

EMFG를 이용한 최단 경로 알고리즘

김남혁*, 정명희**, 여정모***
부경대학교 전자계산학과

The Shortest Path Algorithm By Using an EMFG

Nam-Hyuk Kim*, Myung-Hee Jung**, Jeong-Mo Yeo***

*,** Dept of Computer Science, Pukyong Nat'l University

*** Division of Electronics, Computer and Telecommunication Engineering,
Pukyong Nat'l University

E-mail : scheme92@hanmail.net, myungheejung@hotmail.com, yeo@pknu.ac.kr

요 약

본 논문에서는 방향그래프의 특정한 두 정점 사이의 최단 시간 및 최단 경로를 구하는 과정을 EMFG를 이용하여 수학적으로 해석하였다. 특정한 두 정점 사이의 최단 시간 및 최단 경로를 구하기 위해 방향그래프를 EMFG로 변환하는 방법과 접속행렬을 이용한 EMFG의 수학적 해석[10]을 적용한 최단 경로 알고리즘을 제안한다. 제안된 알고리즘을 시스템에 적용하여 알고리즘이 올바르게 동작하는 것을 확인하였으며, 방향그래프를 EMFG로 변환하여 해석하면 최단 시간 및 최단 경로를 파악하는 시스템의 분석 및 설계가 용이하여 시스템의 성능향상에 도움이 될 것으로 기대된다.

1. 서 론

확장된 마크흐름선도(EMFG : Extended Mark Flow Graph)는 시스템의 동시성이나 병렬성을 잘 표현할 수 있는 방향성 선도이다.[6] EMFG는 비동기적이거나 분산적인 페트리 넷의 장점을 모두 가지고 있어 시스템의 동작을 개념적으로 상세하게 설계할 수 있는 강력한 도구이다.[4]

본 논문에서는 방향그래프를 EMFG로 변환하는 방법과 이를 해석하는 최단 시간 및 최단 경로 알고리즘을 제안하고, 이를 이용하여 EMFG 박스의 마크 흐름을 파악함으로써 특정한 두 정점 사이의 최단 시간 및 최단 경로를 보다 정확하고 쉽게 확인하고자 한다. EMFG는 모든 동작 과정이 수학적으로 해석되고, 마크벡터의 변화를 정확하고 쉽게 판단할 수 있으므로 특정한 두 정점 사이의 경로흐름을 보다 쉽게 파악할 수 있다. 또한 최단 시간 및 최단 경로 알고리즘이 내포된 이산제어시스템의 모델링이나 설계가 용이하며, 나아가 시스템의 성능향상에 도움을 줄 것이다.

2. 본 론

방향그래프의 특정한 두 정점 사이의 최단 시간 및 최단 경로를 구하기 위하여, 먼저 방향그래프를 EMFG로 변환하는 방법과 접속행렬을 이용한 EMFG의 수학적 해석[10]알고리즘을 적용한 제안된 알고리즘을 이용하여 변환된 EMFG 트랜지션들에 대한 박스들의 접속 상태를 수학적으로 해석하여 최단 시간 및 최단 경로를 표현한다.

2.1 방향그래프의 구성

방향그래프 G는 공집합이 아닌 정점들의 유한 집합과 공집합도 허용하는 간선들의 유한 집합으로 구성된다. V(G)와 E(G)는 그래프 G의 정점들의 집합과 간선들의 집합을 나타내며 각 간선에 대한 가중치들의 집합은 $w(e)[w(e)>0]$ 로 나타낸다.[8]

2.2 EMFG 변환

EMFG에서 트랜지션의 시간을 방향그래프 간선의

가중치로 사용한다면, 이 간선의 가중치는 시간 트랜지션의 점화시간으로 대체하여 표현된다.

정점과 간선들의 집합으로 구성된 방향그래프를 박스와 트랜지션의 집합으로 구성된 EMFG로 변환하기 위해 기준가중치를 다음과 같이 정의한다.

정의 1) 방향그래프에서 각 간선에 대한 가중치를 평가하는 기준 단위 가중치를 방향그래프 기준가중치라고 정의하며, 기준가중치 s_w 는 EMFG의 마킹시간 t_w 로 표현된다.

정리 1) 방향그래프의 기준가중치 s_w 는 다음과 같다.

$$s_w = G.C.M(w_1, w_2, \dots, w_i, \dots, w_n)$$

여기서 w_i 는 임의의 간선에 대한 가중치를 나타내며, n 은 간선의 수이다.

다음의 단계에 따라 방향그래프를 EMFG로 변환한다.

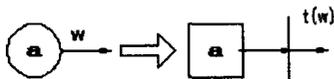
단계 1) 방향그래프의 각 정점을 같은 이름의 박스로 변환한다.



[그림 1] 정점의 EMFG 표현

단계 2) 방향그래프의 정점에서 출력되는 간선은 간선의 수와 간선의 가중치에 따라 다음과 같이 EMFG로 표현한다.

① 간선의 수가 1인 경우 : 간선의 가중치를 설정시간으로 가지는 시간 트랜지션으로 변환하며, 박스와 연결은 일반 아크로 이루어진다. 그림 2와 같이 나타낼 수 있다.



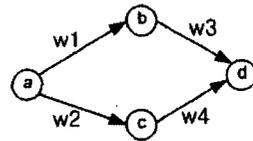
[그림 2] 간선의 수가 1인 경우 EMFG 표현

② 간선의 수가 1보다 큰 경우는 간선의 가중치에 따라 다음과 같이 변환한다.

③ 간선의 가중치가 기준가중치 s_w 인 경우 : 일반 트랜지션으로 변환한다.

④ 간선의 가중치가 기준가중치 s_w 보다 큰 경우 : 간선은 두 개의 트랜지션으로 변환되어진다. 먼저 일반 트랜지션으로 변환하고, 출력 측에 새로운 박스를 둔다. 그리고 이 추가된 박스에서 간선의 가중치에서 기준가중치를 뺀 값을 설정시간으로 가지는 시간 트랜지션을 추가하여 일반 아크로 연결한 뒤 이 시간 트랜지션의 출력 일반 아크를 이용해 원래의 박스로 연결한다.

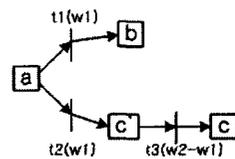
간선의 가중치가 여러 개의 EMFG 시간 트랜지션으로 분할되어 표현된다면 일반 트랜지션과 시간 트랜지션의 점화시간의 합이 간선의 가중치와 일치해야 한다.



$$s_w = G.C.M(w_1, w_2, w_3, w_4) = w_1$$

[그림 3] 기준가중치가 w_1 인 방향그래프

그림 3과 같은 방향그래프를 EMFG로 변환한다면 정점 a에서 출력되는 간선이 2개이고, w_1 이 기준가중치라 할 때 하나는 기준가중치인 w_1 을 다른 하나는 w_2 의 시간을 가지고 있으므로 단계 2의 ②-③, ④에 따라 다음과 같이 변환할 수 있다.



[그림 4] 그림 3의 EMFG 변환

박스 a에서 b로 연결하는 트랜지션 t_1 은 가중치가 w_1 인 기준가중치이므로 단계 2의 ②-③에 따라 그대로 변환하고, 박스 c로의 연결은 단계 2의 ②-④에 따라 위와 같이 변환한다. 트랜지션 t_3 의 설정시간과 트

랜지션 t2의 설정시간을 합하면 원래의 가중치 w2가 된다.

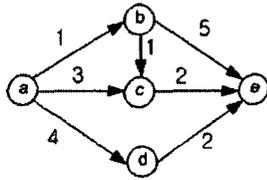
$$V_0 = [-1, -1, -1, -1, -1, 2, 3, 4, 2, 2]$$

그림 5의 방향그래프를 EMFG로 변환하기 위해 가
준가중치를 구하면 다음과 같다.

③ 입력 행렬(T_i), 출력 행렬(T_o), 접속 행렬(T_b) :

기준가중치 :

$$s_w = G.C.M(1, 3, 4, 1, 5, 2, 2) = 1$$



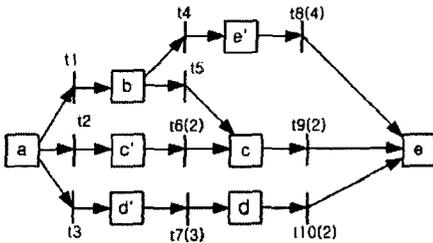
[그림 5] 방향그래프

그림 5의 방향그래프를 제안한 각 단계에 따라
EMFG로 변환하면 그림 6과 같이 표현된다.

$$T_i = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$T_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 10 & 10 \end{bmatrix}$$

$$T_b = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 10 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 10 & 10 \end{bmatrix}$$



[그림 6] EMFG로 표현된 방향그래프

④ 점화조건행렬(C) :

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & X & X & X & X & X & X & X \\ X & X & X & 1 & 1 & X & X & X & X & X \\ X & X & X & X & X & 1 & X & X & X & X \\ X & X & X & X & X & X & 1 & X & X & X \\ X & X & X & X & X & X & X & 1 & X & X \\ X & X & X & X & X & X & X & X & 1 & X \\ X & X & X & X & X & X & X & X & X & 1 \end{bmatrix}$$

2.3 최단 시간 및 최단 경로 알고리즘과 적용 예

EMFG의 시간 트랜지션을 이용해 최단 시간 및 최단 경로를 해석하기 위해 접속행렬을 이용한 EMFG의 수학적 해석[10]이 적용된 마크벡터의 흐름에 따른 최단 경로 알고리즘을 그림 6에 적용하여 단계적으로 표현하면 다음과 같다.

⑤ 초기마크벡터(M_0) :

$$M_0 = [a, b, c', d', e', c, d, e]$$

$$M_0 = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

단계 1(초기화 과정) :

① 마킹시간 t_m :

$$s_m = G.C.M(1,3,4,5,2,2) = 1 = t_m$$

② 초기완료비 벡터(V_0):

단계 2(점화가능벡터 구함) :

$$F_1 = M_0 \square C = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

단계 3(초기완료비 벡터를 구함) :

$$V_1 = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 2 \ 2]$$

단계 4(현완료비 벡터 구함) :

$$W_1 = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

단계 5(경과완료비 벡터 구함) :

$$X_1 = [0 \ 0 \ 0 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1]$$

단계 6(점화완료벡터 Y_k 구함) :

$$Y_1 = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

단계 7(박스들의 마킹평가) :

$$M_1 = [0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

단계 8 : 다음 마크벡터 M_k 와 현재 마크벡터 M_{k-1} 을 비교한다.

- ① 다음 마크벡터 M_k 에 목적지 박스의 마크가 생성되면, 중지한다.
- ② 다음 마크벡터 M_k 에 생성된 마크의 개수가 1개인 경우에 단계 2로 간다.
- ③ 다음 마크벡터 M_k 에 생성된 마크의 개수가 1개보다 큰 경우에 M_k 에 생성된 각각의 마크를 구분하여 생성된 마크의 수 만큼 마크벡터를 만든 후 구분되어진 각각의 마크벡터에 대해 단계 2로 간다.

목적지 박스에 마크가 생성되면, EMFG에서 마크가 생성된 시간이 최단시간이 되며 마크의 이동 경로가 최단 경로가 된다.

알고리즘 단계 1에서 단계 8을 그림 5의 EMFG를 수행시킨 결과를 표 1에 나타내었다. 표 1에서 보면, 시간의 흐름에 따라 각 박스에 마크가 변화한 과정을 쉽게 파악할 수 있으며, 시간 4에서 목적지 박스에 마크가 생성됨으로써, 중지가 되며 이때의 시간이 최단 시간이 되며 EMFG의 마크흐름 경로가 최단 경로가 된다.

3. 결 론

본 논문은 방향그래프의 최단 시간 및 최단 경로를 해석하기 위해 방향그래프를 EMFG로 변환하는 과정을 보였으며, 변환된 EMFG에 접속행렬을 이용한 EMFG의 수학적 해석[10]이 적용된 최단 경로 알고리즘을 적용하였다. 이를 통해 시간의 변화에 따른 마크벡터의 변화를 정확하게 판단할 수 있으며, 특정한 두 정점 사이의 최단 경로를 보다 쉽고 정확하게 파악할 수 있다. 제안된 최단 경로 알고리즘의 각 단계는 수학적 표현이 가능하므로 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 해석하고 분석할 수 있다. 따라서 방향 그래프를 EMFG로 변환하였을 때, 이를 제안된 알고리즘에 따라 해석하게 되면 규모가 큰 시스템의 경우에도 시스템의 동작을 쉽게 분석할 수 있으므로 설계에 재 반영하거나 시스템의 성능향상에 도움을 줄 것으로 기대된다. 향후 기존의 최단 경로 알고리즘들과의 비교·분석을 통해 더 나은 방법을 찾아내는 연구가 진행되고 있다.

[표 1] 마크벡터 경로흐름의 최단 시간 및 경로

최단시간 : 4

최단경로 : (1,0,0,0,0,0,0) ⇒ (0,1,0,0,0,0,0) ⇒ (0,0,0,0,1,0,0) ⇒ (0,0,0,0,1,0,0) ⇒ (0,0,0,0,0,0,1)

k	F_k	V_k	W_k	X_k	Y_k	M_k	M_k 분리
0	(1,1,1,0,0,0,0,0,0)	(1,1,1,1,1,2,3,4,2,2)	(1,1,1,0,0,0,0,0,0,0)	(0,0,0,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1)	(1,1,1,0,0,0,0,0,0,0)	(1,0,0,0,0,0,0,0)	
1	(0,0,0,1,1,1,1,0,0,0)	(1,1,1,1,1,2,3,4,2,2)	(0,0,0,1,1,2,3,0,0,0)	(-1,-1,-1,0,0,1,2,-1,-1,-1)	(0,0,0,1,1,0,0,0,0,0)	(0,1,1,1,0,0,0,0)	① (0,1,0,0,0,0,0,0)
							② (0,0,1,0,0,0,0,0)
							③ (0,0,0,1,0,0,0,0)
1-1	(0,0,0,1,1,0,0,0,0,0)	(1,1,1,1,1,2,3,4,2,2)	(0,0,0,1,1,0,0,0,0,0)	(-1,-1,-1,0,0,-1,-1,-1,-1,-1)	(0,0,0,1,1,0,0,0,0)	(0,1,0,0,0,0,0,0)	
1-1 : 분리한 M_k 에서 ① (0,1,0,0,0,0,0,0)의 마크벡터를 선택							
2	(0,0,0,0,0,0,1,1,0)	(1,1,1,1,1,2,3,4,2,2)	(0,0,0,0,0,0,4,2,0)	(-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,3,1,-1)	(0,0,0,0,0,0,0,0,0)	(0,0,0,0,1,1,0,0)	④ (0,0,0,0,1,0,0,0)
							⑤ (0,0,0,0,0,1,0,0)
2-2	(0,0,0,0,0,0,0,1,0)	(1,1,1,1,1,2,3,4,2,2)	(0,0,0,0,0,0,0,2,0)	(-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1)	(0,0,0,0,0,0,0,0,0)	(0,0,0,0,0,1,0,0)	
2-2 : 분리한 M_k 에서 ⑤ (0,0,0,0,0,1,0,0)의 마크벡터를 선택							
3	(0,0,0,0,0,0,0,1,0)	(1,1,1,1,1,2,3,4,1,2)	(0,0,0,0,0,0,0,1,0)	(-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,0,-1)	(0,0,0,0,0,0,0,1,0)	(0,0,0,0,0,1,0,0)	
4	(0,0,0,0,0,0,0,0,0)	(1,1,1,1,1,2,3,4,2,2)	(0,0,0,0,0,0,0,0,0)	(-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1)	(0,0,0,0,0,0,0,0,0)	(0,0,0,0,0,0,0,1)	

참고문헌

- [1] Tadao Murata, "Petri Nets : Properties, Analysis and Applications", Proceedings of the IEEE, Vol. 77, No. 4, p541-580, 1989
- [2] C. S. Hwang and J. M. Lee, "Analysis of Matrix Equation Based on Petri Net for Discrete System Control", Proceedings of the 29th SICE Annual Conference International Session, p639-696, July 1990.
- [3] Rene David and Hassane Alla, "Petri Nets for Modeling of Dynamic Systems a Server", Automatica, Vol. 30, No. 2, p175-202, 1994
- [4] 여정모, "마크흐름선도의 확장", 부산대학교 대학원 석사학위 논문, 1982. 2.
- [5] 여정모, 황창선, "확장된 마크흐름선도와 시퀀셜 제어시스템에의 응용", 부산대학교 공과대학 연구보고 Vol. 25, p. 209 - 219, 1983. 6 .
- [6] 여정모, "이산제어시스템 설계를 위한 확장된 마크흐름선도의 동작해석", 정보처리논문지 Vol. 5 No. 7, p. 1896-1907, 1998. 7.
- [7] 김희정, 백형구, 김종민, 여정모 "이산시스템 설계를 위한 확장된 마크흐름선도의 수학적 해석", 한국해양정보통신학회 춘계종합학술대회 Vol. 5 No.1, 2001. 5, p692-695
- [8] Ellis Horowitz, Sartaj Sahni, "Fundamentals Of Data Structures InPascal", Fourth Edition
- [9] 여정모, "확정된마크흐름선도 성질 및 간소화 알고리즘" 부경대학교 논문집 Vol. 5. NO. 2, p. 17-28, 1998.12
- [10] 김희정, 허후숙, 정안나, 여정모, "접속 행렬을 이용한 EMFG의 수학적 해석", 멀티미디어공학회, 2001년 추계학술발표논문집,
- [11] 백형구, 허후숙, 정명희, 여정모, "조건아크를 이용한 릴레이 회로의 EMFG 변환", 멀티미디어공학회, 2001년 추계학술발표논문집, p.821-826, 2001. 11.
- [12] 백형구, 김희정, 여정모, "릴레이 회로의 EMFG 표현에 관한 연구", 부경대학교 논문집 Vol. 6, p335-345, 2001. 12.
- [13] 백형구, "릴레이 회로의 개선된 EMFG 변환", 부경대학교 대학원 석사학위 논문, 2002. 1.