

# 개선된 ANFIS 기반 퍼지 웨이블릿 신경망 시스템

\*변오성, \*\*박인규, \*\*\*백덕수, \*문성룡  
\*원광대학교 전자공학과, \*\*중부대학교 컴퓨터학과, \*\*\*익산대학 전자정보과

## The Fuzzy Wavelet Neural Network System based on the improved ANFIS

\*Oh-Sung Byun, \*\*In-Kue Park, \*\*\*Deok-Soo Baek, \*Sung-Ryong Moon  
\*Dept. of Electronic Engineering, Wonkwang University  
\*\*Dept. of Computer Science, Joongbu University  
\*\*\*Dept. of Electronic Information, Iksan College

### 요 약

본 논문은 웨이블릿 변환 다중해상도 분해(multi-resolution Analysis : MRA)와 적응성 뉴로-퍼지 인터페이스 시스템(Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System : ANFIS)을 기반으로 한 웨이블릿 신경망을 가지고 임의의 비선형 함수 학습 근사화를 개선하는 것이다. ANFIS 구조는 벨형 퍼지 함수로 구성이 되었고, 웨이블릿 신경망은 전파 알고리즘과 역전파 신경망 알고리즘으로 구성되었다. 여기 웨이블릿 구성은 단일 크기이고, ANFIS 기반 웨이블릿 신경망의 학습을 위해 역전파 알고리즘을 사용하였다. 1차원과 2차원 함수에서 웨이블릿 전달 파라미터 학습과 ANFIS의 벨형 소속 함수를 이용한 ANFIS 모델 기반 웨이블릿 신경망의 웨이블릿 기저 수 감소와 수렴 속도 성능이 기존의 알고리즘 보다 개선되었음을 확인하였다.

### 1. 서론

신경망은 입력과 출력 데이터에 적합한 비선형 모델을 위해 일반적인 근사 도구[1,2]로써 사용되어 왔다. 그리고 최근 [3,4]연구에서 웨이블릿의 다해상도 분해 이론이 근사에 아주 적합한 이론으로 판명되고 있다. 근사 방법으로 전파 신경망과 웨이블릿 분해 이론을 적용한 웨이블릿 신경망 이론[5-7]이 최근에 발표되었다. 이와 같은 알고리즘은 웨이블릿 신경망의 학습을 위해 역전파 알고리즘을 사용하였다[5]. 웨이블릿 신경망의 주요 특성은 웨이블릿 함수의 일부분이 은닉층에서 일반적인 시그모이드 함수 대신 비선형 전달함수로 사용하는 것이다. 웨이블릿 신경망 구조에는 웨이블릿 기저인 크기와 전달 파라미터가 고정, 출력층의 가중치가 조정이 가능하게 한 웨이블릿 기저 고정과 웨이블릿 기저와 출력층의 가중치 모두 조정 가능한 웨이블릿 기저가 가변인 2가지의 종류가 있다. 여기서 고정 웨이블릿 신경망[6]의 주요한 문제점은 근사 성능에 커다란 영향을 미치는 웨이블릿 기저와 프레임의 선택인데, 이는 많은 웨이블릿 신경이 필요하기 때문에 아주 커다란 복잡한 구조를 형성하

여 웨이블릿 기저가 증가를 하여 올바르게 근사에 적용되지 않는 문제점이 발생하게 된다. 그래서 가변 웨이블릿 신경망[7]은 역전파 알고리즘을 이용하여 훈련하여 고정 웨이블릿 신경망의 단점인 복잡한 구조를 해결하였다. 본 논문에서는 웨이블릿 분해와 근사에 아주 중요한 역할을 하는 해상도가 크기 파라미터에 관련되어 있다는 것에 착안하여 MRA이론과 벨(bell)형 퍼지 모델을 적용하여 개선된 ANFIS 기반으로 한 퍼지 웨이블릿 신경망 시스템 구조를 제안하고자한다. 이는 먼저 가변 웨이블릿을 이용하여 고정 웨이블릿 신경망의 단점인 웨이블릿 신경의 증가에 따른 복잡한 구조를 줄이고, ANFIS 구조의 퍼지를 이용하여 웨이블릿 기저수의 증가를 막고, 웨이블릿의 크기와 전달 파라미터의 수를 줄여 근사 정확도와 유연성을 개선하고자 한다.

### 2. 웨이블릿 신경망

다중 입력 단일 출력(MISO)함수  $f: x \in \mathbb{R}^n \rightarrow y \in \mathbb{R}$ 이라 하면, 함수  $f(x)$ 를 위한 근사 웨이블릿 신경망의 기저 표현 형태는 다음과 같다.

$$f(x) = \sum_{k=1}^N \omega_k \phi_k(x) \quad (1)$$

여기서 N은 선택된 웨이브렛 함수의 전체 수이고,  $\omega_k$ 는 은닉층에서 출력층까지의 연결 강도이며,  $\phi_k$ 는 은닉층의 비선형 전달 함수로써 사용된다[5,6]. 식(1)은 전체 3층 구조인 웨이브렛 신경망 모델링 함수 f의 함수적인 표현이다. 위 식은  $L^2(R^n)$ 에서 정의되고,  $\phi_k \in \Phi$ 이며,  $\Phi$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$\Phi = \left\{ \det(D_k)^{\frac{1}{2}} \psi(D_k x - t_k) : t_k \in R^n, \right. \\ \left. D_k = \text{diag}(d_k), d_k \in R^+_{n \times n}, k \in Z \right\} \quad (2)$$

여기서  $t_k$ 는 전달 벡터이고,  $d_k$ 는 대각선 크기 행렬  $D_k$ 를 열거한 크기 벡터이다.  $D_i = \text{diag}(d_i) = \text{diag}(d^1_i, \dots, d^n_i)$ 이고, 식(1)의 모든 유한 함수는 식(3)과 같다.

$$f(x) = \sum_{i=1}^N \omega_i \det(D_i)^{\frac{1}{2}} \psi(D_i x - t_i) \quad (3)$$

여기서  $t_i$ 는 임의의 전달 벡터이고,  $d_i$ 는 대각선 크기 행렬  $D_i$ 를 열거한 임의의 크기 벡터로  $L^2(R^n)$ 에서 정의된다. 이는 프레임  $\Phi$ 의 특히 모든 유한 선형 조합 원소를 포함하고,  $\psi$ 는 식(4)와 같이 정의된다.

$$\psi(x) = \psi_1(x_1) \psi_2(x_2) \dots \psi_n(x_n) \quad (4)$$

여기서  $\psi_s$ 는 스칼라 웨이브렛이고,  $x = (x_1, \dots, x_n)$ 이다. Zhang[5]은 웨이브렛 신경망 구조를 식(5)와 같이 제안하였다.

$$f(x) = \sum_{i=1}^N \omega_i \psi(D_i(x - t_i)) + \bar{g} \quad (5)$$

여기서 추가 파라미터  $\bar{g}$ 는 유한 차원에서 nonzero 평균 함수이다. 식(5)에서 크기 적용 선택의 보상을 위해, 더욱 유연한 구조를 만들기 위해 각 비슷한 변환을 가진 rotation을 식(6)과 같이 조합하였다.

$$f(x) = \sum_{i=1}^N \omega_i \psi(D_i R_i(x - t_i)) + \bar{g} \quad (6)$$

여기서 파라미터  $\bar{g}$ 는 웨이브렛  $\psi(x)$ 이 0을 의미할 때 nonzero 평균을 가진 함수를 쉽게 근사를 만들기 위한 것이다. 그리고  $R_i$ 는 rotation 행렬이다.

### 3. 제안한 ANFIS 기반 퍼지 웨이브렛 신경망 시스템 구조

MRA이론에 ANFIS 구조의 벨(bell)형 퍼지 모델을 적용하여 개선한 ANFIS 기반 웨이브렛 신경망 시스템을 제안하고자 한다. 먼저 ANFIS 구조에서 Sugeno 모델을 위한 추론 구조를 간단히 살펴보면 그림 1과 같다[8].  $O_{i,i}$ 로써 layer I에서 i번째 노드의 출력을 정의한다. Layer 1 이 layer에서 각 노드 i는 노드 함수를 가진 적용성 노드이다.

$$O_{1,i} = \mu_{A_i}(x), \quad \text{for } i=1,2 \\ O_{2,i} = \mu_{B_{i-2}}(y), \quad \text{for } i=3,4 \quad (7)$$

여기서 x 혹은 y는 노드 i의 입력이고,  $A_i$  혹은  $B_{i-2}$ 는 이 노드에 관련된 언어 레벨이다. 즉 작다, 크다는 말로 나타내는 부분이다. 그리고  $O_{1,i}$ 는 퍼지 집합 A의 소속 정도이다. 여기서 A에 대한 소속 함수  $\mu_A(x)$ 는 벨형 퍼지 소속 함수를 사용한다.

$$\mu_A(x) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - c_i}{a_i} \right|^{2b_i}} \quad (8)$$

여기서  $a_i$ 는 소속함수의 폭의 반절이고,  $b_i$ 와  $c_i$ 는 각각 소속함수의 형태와 중심을 의미한다. 그리고 기울기를 의미하는 형태는 항상 양수를 취하도록 한다 ( $b_i > 0$ ). 웨이브렛 구조에서 다해상도(MRA)를 적용하기 위해 f를 다음 식(9)과 같이 프레임 원소로 재구성한다.

$$f(x) = \sum_{m \in Z, n \in Z'} \langle f, S^{-1} \Psi_{m,n} \rangle \Psi_{m,n}(x) \quad (9)$$

여기서, S는 프레임 연산자  $H \rightarrow H$ 이고,  $\Psi_{m,n}$ 는 아래와 같다.

$$\Psi_{m,n}(x) = \phi^1_{M_1, n_1}(x_1) \phi^2_{M_2, n_2}(x_2) \dots \phi^N_{M_N, n_N}(x_N) \quad (10)$$

여기서  $m = [M_1, M_2, \dots, M_N]$ 이며,  $n = [n_1, n_2, \dots, n_N]$ 이다. 본 논문에서 제안하고자 하는 다해상도를 가진 웨이브렛 신경망의 구조로 식(11)와 같은데, 이는 식(6)의 다해상도 분해를 적용한 웨이브렛 신경망 함수이다.

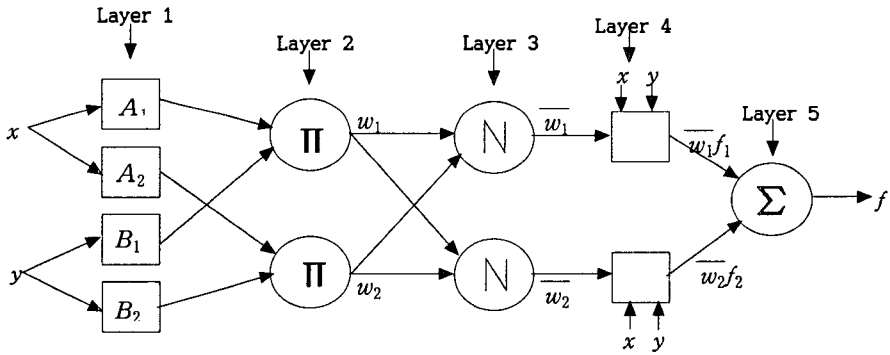


그림 1. ANFIS 구조

$$f(x_i) = \sum_{m,n} \omega_{m,n} \psi_{m,n}(x_i) \quad (11)$$

여기서 N은 선택된 웨이브렛 함수의 전체 수이고,  $\omega_{m,n}$ 은 은닉층에서 출력 층의 비선형 변환함수이다. 그리고  $\psi_{m,n}(x_i)$ 는 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\psi_{m,n}(x_i) = 2^{M/2} \det(D)^{\frac{1}{2}} \phi[2^M(D_i x_i - n_i)] \quad (12)$$

이 함수는 고정 웨이브렛 신경망에서 발생할 수 있는 웨이브렛 신경의 증가를 억제할 수 있는 구조로써, 복잡한 구조를 줄일 수 있는 것이다. 역전파 알고리즘을 이용하여 학습을 함으로써 가변 웨이브렛 신경망은 높은 정확도를 가지고 있으며, 여기에 웨이브렛 기저수의 증가 억제를 하기 위하여 퍼지를 적용함으로써 빠른 수렴을 할 수가 있다.

본 논문에서 연고자 하는 웨이브렛 신경망 기반 퍼지 시스템의 출력은 아래와 같이 비퍼지화에 의해 얻어진다.

$$y = \frac{\sum_{i=1}^N \omega_i \mu_i(x) \hat{y}}{\sum_{i=1}^N \omega_i \mu_i(x)} + \bar{g} \quad (13)$$

여기서,  $\hat{y}$ 는 벨(bell)형 퍼지 소속 함수이고,  $\mu_i$ 는 식(11)의  $\psi_{m,n}(x_i)$ 에 퍼지 데이터를 적용한 퍼지 소속 함수이고,  $y$ 는 최종 출력 함수의 값이다. 그리고 파라미터  $\bar{g}$ 는 비퍼지 값이 0을 의미할 때 nonzero 평균을 가진 함수를 가짐으로써 데이터 값을 유연하게 한다. 식(13)에 퍼지 소속함수인 식(8)을 적용하면 아래 식(14)을 얻을 수 있다.

$$\mu_i(x_i) = 2^{M/2} \det(D)^{\frac{1}{2}} \phi[2^M(D_i \text{bell}(x_i; a, b, c) - n_i)] \quad (14)$$

여기서,  $x_i$ 는  $x_1, x_2, \dots, x_N$ 이고,  $\mu_i$ 는 퍼지 소속 함수이다. 그림 2는 본 논문에서 제안한 구조이다. 여기서 네트워크 초기화와 학습 알고리즘은 Zhang[5]이 제안한 것을 사용하여 실험하였다.

#### 4. 모의실험 결과

1차원의 일반적인 근사를 위해 웨이브렛 함수 “Gaussian-derivative”인  $\phi(x) = -xe^{-\frac{1}{2}x^2}$  을 사용하였다. 그리고 알고리즘들의 성능을 비교하기 위해 Zhang[5]이 제시한 아래의 식을 사용하였다

$$\epsilon_i = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N [f(x_k) - y_k]^2}{\sum_{k=1}^N (y_k - \bar{y})^2}} \quad (15)$$

여기서  $\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y_k$ 이고,  $y_k$ 는 원하는 값이며,  $f(x_k)$ 는 여기서 각 알고리즘들에서 얻은 출력의 결과 값들이다.

$$f(x) = \begin{cases} -2.186x - 12.864 & -10 \leq x < 2 \\ 4.246x & -2 \leq x < 0 \\ 10e^{-0.05x - 0.5} * \sin[(0.03x + 0.7)x] & 0 \leq x \leq 10 \end{cases} \quad (16)$$

표 1과 표 2는 각 1차원, 2차원 함수의 근사 결과의 데이터로, [-10, 10]에서 점 200개를 균일하게 선택하고 [-10,10]×[-10,10]상에서 400개의 집합을 가지고 수행하였다. 그리고 2차원의 웨이브렛 함수는

$\psi(x) = x_1 x_2 e^{-\frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2)}$  을 선택하였다.

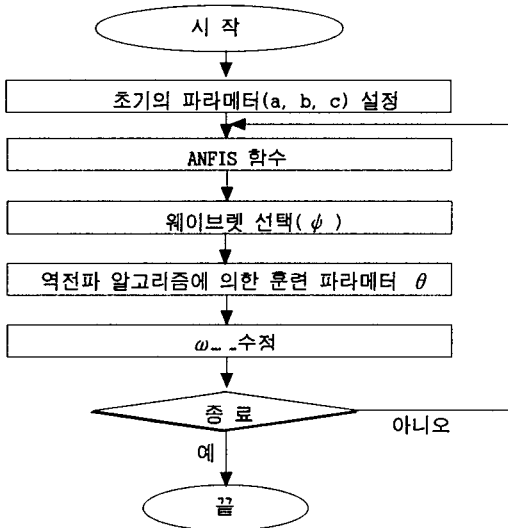


그림 2. 제한한 퍼지 웨이브렛 신경망 시스템

표 1. 1차원 함수 식(16)의 근사 결과

방법	단위의 수	파라메터 수	반복 횟수	$\epsilon$
신경망[1]	7	22	10000	0.142950
웨이브렛 분해[3]	31	32	10000	0.046754
웨이브렛 신경망[5]	7	22	10000	0.033975
제한한 시스템	7	23	10000	0.011555

표 2.  $f(x) = (x_1^2 - x_2^2)\sin(0.5x_1)$ 의 근사 결과

방법	단위 의 수	파라메터 수	반복 횟수	$\epsilon$
웨이브렛 분해[3]	961	962	15000	0.28511
웨이브렛 신경망[5]	49	442	15000	0.21280
제한한 시스템	49	149	15000	0.19500

### 5. 결론

본 논문은 비선형 함수 근사를 위하여 개선된 ANFIS 기반 퍼지 웨이브렛 신경망 시스템을 제안하였다. 본 논문은 Morlet, Daubechies 등이 제안한 MRA와 역전파 알고리즘을 이용해 웨이브렛 신경의 증가에 따른 복잡한 구조를 단순화하였고, ANFIS의 벨형 퍼지 소속 함수를 적용하여 웨이브렛 기저수의 증가를 억제하였다. 또한 웨이브렛의 크기와 전달 파라미터의 수를 줄여 근사 정확도와 유연성을 개선하였다. 1차원 예에서  $\epsilon$ 는 웨이브렛 신경망이 0.033975 이고 ANFIS 기반 퍼지 웨이브렛 신경망 시스템은

0.011555를 얻었으며, 2차원 예에서는 웨이브렛 분해가 962개, 웨이브렛 신경망은 442개, 제안한 퍼지 웨이브렛 신경망 시스템은 149개의 파라미터를 사용하였다. 파라미터가 적다는 것은 전체적인 구성의 복잡도가 줄고 수렴 속도가 빠르고, 유연성이 개선되었다는 것이며, 그리고  $\epsilon$ 이 적다는 것은 근사의 정확도가 개선되었다는 것을 의미한다. 그래서 본 논문에서 제안한 ANFIS 기반 웨이브렛 신경망 시스템은 다른 알고리즘 보다 수렴 속도, 복잡도, 웨이브렛 기저 감소가 개선되었음을 1차원, 2차원의 모의 실험 결과인 표 1, 표 2에서 확인할 수가 있다. 표 1과 2는 식(15)을 이용하여 얻은 결과를 총 200번의 모의 실험 하여 얻은 데이터 평균을 나타낸 것이다. 이 근사 알고리즘은 향후에 얼굴 검출, 패턴 특징 검출에 적용하여 특징 검출하는데 개선된 성능을 나타낼 것이라 사료된다.

### [참고문헌]

- [1] G. Cybenko, "Approximation by superposition of a sigmoidal function," Mathematics of control, signals and systems, Vol. 2, pp.303-314, 1989.
- [2] T. Poggio and F. Girosi, "Networks for approximation and learning," Proc. IEEE, Vol. 78, pp. 1481-1497, Sept. 1990.
- [3] I. Daubechies, "The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis," IEEE Trans. Informat. Theory, Vol. 36, Sept. 1990.
- [4] Y. Y. Tang, L. H. Yang, and J. Liu, and H. Ma, "Wavelet Theory and its Application to Pattern Recognition," World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2000.
- [5] Q. Zhang and A. Benveniste, "Wavelet networks," IEEE Trans. Neural Networks, Vol. 3, pp. 889-898, Nov. 1992.
- [6] J. Zhang, G. G. Walter, and W. N. Wayne Lee, "Wavelet Neural Networks for Function Learning," IEEE Trans. signal Processing, Vol. 43, No. 6, pp. 1485-1496, Jun. 1995.
- [7] Q. Zhang, "Using Wavelet Network in Nonparametric Estimation," IEEE Trans. Neural Networks, Vol. 8, No. 2, pp. 227236, Mar. 1997.
- [8] J-S. R. Jang, C. T. Sun, and E. Mizutani, "Neuro-Fuzzy and Soft Computing," Prentice-Hall International, Inc., 1997.