

할선법에 기초한 고정점 학습알고리즘의 독립성분분석을 이용한 영상의 특징추출

조용현, 민성재, 김아람, 오정은*
대구가톨릭대학교 컴퓨터정보통신공학부

Feature Extraction of Images By Using Independent Component Analysis of Fixed-Point Algorithm Based on Secant Method

Yong-Hyun Cho, Sung-Jae Min, A-Ram Kim, Jung-eun Oh*
School of Computer & Information Comm. Eng., Catholic Univ. of Daegu

요약

본 연구에서는 할선법에 기초한 고정점 알고리즘의 독립성분분석기법을 이용한 영상의 특징추출을 제안하였다. 여기서 할선법은 엔트로피 최적화를 위한 목적함수의 근을 구하기 위해 단순히 함수 값만을 이용하여 계산을 간략하게 함으로써 역혼합행렬의 경신속도를 빠르게 하기 위함이다. 제안된 기법을 256x256 픽셀(pixel)의 10개 지문영상들로부터 선택된 16x16 픽셀의 20,000개 패치를 대상으로 시뮬레이션 한 결과, 추출된 16x16 픽셀의 160개 독립성분 기저벡터 각각은 지문영상들에 포함된 공간적인 주파수 특성과 방향성을 가지는 경계 특성이 잘 드러나는 국부적인 특징들임을 확인할 수 있었다.

1. 서론

일반적으로 데이터의 후속적인 해석을 간단하게 하기 위한 선형변환 기법으로 주요성분분석(principal component analysis : PCA)^[1-3]이 널리 이용되고 있다. 이는 데이터의 차원을 감소시키는 선형변환 기법으로 공분산(covariance)을 이용하는 2차원 방법으로 가우스(Gaussian) 분포의 입력 데이터에 대해서는 적당한 것이다. 하지만 일반적으로 통신이나 신호 및 영상 처리 등에서의 입력데이터는 비가우스 분포로 이런 경우에도 효과적으로 적용될 수 있는 선형변환 방법의 연구가 요구된다.

최근 PCA의 제약을 해결하기 위한 독립성분분석(independent component analysis : ICA)이 제안되었으며, 이는 데이터의 통계적 성질을 고려한 선형변환 기법으로 데이터의 분포정보를 이용하는 다차원 방법이다^[4-6]. 하지만 알려진 ICA 알고리즘들에서는 데이터의 통계적 독립성을 판정하기 위해 확률밀도함수와 역행렬을 구한다든지 고차원의 cumulant나 moment를 구하는 등 복잡한 계산이 요구된다.

따라서 복잡한 계산에 따른 많은 계산시간이 요구되는 수치적 기법에 의한 ICA의 대안으로 간단한 신경망을 이용하여 해결하려는 연구가 활발하게 진행되고 있다. 발표된 신경망을 이용한 ICA 방법으로는

fixed point(FP) 알고리즘, recursive least square 알고리즘, 확률적 기울기를 이용하는 Bell & Sejnowski(BS)알고리즘, 자연기울기(natural gradient)를 이용한 자연기울기 알고리즘 등이 제안되었다^[5,6]. 하지만 이들 방법들에서도 신경망을 이용하나 학습파라미터의 설정에 따른 제약들은 그대로 내포하고 있어 그에 따른 연구가 절실하다.

본 연구에서는 빠른 실행시간을 가지는 할선(Secant)법^[10]의 FP 알고리즘에 기반을 둔 독립성분분석을 이용한 특징추출에 대하여 제안한다. 할선법은 목적함수의 근을 구하기 위한 도함수의 계산에 따른 알고리즘의 복잡성을 줄여 계산시간을 줄일 수 있어 더욱 빠른 학습능력의 독립성분분석을 하기 위함이다. 제안된 기법을 10개의 지문영상들로부터 추출된 20,000개의 영상패치들(image patches)을 대상으로 시뮬레이션하여 영상들에 포함된 특징들을 추출하였다.

2. 할선법의 고정점 알고리즘에 의한 독립성분분석

ICA는 m개의 입력신호 s로부터 선형적으로 혼합된 n개의 신호 x가 알려져 있을 때, 혼합된 신호로부터 역으로 m개의 독립인 입력신호를 찾는 기법이다. 하지만 입력신호들을 혼합하는데 이용된 혼합행렬 A는

알려져 있지 않으며, 혼합과정에서 잡음 n 이 추가 될 수도 있다. 이때 혼합신호와 입력신호와의 관계는

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s} + \mathbf{n} = \sum_{i=1}^m s(i)\mathbf{a}(i) + \mathbf{n} \quad (1)$$

로 정의된다. 여기서 \mathbf{n} 은 보통 입력신호와 구별되지 않기 때문에 생략할 수도 있으며, $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(1), \mathbf{a}(2), \dots, \mathbf{a}(m)]$ 으로 $\mathbf{a}(i)$ 는 ICA의 기저벡터(basis vector)이다. ICA는 출력신호가 독립성을 가지는 조건하에서 혼합행렬과 일치하는 역혼합행렬 \mathbf{W} 을 찾는 기법이다. 이때 알려진 혼합신호 \mathbf{x} 를 미리 영평균(zero-mean)과 whitening하면, 신호의 1차와 2차의 통계성에 따른 상관성이 이미 고려되기 때문에 좀 더 효과적으로 ICA를 수행할 수 있다^[5].

한편 ICA는 영상의 특징을 추출하는 것에도 이용된다^[7-9]. 이때 원신호 \mathbf{s} 는 영상패치 \mathbf{x} 를 형성하기 위한 혼합행렬 \mathbf{A} 의 가중치를 나타낸다. 결국 \mathbf{s} 의 선형 합성에 의해 \mathbf{x} 는 형성되므로 \mathbf{s} 는 영상들의 근거들(causes)이다. 그림 1은 선형 영상합성 모델을 나타낸 것이다. 여기서 \mathbf{s} 의 열들(columns)은 근거들을 나타내며, \mathbf{A} 의 행들(rows)은 기저벡터로 구성된 기저함수이고, 그리고 \mathbf{x} 의 열들은 관찰된 영상패치들이다. 따라서 영상패치 \mathbf{x} 로부터 ICA를 이용하여 \mathbf{W} 를 구하면 $\mathbf{W} = \mathbf{A}^{-1}$ 의 관계에서 \mathbf{W} 의 행은 \mathbf{A} 의 열로 이들은 기저벡터인 영상의 특징이 된다.

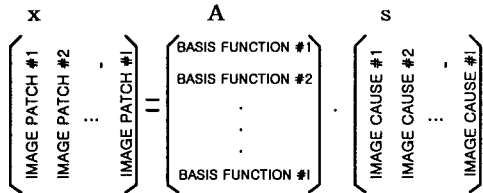


그림 1. 선형 영상합성 모델

고정점 알고리즘은 신경망이 가지는 병렬성과 분산성, 그리고 더 작은 메모리 요구 등의 제약을 해결하기 위해 제안된 독립성분분석을 위한 알고리즘이다^[5]. FP 알고리즘은 엔트로피 최적화 방법으로부터 유도된 기법으로 그 수렴속도가 적어도 2차 함수정도이며, 지금까지 알려진 기법 중 가장 빠른 학습속도를 가진다. 이는 신호 내에 포함된 상호정보를 고려한 것으로 그 척도는 독립성의 거리이다. 결국 상호정보를 최소화함으로써 ICA의 해를 구하는 기법이다.

상호정보는 랜덤변수 상호간의 독립성의 정보이론적 척도로 ICA 변환을 찾기 위한 판별로서 자연스럽게 이용될 수 있다. 일반적으로 변수들 상호간의 정보를 표현하는 상호정보는 비가우스성의 척도로 이용되

는 negentropy로 정의된다. n 개의 랜덤변수 벡터 $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)^T$ 를 위한 negentropy $J(\mathbf{y})$ 는

$$J(\mathbf{y}) = H(\mathbf{y}_{\text{gauss}}) - H(\mathbf{y}) \quad (2)$$

이다. 여기서 $H(\mathbf{y})$ 는 랜덤변수 \mathbf{y} 의 엔트로피이며, $\mathbf{y}_{\text{gauss}}$ 는 가우스 랜덤벡터이다. 이때 negentropy $J(\mathbf{y})$ 를 이용한 상호무관한 n 개 랜덤변수 $y_i(i=1, \dots, n)$ 사이의 상호정보 $I(y_1, y_2, \dots, y_n)$ 는

$$I(y_1, y_2, \dots, y_n) = J(\mathbf{y}) - \sum_{i=1}^n J(y_i) \quad (3)$$

으로 정의된다. 결국 ICA에서 독립성의 최대화를 위해 식 (3)으로 정의되는 상호정보 $I(y_1, y_2, \dots, y_n)$ 를 최소화하는 것은 negentropy를 최대화하는 것이다. negentropy의 최대화는 식 (3)에서 우측 2번째 항의 최대화로 가능하다. 이를 위한 근사식으로 최대 엔트로피 원리를 이용하면

$$J(y_i) \approx c[E(G(y_i)) - E(G(\nu))]^2 \quad (4)$$

와 같이 정의된다. 여기서 G 와 c 는 각각 비2차 함수와 상수이고, ν 는 평균이 0이고 분산이 1인 표준화된 가우스 변수이며, 랜덤변수 y_i 도 평균이 0이고 분산이 1인 변수로 가정한다. negentropy의 근사화를 위한 식 (4)는 ICA 변환을 추정하는 목적함수로 이용될 수 있다. 따라서 ICA에서 독립변수들의 상호간 무관성을 고려한 하나의 독립성분 $y_i = \mathbf{W}^T \mathbf{x}$ 를 찾기 위한 목적함수 $J_G(\mathbf{W})$ 는 식 (4)에 따라

$$J_G(\mathbf{W}) = [E(G(\mathbf{W}^T \mathbf{x})) - E(G(\nu))]^2 \quad (5)$$

로 표현된다. 결국 식 (5)로 정의된 ICA를 위한 목적함수를 최대화하기 위한 방법이 요구된다. 이러한 방법으로 FP 알고리즘이 제안되었다^[5].

FP 알고리즘은 알고리즘의 한 단계에 많은 수의 데이터들이 이용되는 batch mode로 계산을 수행하며, 신경망으로 수행될 수 있는 알고리즘이다. 데이터 벡터 \mathbf{x} 가 상관행렬 $E(\mathbf{x}\mathbf{x}^T) = \mathbf{I}$ 로 whitening되어 있다고 가정할 때, 하나의 독립성분을 위한 식 (5)에서 FP 알고리즘을 유도하면 다음과 같다. $J_G(\mathbf{W})$ 의 최대화는 반드시 $E(G(\mathbf{W}^T \mathbf{x}))$ 의 최적에서 얻어진다. 이때 Kuhn-Tucker 조건으로부터, $E((\mathbf{W}^T \mathbf{x})^2) = \|\mathbf{W}\|^2 = 1$ 조건하에서 $E(G(\mathbf{W}^T \mathbf{x}))$ 의 최적은 다음 식

$$E(\mathbf{x}g(\mathbf{W}^T \mathbf{x})) - \beta \mathbf{W} = 0 \quad (6)$$

로 얻어진다. 여기서 $g(\cdot)$ 는 비2차 함수 G 의 미분으로 $(\cdot)^3$ 과 $\tanh(\cdot)$ 의 함수가 이용된다^[5,6]. $\beta = E(W_0^T x g(W_0^T x))$ 인 상수이며, W_0 는 W 의 최적값이다. 따라서 방정식 (6)을 풀기 위해 빠른 수렴속도를 가지는 할선법을 도입한다.

할선법은 현재의 함수 값과 바로 이전의 함수 값을 이용하여 방정식의 근을 구하는 방법이며, 이는 방정식의 해를 직접적으로나 단순한 방법으로 구할 수 없을 때 뉴우턴법과 마찬가지로 쉽게 해결할 수 있는 다른 문제로 근사화하는 방법이다. 여기서는 방정식의 해를 구하는데 있어 뉴우턴법에서처럼 별도의 1차 미분 계산이 요구되지 않는다. 일반적으로 할선법에서는 도함수 $f'(W)$ 를 유한상차분으로 근사화하기 위하여 함수의 현재와 이전의 값을 이용한다. 이때 도함수 $f'(W)$ 는 다음과 같이 근사화된다. 즉,

$$f'(W_k) \approx [f(W_k) - f(W_{k-1})] / [W_k - W_{k-1}] \quad (7)$$

이다. 여기서 k , 그리고 $k-1$ 은 각각 현재, 그리고 이전의 반복수를 의미한다. 식 (7)의 근사화식을 이용하여 할선법에 기초한 역혼합행렬 W 의 경신 반복식은

$$W_{k-1} = W_k - f(W_k)(W_k - W_{k-1}) / [f(W_k) - f(W_{k-1})] \quad (8)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 식에서는 W 의 경신을 위해 2개의 초기값인 W_k 와 W_{k-1} 를 요구한다. 하지만 이들 값들은 별도로 설정되는 것이 아니며 계산과정에서 생성되는 값들이다. 결국 식 (8)로 표현되는 할선법에서는 별도의 1차 미분 계산이 요구되지 않아 계산적으로 좀더 효율적이다.

할선법에 기초한 경신 반복식 (8)을 이용하여 방정식(6)의 근을 구함으로써 역혼합행렬 W 를 구할 수 있다. 결국 β 를 W_0 대신에 W 의 현재값으로 나타낸 역혼합행렬 W 를 위한 학습과정은

$$\begin{aligned} f(W^*) &= [E(xg(W^{*T}x)) - \beta W^*] \\ f(W) &= [E(xg(W^T x)) - \beta W] \\ W^* &= W - f(W)[(W - W^*) / (f(W) - f(W^*))] \\ W^* &= W^* / \|W^*\| \end{aligned} \quad (9)$$

와 같다. 여기에서 W^* 은 바로 전에 계산된 W 의 값이고, W^* 는 W 의 새롭게 경신된 값이며, $\beta = E(W^T x g(W^T x))$ 이다. 결국 식 (9)는 할선법에 기초를 둔 ICA를 위한 FP 알고리즘이다.

제안된 할선법에 기초를 둔 FP 알고리즘의 역혼합행렬 W 의 경신과정을 요약하면 다음과 같다.

단계 1 : $W(0) = \text{rand}()$ 로 설정한다.

단계 2 : $W = W(0) / \|W(0)\|$ 의 값을 계산한다.

단계 3 : $W^* = 0$ 로 설정한다.

단계 4 : $\|W - W^*\| > \epsilon$ 이고 $\|W + W^*\| > \epsilon$ 이면 다음의 식에 따라 W 를 계산하고, 그렇지 않으면 과정을 종료한다.

- (1) β , $f(W)$, 그리고 $f(W^*)$ 를 계산한다.
- (2) $W^* = W - f(W)[(W - W^*) / (f(W) - f(W^*))]$ 를 계산한다.
- (3) $W^* = W^*$ 로 둔다.
- (4) $W = W^* / \|W^*\|$ 를 계산한다.

위의 과정에서 벡터 x 는 whitening된 신호벡터이며, ϵ 은 1보다 작은 임의의 값으로 실험에서는 0.0001로 하였다.

3. 시뮬레이션 결과 및 분석

제안된 ICA 알고리즘의 타당성과 성능을 평가하기 위해 지문영상들의 특징추출을 위한 시뮬레이션을 하였다. 10개의 독립된 지문영상으로부터 선택된 20,000개의 영상패치들을 대상으로 팬티엄IV-1.5G 컴퓨터 상에서 Matlab 5.1로 시뮬레이션을 하였다.

그림 2는 10개의 지문영상들을 나타낸 것이다. 그림에서 보면 지문영상 각각에서의 공통된 특징들은 발견할 수 없다. 시뮬레이션에서는 이들로부터 16x16 픽셀의 영상패치 20,000개를 추출하여 16x16의 160개 특징벡터들을 각각 추출하였다. 160개의 특징벡터로 차원을 감소시킨 것은 영상에 포함된 잡음을 줄이기 위함이다^[8,9].

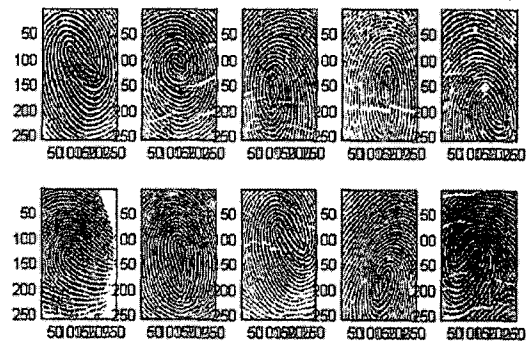


그림 2. 10개 지문영상들

그림 3은 10개의 지문영상을 대상으로 제안된 고정점 알고리즘의 독립성분석을 이용하여 추출된 16x16 픽셀의 160개 특징들을 행렬로 나타낸 것이다. 각 특징벡터는 역혼합행렬 W 의 열이며, 좌측에서 우측으로, 그리고 위에서 아래로 순서화됨을 알 수 있

다. 실험에서 모멘트 α 는 0.01로 하였으며, 역혼합행렬 W 의 초기값은 0과 1사이의 무작위 값으로 하였다. 한편 그림 3을 살펴보면 먼저 영상의 특징을 나타내는 기저벡터들은 분명히 공간과 주파수적으로 국부화되어 있으며, 또한 방향성을 가짐을 알 수 있다. 이는 추출된 특징들이 공간성, 방향성, 그리고 주파수 3가지 파라미터에 대해 국부성을 가지며, 영상처리에서 가장 널리 이용되는 Gabor 함수^[7-9]와 아주 유사한 결과를 나타냄을 알 수 있다. 결국 제안된 ICA에 의한 특징추출은 Gabor 함수에 의한 특징추출과 아주 근사적인 기법임을 의미한다. 또한 ICA를 이용한 특징추출은 공간상에서의 국부성을 나타내지 못하는 푸리에(Fourier) 기저함수나 주파수와 방향성에서 국부성을 나타내지 못하는 pixel-by-pixel 표현보다도 우수한 기법임을 알 수 있다. 특히 추출된 특징들에서는 막대 형태로 표현된 영상의 가장자리가 잘 표현됨을 알 수 있다. 한편 여기에서는 기저벡터의 크기가 달라도 얼마간 동일한 특징을 나타냄을 확인할 수 있다. 이는 wavelet 함수와의 관계를 보여주는 것으로, 주파수와 기저벡터에 의해 대치되는 면적은 서로 종속적임을 의미한다. 하지만 wavelet이 영상의 수직과 수평의 2가지 방향특징만을 나타내는데 비해 ICA는 대각선의 방향을 포함한 보다 많은 방향특징을 가지며, wavelet은 위상차이를 가지지 않지만 ICA에서는 대단히 다른 위상도 가짐을 알 수 있다. 따라서 ICA에 의한 영상의 특징추출은 Gabor 함수와 유사한 성능을 가지며, wavelet 함수보다는 우수한 성능이 있음을 알 수 있다. 특히 본 연구에서의 신경망 기반 ICA 기법은 기존의 수치적 기법에 의해 수행되는 Gabor 함수나 wavelet에 비해 계산이 간단하여 상대적으로 빠르게 특징을 추출할 수 있다.

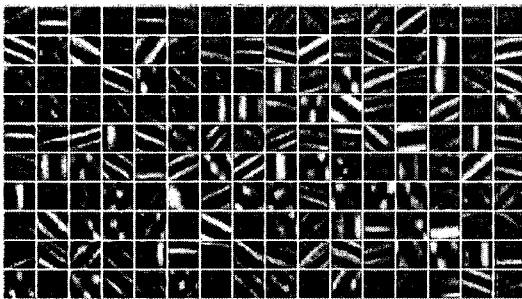


그림 3. 10개 지문영상들로부터 추출된 16x16 픽셀의 160개 특징벡터

4. 결론

본 연구에서는 할선법에 기초한 수정된 고정점 알

고리즘의 신경망 기반 독립성분분석기법에 의한 영상의 특징추출을 제안하였다. 여기서 할선법은 엔트로피 최적화를 위한 목적함수의 근을 구하기 위해 단순히 함수 값을 이용하여 계산을 간단하게 함으로써 역혼합행렬의 경신속도를 빠르게 하기 위함이다.

10개의 지문영상들로부터 20,000개의 영상패치를 추출하여 실험한 결과, 추출된 16x16 픽셀의 160개 독립성분 기저벡터 각각은 지문영상들에 포함된 공간적인 주파수 특성과 방향성을 가지는 경계 특성이 잘 드러나는 국부적인 특징들임을 확인할 수 있었다. 또한 계산부하에서 제안된 기법은 Gabor 함수를 이용할 때보다 능률적임을 확인하였다.

[참고문헌]

- [1]K. I. Diamantaras and S. Y. Kung, *Principal Component Neural Networks : Theory and Applications, Adaptive and learning Systems for Signal Processing, Communications, and Control*, John Wiley & Sons, Inc., 1996
- [2]S. Haykin, *Neural Networks : A Comprehensive Foundation*, Prentice-Hall, 2ed, London, 1999
- [3]J. Karhunen and J. Joutsensalo, "Generation of Principal Component Analysis, Optimization Problems, and Neural Networks," *Neural Networks*, vol. 8, No. 4, pp. 549-562, 1995
- [4]P. Comon, "Independent Component Analysis A New Concept?", *Signal Processing*, vol.36, No.3, pp.287-314, Apr.1994
- [5]T. W. Lee, *Independent Component Analysis : Theory and Applications*, Kluwer Academic Pub., Boston, 1998
- [6]J. Karhunen, "Neural Approaches to Independent Component Analysis and Source Separation", "4th European Symp., Artificial Neural Network, ESANN96, Burges, Belgium, pp. 249-266, Apr. 1996
- [7]S. Roberts and R. Everson, *Independent Component Analysis : Principles and Practice*, Cambridge Univ. Press, 2001
- [8]A. Hyvarinen, J. Karhunen, and E. Oja, *Independent Component Analysis*, John Wiley & Sons, Inc., 2001
- [9]A. J. Bell and T. J. Sejnowski, "Edges are 'Independent Components' of Natural Scenes", "Advances in Neural Information Processing Systems 9, MIT Press, 1996
- [10] K. Atkinson, *'Elementary Numerical Analysis'*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1993