

## 초음파 모터의 고정자 특성 해석

최정석\*, 백수현, 김 용, 윤신용, 최철용  
 동국대학교 전기공학과

### The Stator Characteristics Analysis of Ultrasonic Motor

Jung-Seok Choi, Soo-Hyun Baek, Yong Kim, Shin-Yong Yoon, Chul-yong Choi  
 Dongguk University

**Abstract** - In this paper the bending vibration analysis of stator for a ring type ultrasonic motor is described. Considering the electromechanical coupling effect, the concepts of generalized stress and strain are explained in detail using the generalized piezoelectric equations, which is the relationship between generalized stress and strain, the differential motion equation were derived. The vibration modes and resonance frequencies of the stator were calculated using the finite element code ATILA.

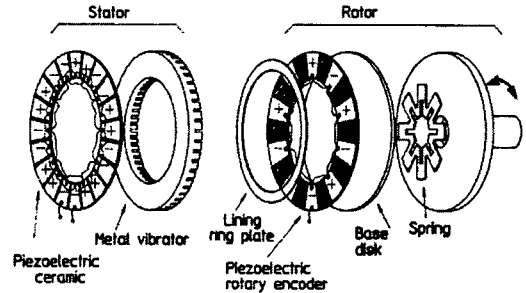


그림1. 초음파 모터의 구조

## 1. 서 론

초음파 모터는 기존의 전자기식 모터와는 달리 즉, 철심과 코일이 없는 새로운 형태의 소형모터로 압전 세라믹소자(piezo-ceramics)의 진동에 의해 발생하는 초음파 영역의 기계적 진동을 이용하여 고정자와 회전자 사이의 마찰에 의해 회전을 한다. 이에 따라 기존의 모터와 비교할 때 저속-고 토크, 구조의 단순성, 형태의 다양성, 자기장의 영향에 무관함 등과 초음파 영역의 진동을 이용하기 때문에 소음이 적은 장점을 갖는다[1].

본 논문에서는 초음파 모터의 구성부 중 가장 중요시되는 고정자의 굴곡진동(bending vibration)의 분석에 대해서 기술하였다. 고정자의 굽힘진동에 대한 고찰로부터 전기-기계 결합효과를 고려하여 응력과 변형의 개념을 정립하기 위해, 압전방정식, 응력과 변형의 관계, 미분운동방정식에 대해 기술하였다. 또한 고정자의 진동모드와 공진주파수를 계산하기 위해 유한요소법을 적용하고, 유한요소법을 이용한 프로그램인 ATILA를 사용하여 공진주파수 및 변위량을 해석하였다.

## 2. 본 론

### 2.1 해석모델

그림 1은 초음파 모터의 구조를 나타내고 있다. 초음파 모터는 일반적으로 압전세라믹과 접착된 탄성체로 이루어진 고정자와 회전자, 그리고 가압부로 나누어진다. 진동모드를 이용한 초음파 모터의 고정자는 금속링에 접착된 압전 세라믹의 구동 전극배치와 분극방향(+,-)을 나타내고 있다. 구동상의 A상·B상은 공간적으로 λ/4의 위치 어긋남이 있으며, 각각에 90° 위상이 다른 교류전압을 가하고 압전 세라믹에 장방향의 신축운동을 발생시킨다. 이것에 의해서 접착된 금속링은 링의 내외 방향의 굽힘 진동이 여기되어 소정의 주파수에서 공진상태로 된다.

이 굽힘 진동은 A·B상에 의해 진동파로 되고, 고정자에 압착된 회전자가 회전하게 된다.

### 2.2 고정자의 압전 방정식

진행파 모터의 고정자 구동은 박형판이 굽힘진동할 때 발생하는 작은 변위로서 간주될 수 있다. 판형판은 판의 두께가 지름에 비해 아주 작은 판이다.

변위(deflection)  $w$ 는 판의 두께보다 매우 작다( $w \ll h$ ) 박형판에서의 작은 변위에 대한 응력(stress)의 관계는 변위  $w$ 에 의해 표현되며, 식(1)과 같다[3].

$$\begin{aligned} S_x &= -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ S_y &= -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ S_{xy} &= -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (1)$$

### 2.2.1 압전 세라믹의 지배 방정식

압전 세라믹의 분극방향은 두께방향(z방향)이며 압전 세라믹의 전계는 동차방정식으로 고려될 수 있고 d형 압전 방정식이 응용된다. 그러므로 지배방정식은 식(2)와 같다[3].

$$\begin{aligned} T_x &= Y_1 (S_x + \nu_t S_y) - e E_z \\ T_y &= Y_1 (\nu_t S_x + S_y) - e E_z \\ T_{xy} &= G_t S_{xy} \\ D_z &= e (S_x + S_y) + \epsilon E_z \end{aligned} \quad (2)$$

$$[T]_t = z [D]_t [e] - [e]^T [E] \quad (3)$$

여기서

$$[D_i] = \frac{Y_t}{1-\nu_t^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu_t & 0 \\ \nu_t & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu_t}{2} \end{bmatrix}$$

$$[e]^T = e \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E_3 \end{bmatrix}$$

(4)

이다.

### 2.2.2 탄성체의 지배 방정식

탄성체에 있어서  $[e]=0$ 이며 식(3)은  $Y_t, \nu_t, G_t, Y_m, \nu_m, G_m$ 으로 바뀐다. 그리고 탄성체의 지배방정식은 식(5), (6)과 같이 얻어진다.

$$[T]_m = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_{xy} \end{bmatrix}_m = z[D_m][\epsilon] \quad (5)$$

$$[D_m] = \frac{Y_m}{1-\nu_m^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu_m & 0 \\ \nu_m & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu_m}{2} \end{bmatrix} \quad (6)$$

식(3)과 (5)로 부터 응력과 변형의 구성은 판의 두께방향(z방향)에 따라 선형적인 변화를 보인다. 식(3)과 (5)의 첫 번째 항은 z의 기수함수들이다. 더욱이 탄성체와 압전세라믹의 포아송비  $\nu_m, \nu_t$ 가 거의 이상적일 때 판의 두께 방향에 따른 적분항이 0이 된다. 인가전압  $V_E$ 와 관련된 벡터인 식(3)의 두 번째 적분항은 0이 아니므로 박형 압전판에 대해 식(7)과 같이 놓으면

$$[E] = [M_E] V_E, \quad [M_E] = [0 \ 0 \ 1/h]^T \quad (7)$$

식(3), (5)에 의한 고정자의 굴곡 토크는 식(8)과 같다.

$$[M] = ([D_m] + [D_i])[\epsilon] - \alpha [e]^T [E] = [D][\epsilon] - \alpha [e]^T [E] \quad (8)$$

여기서  $[D] = [D_m] + [D_i]$  : 굽힘강성

$[M]$  : 응력 또는 내력 (internal force)

$\alpha$  : 구조파라미터

압전세라믹과 탄성체로 구성되어 있는 고정자에서 인가전계  $[E]$ 는 특별한 내력을 발생한다. 행렬형식으로 식(2)에서  $D_2$ 에 관한 식을 다시 표현하면 다음과 같다.

$$[D_e] = z[e][\epsilon] + \mathcal{E}[E] \quad (9)$$

여기서  $[D_e]$  : 전기 변위 벡터 행렬

$[e]$  : 압전 응력 정수 행렬

압전세라믹의 전기적 변위가 단면에서 일정 정수를 유지하기 때문에, 즉 식(9)에서,  $\frac{\partial [D_e]}{\partial z} = 0$ 이므로 z방향으로 적분하면 식(10)을 얻을 수 있다.

$$[D_{eh}] = \alpha [e][\epsilon] + h_t \mathcal{E}[E] \quad (10)$$

여기서  $[D_{eh}] = h_t [D_e]$  : 전기변위벡터

식(10)은 고정자의 작은 힘의 조건하에서의 압전 방정식이다. 그러나 이것은 압전 세라믹이 동차전계라는 가정하에서만 정당화된다.

### 2.3 고정자 응력과 변형의 미분방정식

다음은 고정자의 응력과 변형을 나타내면, 이에 대한 미분방정식을 나타낸다.

압전 방정식 식(10)의 두 번째 식으로부터

$[D_{eh}]$ 를 구해서 첫 번째 식에 대입하면 식(11)과 같다.

$$[M] = ([D_m] + [D_a] - [J])[\epsilon] - \frac{\alpha V_E}{h_t} [H] \quad (11)$$

$$[J] = -\frac{\alpha^2 e^2}{h_t \mathcal{E}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

식(11)은 인가전압이 등가적으로 내력에 첨가된 것을 의미하며, 그 결과 식(11)은 박형 고정자의 응력과 변형의 관계를 나타낸다.

위에서 기술한 박형 고정자의 응력과 변형의 관계를 표현한 식(11)로 부터 고정자의 운동방정식을 직접 얻을 수 있다.

이때, 미분요소의 응력 변형 방정식을 고려해 보면 z방향에서 미분요소의 운동방정식은 식(12)와 같다.

$$\frac{\partial^2 M'_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M'_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M'_y}{\partial y^2} + q = (\rho_m h_m + \rho_t h_t) \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} \quad (12)$$

여기서  $M$ 은 전기-기계 결합 효과를 고려할 때 응력이고,  $\rho_m, \rho_t$ 는 각각 탄성체와 압전 세라믹의 밀도이며,  $q$ 는 z방향에서 미분요소의 단위면적당 인가력이다.

박형 고정자의 미분운동방정식을 구하기 위해 식(13)을

식(12)에 대입하면  $\frac{\partial^2 V_E}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 V_E}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 V_E}{\partial x \partial y} = 0$

이므로 식(13)과 같은 박형 고정자의 미분운동방정식이 된다.

$$-\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}, 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right) \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 & 0 \\ \beta_2 & \beta_1 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \omega$$

$$+ q = (\rho_m h_m + \rho_t h_t) \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2}$$

또는

$$\left[ \beta_1 \frac{\partial^4}{\partial x^4} + \beta_1 \frac{\partial^4}{\partial y^4} + 2(\beta_2 + 2\beta_3) \right]$$

$$\frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + (\rho_m h_m + \rho_i h_i) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q \quad (13)$$

여기서  $\beta_i (i=1,2,3)$ 는 물질의 구조, 기계적 특성에 관련된 파라미터이다. 압전방정식, 식(13)는 압전체의 기계적인 양과 전기적인 양의 관계식으로서 유한요소모델의 기본이 되는 식에서, 압전체의 진동운동은 뉴턴의 법칙에 의해 지배되며, 전기적 운동은 맥스웰 방정식(Maxwell's equation)으로 설명된다.

$$\nabla \cdot T = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (14)$$

$$\nabla \cdot D = 0 \quad (15)$$

식(14),식(15)은 근사화된 기계적(변위, 힘), 전기적(전위, 전하) 경계조건을 가지고 풀 수 있는 미분방정식의 집합이다. 따라서 유한요소법을 이용하여 계산하면 진동모드와 공진주파수를 구할 수 있다(4)(5).

### 3. 해석 결과

위의 식으로부터 해석된 결과는 다음과 같다. 본 모델의 전계해석을 위한 유한요소 패키지인 ATILA를 사용하여 해석하였다. 여기서, 진동모드는 초음파모터의 구동주파수인 20 ~ 100 [kHz]에서 적합한 7차 진동모드를 적용하여 해석 하므로써, 50.11[kHz]를 얻을 수 있었다.

그림 2은 고정자의 진동모드시 굽힘진동을 나타낸다. 그림 3은 진동모드시 고정자의 변위를 색지수(color shade)로 나타낸 것이다. 표1은 초음파 모터의 주요 사양을 나타내고 있다.

표1. 초음파 모터의 사양

사 양	치 수
무부하 회전속도 $N_{r0}$	30[rpm]
최대 토크 $T_{max}$	0.1[Nm]
구동위치 반경 R	18[mm]
탄성체 영률 $E_b$ 포아손 비 $\sigma_b$ 밀도 $\rho_b$	21.5E10[N/m <sup>2</sup> ] 0.33 7900[kg/m <sup>3</sup> ]
압전세라믹 영률 $E_b$ 포아손 비 $\sigma_b$ 압전 변형률 정수 $d_{31}$ 밀도 $\rho_b$	10.7E10[N/m <sup>2</sup> ] 0.313 -1.08[C/N] 7600[kg/m <sup>3</sup> ]
진동자 외경, 내경	50, 22[mm]
압전세라믹의 두께	0.5[mm]

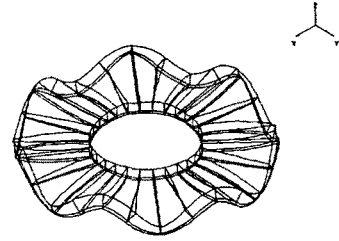


그림2 진동모드 (f=50.11kHz)

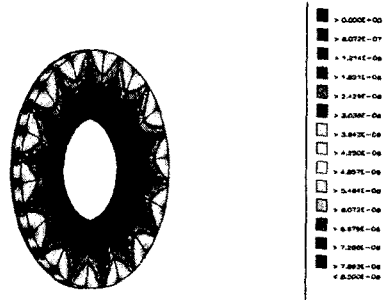


그림3 진동모드시 고정자의 변위량(f=50.11kHz)

### 4. 결 론

초음파 모터는 제어가 용이하므로, 용도에 적합한 모터 설계를 위해서 중요하다. 본 논문에서는 이에 필요한 링형 초음파 모터의 이론정립과 특성해석을 다루고자 하였다. 따라서 이를 위한 체계적인 이론정립과 특성해석을 초음파 모터의 특성에 적합한 모터를 해석하였다. 또한 고정자의 진동모드와 공진주파수를 유한요소법을 적용하여 진동모드에서 공진주파수 50.11[kHz]를 계산하였다. 초음파 모터는 현재 국내에서 기술의 중요성은 인식되고 있으나 체계적인 연구개발은 미진한 실정이며, 초음파 모터의 역사가 10년 이내의 짧은 역사를 가지고 있다. 기존의 전동기에 비해 많은 장점들을 가지고 있으므로 향후 산업용 로봇의 관절, 손 및 서보제어장치, 카메라, 사무기기, 주택편의 시설, 고장자동제어장치 등 산업 전반에 크게 기여할 것으로 판단된다.

#### (참 고 문 헌)

- [1] T. Sashida, T. Kenjo, "An Introduction to Ultrasonic Motors", Clarendon Press, Oxford, 1993
- [2] S.Ueha, Y.Tomikawa, "Ultrasonic Motors: theory and applications", Clarendon Press, Oxford, 1993
- [3] Nesbitt W. Hagood IV and Andrew J. McFarland, "Modeling of a Piezoelectric Rotary Ultrasonic Motor/Rotary Ultrasonic Motor", IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Cont., VOL.42, NO.2, pp. 210-224, 1995
- [4] Daryl L. Logan, "유한요소법 첫걸음", 시그마프레스, 1998
- [5] REINHARD LERCH, "Simulation of Piezoelectric Devices by Two- and Three-Dimensional Finite Elements", IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Cont., VOL.37, NO.2, pp. 233-247, 1990