

사다리꼴 요소를 이용한 3차원 등가자기회로망 해석시  
요소 분할의 영향에 관한 연구

장기봉<sup>1</sup>, 진창성<sup>2</sup>, 이주<sup>3</sup>, 백수현<sup>2</sup>, 김와성<sup>3</sup>  
<sup>1</sup>한양대학교 전기공학과, <sup>2</sup>동국대학교 전기공학과, <sup>3</sup>UNIPULSE

The Consideration of Mesh for 3D-Equivalent Magnetic Circuit Network Method  
using Trapezoidal Element

Ki-Bong Jang<sup>1</sup>, Chang-Sung Jin<sup>2</sup>, Ju Lee<sup>3</sup>, Su-Hyeon Baek<sup>2</sup>, Wa-Sung Kim<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Dept. of Electrical Engineering in Hanyang Univ., <sup>2</sup>Dept. of Electrical Engineering in Dongkuk Univ., <sup>3</sup>Unipulse Co. Ltd.

**Abstract** - 3D Equivalent magnetic Circuit Network Method (EMCNM) is comparatively the easy way that analyzes 3D models of Electric Machine by using permeance as a distributive magnetic circuit parameter under the existing magnetic equivalent circuit method and Numerical Method. The existing 3D EMCNM could not correctly describe the shape of an analysis target when using rectangular shape element or fan shape element, so it made errors when calculating permeance. Therefore, this paper use the trapezoidal element contained rectangular element. This paper calculate the torque based on the maxwell stress tensor method when the airgap is one layer, three layers, and 5 layers, respectively.

1. 서 론

컴퓨터 성능의 비약적인 발전으로 인해 해석모델의 복잡한 형상, 재질의 비선형성을 고려할 수 있는 수치해석 방법이 전자계 해석에 많이 이용되고 있다. 이들 중 유한요소법은 해의 정확성과 유용성이 검증되어 전기기기의 해석에 필수적인 도구로 자리 잡아가고 있다. 특히, 자속튜브를 이용한 방법은, 동특성 해석시에 계산시간이 감소되는 장점을 가지므로 기기의 과도특성해석 등에 강력한 해석방법으로서 사용되어져 왔다. 그러나, 자속의 흐름이 제한되지 않는 FEM과는 달리 자속튜브에서는 단지 두 방향의 자속만을 계산하므로 누설을 고려하지 못하고, 치와 슬롯부분에서의 수직한 주 자속성분만을 구하므로 정확도가 떨어진다는 단점을 갖는다. 따라서 보다 정확한 해석을 위하여 자속의 경로를 제한하지 않는 방법에 대한 연구가 필요하게 되었다. 최근에는 3차원 유한요소법에 비해 회전자 또는 이동자의 이동시 요소 재분할이 필요 없고, 해를 얻기 위한 계행렬의 이산도 역시 우수하여 해석시간이 현저히 단축되며, 또한 그 해의 정밀도 면에서도 신뢰할 수 있는 3차원 등가자기회로망법이 여러 논문에서 발표되고 있다[1][2]. 본 논문에서 사용된 사다리꼴 요소는 자속의 주된 통로가 되는 회전자와 고정자의 치 형상을 왜곡 없이 표현할 수 있어 해석시 오차를 줄일수 있다[3]. 본 논문에서는 2중 돌극 구조인 SRM에 대하여 공극의 층수를 1층, 3층, 5층으로 분할한후 사다리꼴 요소를 이용한 3차원 등가자기회로망법을 적용하여, 맥스웰 응력법으로 토크를 계산하였다.

2. 본 론

2.1 자기등가회로망

3차원 자기회로망의 개념도는 그림1과 같다. 대수방정식은 미지절점 수만큼 구성되며 이를 이용하여 다음과 같은 행렬식을 표현할 수 있다.

$$[P]_{n \times n} \{U\}_{n \times 1} = \{F\}_{n \times 1}$$

여기서,  $[P]$ 는 퍼미언스 계수행렬,  $\{U\}$ 는 절점의 자기스칼라·포텐셜 행렬이며,  $\{F\}$ 는 구동행렬로 퍼미언스와 기자력의 곱으로 구성된다. 퍼미언스 계수행렬  $[P]$ 는 임의 절점과 연결된 6개의 절점 사이에 존재하는 퍼미언스로 구성되므로 이산도(Sparsity)가 3차원 유한요소법보다 좋다. 즉, 해를 구하는 시간이 3차원 유한요소법에 비해 적게 걸리는 장점이 있다.

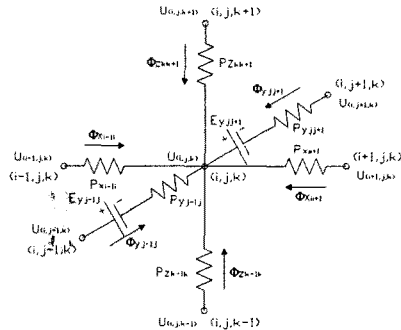


그림 1. 3차원 자기회로망의 개념도  
Figure 1. Conceptual Map of 3D EMCN

2.2 퍼미언스의 계산

기존의 3차원 등가자기회로망법은 요소형상에 따라 선형기기에선 사각형 요소를 회전기기에선 부채꼴 요소를 사용하여 기기 형상의 표현에 제약을 갖는다[4-6]. 이러한 문제점을 해결하기 위해 선형기기와 회전기기에 모두 적용 가능하며, 해석 대상인 SRM을 왜곡 없이 표현할 수 있는 요소가 필요하다. 이를 만족하는 요소가 그림 2의 사다리꼴 요소이며 그 퍼미언스 계산과정은 다음과 같다.

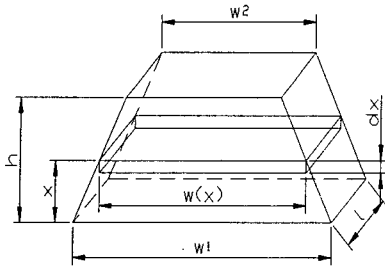


그림 2 사다리꼴 요소  
Fig. 2 Trapezoidal Element

자속 경로를 직교좌표계상 x방향으로 가정할 때 요소 내 미소 체적의 퍼미언스는 다음과 같다.

$$dP_x = \mu \frac{dx}{w(x)} \quad (w(x) = w_1 + \frac{w_2 - w_1}{h} x)$$

여기서,  $\mu$ 는 요소 재질에 따른 투자율을,  $w_1$ 은 요소 밑면의 폭을,  $w_2$ 은 요소 윗면의 폭을,  $x$ 는 요소 내 임의의 높이를,  $dx$ 는 미소 체적소의 높이를,  $h$ 는 요소의 높이를,  $l$ 은 요소의 길이를 표현한다. 따라서 요소의 퍼미언스는 다음과 같다.

$$P_x = \int_0^h dP_x = \mu l \frac{h}{w_2 - w_1} \int_{w_1}^{w_2} \frac{dw(x)}{w(x)}$$

$$= \mu \frac{lh}{w_2 - w_1} \ln \frac{w_2}{w_1}$$

(단,  $w_1 \neq w_2$ .  $w_1 = w_2$ 인 경우 사각형 요소와 동일)  
같은 방법으로 자속 흐름이 각각 y, z방향일 경우 사다리꼴 요소의 퍼미언스는 식 (1), 식 (2)과 같다.

$$dR_y = \frac{dx}{\mu l w(x)}$$

$$R_y = \int_0^h dR_y = \frac{h}{\mu l (w_2 - w_1)} \ln \frac{w_2}{w_1}$$

$$P_y = \mu \frac{l(w_2 - w_1)}{h \ln \frac{w_2}{w_1}} \quad (1)$$

$$dP_z = \mu \frac{w(x) dx}{l}$$

$$P_z = \int_0^h dP_z = \mu \frac{(w_1 + w_2)h}{2l} \quad (2)$$

### 2.3 맥스웰응력법에 의한 힘계산

전하와 전류에 작용하는 로렌츠의 힘은 식 (3)로 나타낼 수 있다.

$$F = q(E + v \times B) \quad (3)$$

미소체적  $dv$ 내의 전하와 전류에 작용하는 힘은 식 (4)와 같다.

$$dF = \rho dv(E + v \times B)$$

$$= (\rho E + J \times B) dv \quad (4)$$

따라서 단위체적당 힘 밀도는 식 (5)과 같다.

$$f_v = \frac{dF}{dv} = \rho E + J \times B \quad (5)$$

자계만 고려하면 식 (5)는 식 (6)으로 볼 수 있다.

$$f_v = \frac{1}{\mu_0} [(\nabla \times B) \times B] \quad (6)$$

$$T_{ij} = \frac{1}{\mu_0} (B_i B_j - \frac{1}{2} B^2 \delta_{ij}) \quad (7)$$

여기서  $\delta_{ij}$ 는 Kronecker delta 함수이다.

$$\text{힘밀도 } f_x = \nabla \cdot T_{ij} = \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z}$$

며, y, z 성분에 대해서도 같은 방법으로 구할 수 있다. 단위체적당 작용하는 힘 밀도  $f_v$ 를 체적  $v$ 에 대해 적분하고 발산정리를 적용하면 폐곡면  $s$ 로 둘러싸인 영역  $v$ 에서의 힘은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F = \int_v f_v dv = \int_v \nabla \cdot T dv = \oint_s T \cdot ds \quad (8)$$

### 2.4 해석 모델

해석 대상인 SRM은 직류전동기의 고정자 권선법과 같은 집중권을 갖는 고정자와 권선이 없는 브러시리스형 회전자로 이루어져 있다. 정격 전압 12V, 정격 전류 6A, 정격 출력 22W인 해석 대상은 3상 6-4극 구조를 갖으며 고정자 및 회전자 극호가 모두 30°인 모델이다. 자세한 사양은 표 1에 나타나 있다.

항 목	값	단위	항 목	값	위
정격 출력	22	W	코어 재질	S18	
정격 전압	12	V	고정자 극호	30	°
정격 전류	6	A	회전자 극호	30	°
동작 속도	500	rpm	고정자 요크 두께	6	mm
상 수	3	Phase	회전자 요크 두께	6	mm
고정자 극수	6	Pole	고정자 지름	50×2	mm
회전자 극수	4	Pole	회전자 지름	20×2	mm
턴 수	80	T/Pole	Shaft 지름	4×2	mm
권선 저항	1.0	Ω	공극 길이	0.3	mm
코일 선경	0.75	mm	적층 폭	40	mm

표 1 기본설계 모델의 주요사양  
Table 1 Specification of Analysis Model

### 2.5 해석 결과

그림 3은 해석 대상의 요소분할도이다. 효율적인 해석을 위하여 1/2 모델로 구성, 반주기조건을 사용하여 해석하였다. 요소 분할은 토오크 계산의 기준이 되는 공극을 중심으로 이루어졌으며, 공극을 반경방향으로 1층, 3층, 5층으로 나누고 매 3°마다 하나의 요소를 생성하였다.

그림4는 15도 정렬시 자속밀도를 나타낸 것으로 돌극구조에 의한 포화 현상을 관찰 할 수 있다. 따라서 토크의 정확한 계산을 위해 포화현상을 고려한 비선형 해석을 수행하였다.

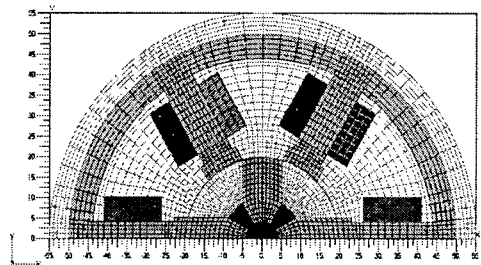
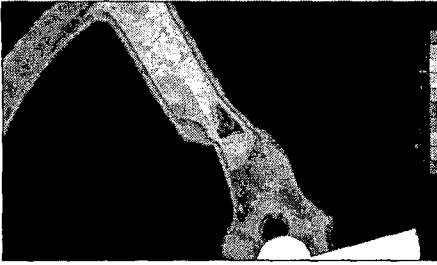
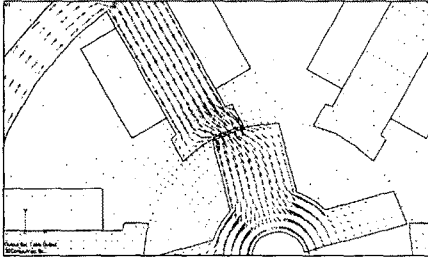


그림 3 사다리꼴 요소를 이용한 SRM의 요소분할 단면도  
Figure 3 Cross-sectional View of Meshed SRM Model Using Trapezoidal Element



(a)



(b)

그림 4 15° 정렬시 자속밀도 ( $z = 0 \text{ mm}$ )  
Figure 4 Flux Density on 15° Aligned ( $z = 0 \text{ mm}$ )

그림5는 공극을 각각 1층, 3층, 5층으로 나누어 3차원 등가자기회로망으로 해석한 토크를 나타내었다. 각각의 토크는 실선으로 표시하였으며, 5층으로 나눈 경우를 기준으로 3층의 경우는 평균 0.06%, 1층의 경우는 0.33%의 편차를 보였다. 회전자의 위치별 편차는 막대그래프로 표시 하였으며, 이때 크기는  $10^{-3}$ 배하여 mN.m로 표시하였다.

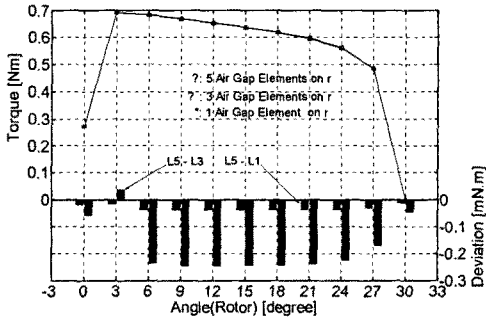


그림 5. 공극층수별 토크 편차

### 3. 결 론

3차원등가회로망 해석시 기기의 형상을 잘 표현하기 위해서는 요소의 형상을 사다리꼴 모양으로 나누는 것이 유리하며, 비선형을 고려한 3차원 등가자기회로망법에 의해 SRM 해석시 공극을 1층, 3층, 5층으로 분할하여 Maxwell 용력법으로 토크를 계산할 경우 편차가 1% 이내로 거의 차이가 없어, 공극의 수를 최소한으로 분할하여 maxwell 용력법으로 토크를 계산하여도 비교적 정확한 값을 얻을 수 있음을 알 수 있다.

#### 감사의 글

본 연구는 산업자원부의 전력산업연구개발사업(기초전력)에 의한 지원으로 수행되었습니다.

#### [참 고 문 헌]

- [1] Jin Hur, "A method for reduction of cogging torque in brushless DC motor considering the distribution of magnetization by 3D EMCN", IEEE Trans. on Magnetics, Vol 34 p.3532 -3535, 1998.
- [2] Jin Hur, Yen-Do Chun, Ju Lee, Dong-Seok Hyun, "Dynamic analysis of radial force density in brushless DC motor using 3-D equivalent magnetic circuit network method", IEEE Trans. on Magnetics Vol. 34 p.3142 -3145, 1998
- [3] Vlado Ostovic, "Dynamics of Saturated Electric Machines", Springer-Verlag, 1989
- [4] 임 달호, 홍 정표, "3차원 등가자기회로망법에 의한 영구자석모터의 자계해석", 전기학회 논문지 43권 9호, pp.1432-1439, 1994년 9월
- [5] 허 진, "3차원 정자계 해석을 위한 등가자기회로망법에 관한 연구", 한양대학교 대학원 박사학위논문, 1999년 2월