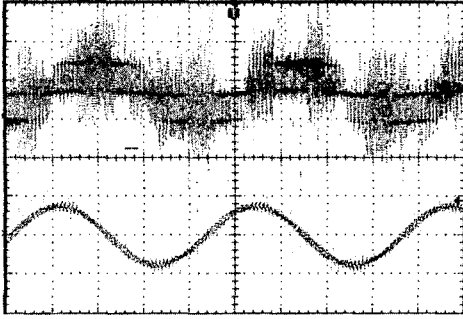
Fig.4 Proposed experimental system

4.2 실험 결과 및 고찰

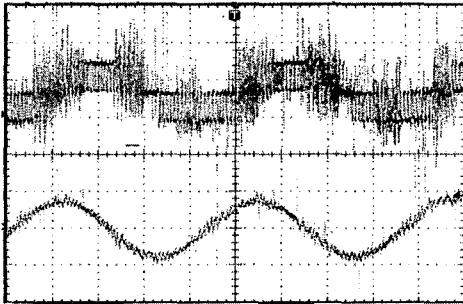
모터를 시뮬레이션과 동일한 조건인, 무부하, 40Hz의 지령속도, 3kHz의 스위칭 주파수로 오픈 루프 운전하였을 때의 각 스위칭 방식에 따른 모터의 입력 선간전압 및 전류 파형을 그림5에 나타내었다. 그림5(a)는 SVPWM를 수행한 경우이며, 그림5(b)는 LLPWM을 수행한 경우이며, 그림5(c)는 본 연구에서 제안한 RPWM을 수행한 경우이다. 제안된 RPWM은 랜덤한 PWM배열 특성상 전류 파형에 미소한 맥동이 존재한다. 이와 같은 비확정적 전류 맥동은 히스테리시스 전류제어(Hysteresis current control: HCC) 인버터에서도 나타나기 때문에 이점은 크게 고려하지 않아도 된다. HCC는 비확정적인 고조파 스펙트럼 관점에서 RPWM과 유사하다. RPWM기법은 유사 랜덤특성을 갖고 있기 때문에 랜덤 특성은 오히려 HCC가 우수하다. 그러나 HCC의 랜덤특성은 부하에 강하게 의존하고 있기 때문에 예측과 제어가 어렵고 따라서 HCC를 제어 불가능한 RPWM이라 한다. 한편 RPWM은 랜덤 특성이 부하와는 무관하며 또한 예측과 제어가 가능하다는 점이 HCC와 근본적으로 다르다.



(a)SVPWM



(b)LLPWM



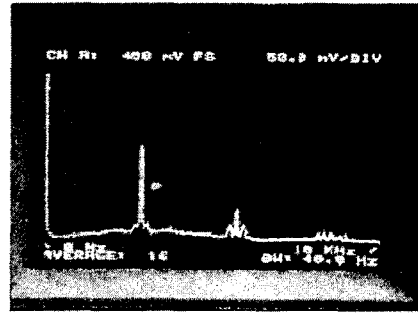
(c)Proposed RPWM

그림5 각 PWM방식의 선간전압과 전류

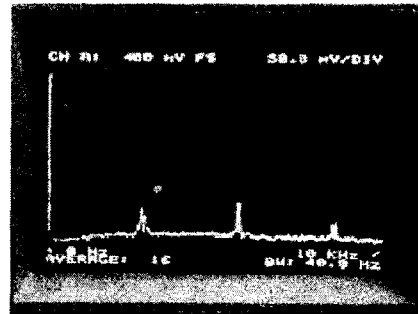
($f_0=40\text{Hz}$, $f_m=3\text{kHz}$, 200v/div. , 2A/div.)

Fig.5 Line to line voltage and current of each PWM method($f_0=40\text{Hz}$, $f_m=3\text{kHz}$, 200v/div. , 2A/div.)

그림6은 그림5에서 나타낸 전압 파형의 고조파 파워 스펙트럼을 나타내고 있다. 그림6(a)로 나타낸 SVPWM의 경우, 스위칭 주파수의 2배 주파수 영역에 고조파의 가장 강한 성분이 있고 스위칭 주파수의 1배 주파수 영역에 두 번째로 강한 고조파 성분이 존재하고 있다. 그림6(b)의 경우는 LLPWM방식에 의한 결과로써, 2배 스위칭 주파수대의 강한 고조파가 현저히 줄었으며, 대신 1배 스위칭 주파수대의 고조파가 상당히 증가하였다. 제안된 RPWM를 나타내고 있는 그림6(c)의 경우, 1배 스위칭 주파수대, 2배 스위칭 주파수대 및 3배 스위칭 주파수대 모두 고조파 성분의 크기가 매우 줄어들었음을 알 수 있다.



(b)LLPWM

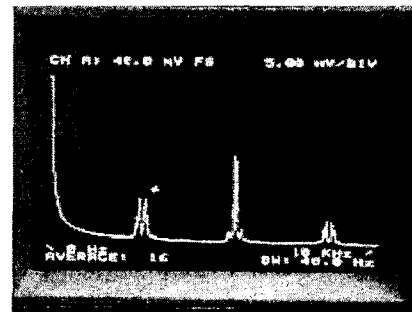


(c)Proposed RPWM

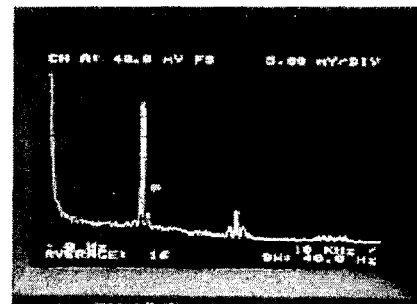
그림6. 전압스펙트럼($f_0=40\text{Hz}$, $f_m=3\text{kHz}$)

Fig.6 Voltage spectra($f_0=40\text{Hz}$, $f_m=3\text{kHz}$)

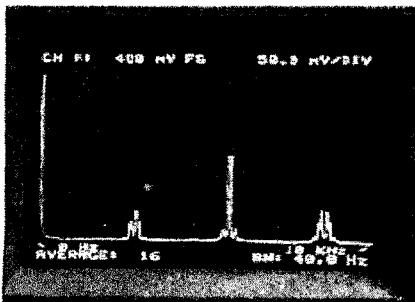
인버터 출력전류에 대한 고조파의 스펙트럼을 그림7에 나타내었다. SVPWM과 LLPWM 그리고 본 연구에서 제안한 RPWM의 경우 모두, 전압의 스펙트럼 분포와 거의 비슷한 양상을 보이고 있다.



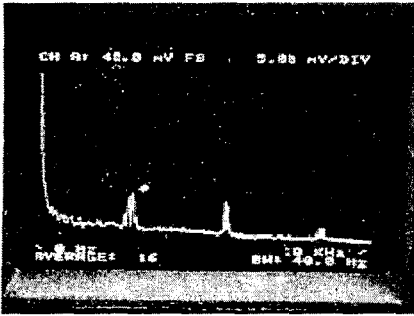
(a)SVPWM



(b)LLPWM



(a)SVPWM



(b) Proposed RPWM

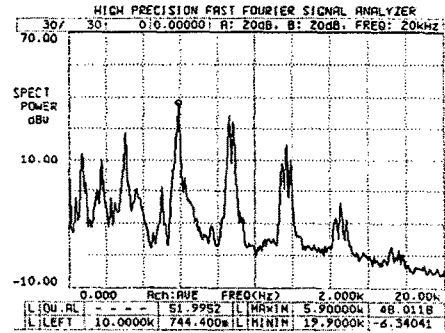
그림7 전류스펙트럼($f_0=40\text{Hz}$, $f_{sw}=3\text{kHz}$)
Fig.7 Current spectra($f_0=40\text{Hz}$, $f_{sw}=3\text{kHz}$)

본 연구에서 인버터로 구동되는 유도모터의 스위칭 소음의 파워 스펙트럼을 얻기 위한 실험은 6면이 모드 흡음제로 밀폐되도록 특별하게 설계된 무향실(無響室)에서 수행되었으며, 측정 장비로는 소음 및 진동신호에 대한 분석이 가능한 전용 측정기 「RION SA-74」를 사용하였다. 실험 결과의 분석에 사용된 데이터는 유도모터로부터 측 방향으로 1m 떨어진 곳과 상측 반지름 방향으로 1m 떨어진 곳 등 두 지점에 설치된 마이크로부터 측정된 값을 평균하여 얻은 값을 사용하였다.

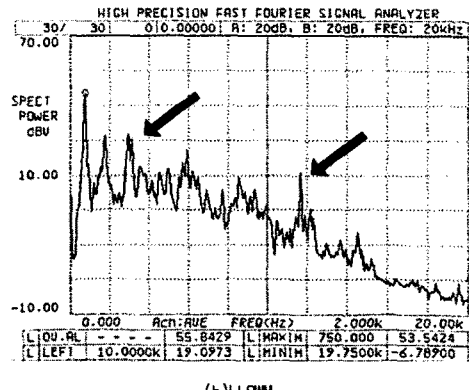
일반적으로 1-6kHz 주파수 영역에서 인간은 소음에 대해서 가장 고통을 느끼는 것으로 알려져 있으며 이 주파수 영역은 전력전자 변환기의 스위칭 주파수와 일치하고 있다. 이러한 측면에서 볼 때, 인버터로 구동되는 모터의 가청 스위칭 소음은 이 주파수대에서의 저감이 중요하다. 또한 소음의 스펙트럼은 전압과 전류 스펙트럼과는 다르게 약간의 차이가 소음에 영향을 주게 되며, 또한 동일한 소음이라 할지라도 어느 주파수대에 존재하는가가 중요하다. RPWM에서의 가청 소음과 고조파의 저감은 능동전력필터등의 고조파 저감과는 개념이 다르다. RPWM의 목적은 모터의 전압 및 전류 그리고 가청 소음에 대한 고조파 제거에 있지 않고 스위칭 주파수의 정수배에 집중되어져 있는 스펙트럼을 백색 잡음화하는 데 있다. 그러나 실제 문제에 있어서 고조파 스펙트럼의 백색 잡음화는 불가능하며, 광대역 분포를 갖는 정현파 형태의 고조파 스펙트럼을 갖게 된다. 그리고 RPWM 기법을 적용하기 전과 후의 전체 고조파 스펙트럼과 소음 에너지의 크기는 동일하다.

그림8은 각 스위칭 방식에 따른 모터의 소음 파워 스펙트럼을 나타내고 있다. 그림8(a)는 SVPWM를 수행한 경우이며, 그림8(b)는 LLPWM을 수행한 경우이며, 그림8(c)는 본 연구에서 제안한 RPWM을 수행한 경우이다. 그래프는 로그 스케일이며 격자 1눈금 당 10dB, 최대 70dB, 최소 10dB이다. 그리고 그래프의 주파수 축의 영역은 0 - 20kHz이다. 그림8(a)의 경우 2배 스위칭 주파수대에 소음의 가장 강한 성분이 있고 1배 스위칭 주파수대에 두 번째로 강한 소음의 성분이 존재함을 알 수 있다. 그리고 스위칭과 상관없는 주파수대인 750Hz 및 1.8kHz대에 약간의 소음성분이 존재함을 알 수 있다. 그림8(b)의 경우는 1배 스위칭 주파수대 소음성분은 미소하게 증가, 2배 스위칭 주파수대 소음의 성분은 현저히 감소하였음을 알 수 있다. 그러나 750Hz대의 소음 성분은 상당히 증가함을 보이고 있다. 그림8(c)의 경우는 그림8(a)의 경우와 비교하여 1배 스위칭 주파수대 성분은 약간 감소, 2배 스위칭 주파수대 성분은 현저히

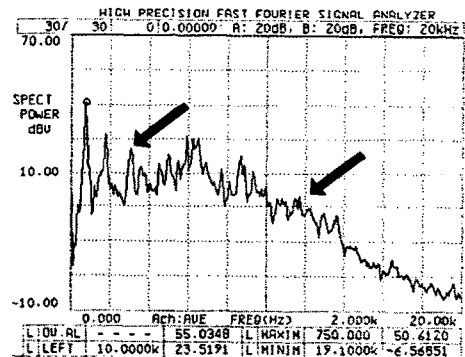
감소됨을 보이고 있다.



(a) SVPWM



(b) LLPWM



(c) Proposed RPWM

그림8 소음 스펙트럼($f_0=40\text{Hz}$, $f_{sw}=3\text{kHz}$)
Fig.8 Acoustic noise spectra($f_0=40\text{Hz}$, $f_{sw}=3\text{kHz}$)

가청 스위칭 소음 저감의 측면에서 제안된 RPWM 기법은 종전의 LLPWM에 비하여 다음과 같은 개선의 효과가 있다.

- ① 종전의 LLPWM 기법과 비교하여 제안된 방법은 정현파 형태의 광역화된 소음 스펙트럼을 갖는다.
- ② 제안된 방법은 인간이 가장 민감하게 느끼는 1-6kHz 주파수대에서 화살표로 표시된 부분만큼의 불연속적인 소음성분이 없다.
- ③ 제안된 방법은 특히 1-6kHz 주파수대에서 소음 스펙트럼이 종전의 방법보다 선형화 되어져 있다.

그런데 이 경우도 그림8(b)의 경우와 마찬가지로 작았던 750Hz 성분이 상당히 증가하였음을 알 수 있다. 이는

여러 가지 지령속도 및 스위칭 주파수로 실험하여도 같은 주파수대에서 나타나는 것으로 보아 스위칭과 관계없는 기계적인 소음으로 판명된다. 즉 모터의 고유 진동수와 관계되는 주파수와 랜덤한 스위칭 주파수가 중첩되어 기계적인 공진[2,8]을 일으킨 것으로 생각된다.

5. 결 론

본 연구에서는 펄스의 위치를 랜덤하게 함으로써 고정 주파수를 갖는 RPWM을 구현할 수 있는 새로운 3상 공간벡터 RPWM방식을 제안한 결과, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다. 제안된 RPWM은 매 변조구간마다 각 3상 펄스의 위치를 랜덤하게 배치하여 스위칭 주파수가 일정하지 않다. 그 결과 인버터의 출력 전압 및 전류의 불연속적이고 강한 고조파 성분을 광대역에 연속적인 성분으로 분산시킬 수 있었다. 또한 중전의 SVPWM 방식, LLPWM 방식 및 제안된 RPWM 방식에 의한 인버터 출력 전압, 전류의 스펙트럼을 비교 검토한 결과, 제안된 RPWM 방식이 불연속치 성분의 전압 및 전류의 고조파를 줄이는 데는 탁월한 효과가 있었다. LLPWM 방식에서는 펄스가 위치할 수 있는 경우의 수는 두가지로 매우 제한 되어 있었기 때문에 만족할 만한 전압 및 전류 스펙트럼의 광대역화를 이룩하지 못했다. 그러나 제안된 RPWM 방식은 다른 상 펄스위치의 경계를 벗어나지 않는 한 어느 위치에서도 연속적인 위치가 가능하므로 펄스 위치 선정에 있어서 매우 자유도가 높은 RPWM방식임을 알 수 있었다. 끝으로 제안된 RPWM은 중전의 SVPWM을 적용할 수 있는 대부분의 인버터 구동 장치에 성능 저하 또는 제한 사항 없이 적용 가능하리라 사료된다.

본 연구는 한국과학재단 지정 전남대 고품질전기전자부품 및 시스템 연구센터 연구비 지원에 의하여 연구된 결과임.

(참 고 문 헌)

- [1] A. M. Trzynadlowski, F. Blaabjerg, J. K. Pedersen, R. L. Kirlin, S. Legowski, "Random pulse width modulation techniques for converter-fed drive systems- A Review", IEEE Trans. IA, vol. 30, no. 5, pp.1166-1174, 1994.
- [2] A. M. Trzynadlowski, S. Legowski, R. L. Kirlin, "Random pulse width modulation technique for voltage controlled power inverters", IEEE IA Conf. Rec, pp.863-868, 1987.
- [3] T. G. Habetler, D. M. Divan, "Acoustic noise reduction in sinusoidal PWM drives using a randomly modulated carrier", IEEE PESC, pp.665-671, 1989.
- [4] T. G. Habetler and D. M. Divian, Acoustic noise reduction in sinusoidal PWM drives using a randomly modulated carrier, IEEE Trans. PE, vol. 6, no. 3, pp. 356-363, 1991.
- [5] F. Blaabjerg, J. K. Pedersen, Digitally implemented random modulation strategies for a.c. and switched reluctance drives, in Proc. IECON'93, pp.676-682.1993.
- [6] J. K. Pedersen and F. Blaabjerg, Digital quasi-random modulated SFAVM PWM in an AC-drive system, IEEE Trans., IA, vol. 41, no. 5, pp.518-525, 1994.
- [7] S. Legowski and A. M. Trzynadlowski, Hypersonic MOSFET based power inverter with random pulse width modulation, in Conf. Rec, IEEE-IAS Ann. Mtg., pp.

901-903, 1989

- [8] R. L. Kirlin, S. Kwok, S. Legowski, and A. M. Trzynadlowski, Power spectra of a PWM inverter with randomized pulse position, in Proc. PESC'93, pp. 1041-1047. 1993.
- [9] S. Legowski and A. M. Trzynadlowski, Analysis and implementation of a grey-noise PWM technique based on voltage space vectors, in Proc. APEC'92, pp. 586-593, 1992.
- [10] D. E. Knuth, Seminumerical Algorithms, 2nd ed., vol. 2 of The Art of the Computer Programming, Addison Wesley, 1981.