

# 직사각형 용기내의 주기유동에 관한 연구 - 실험 및 수치해석

## The Study for Periodic Flows in a Rectangular Container - Experiment and Numerical Analysis

박재현<sup>1</sup>, 서용권<sup>2</sup>  
 Jae Hyun Park<sup>1</sup>, and Yong Kweon Suh<sup>2</sup>

### 1. 서 론

본 연구는 액체가 담긴 직사각형 용기를 회전시켜 spin-up 시킨 뒤 주기적인 외력을 가하여 요동운동시킬 때, 용기 내에 나타나는 유동을 실험 및 수치해석 방법으로 조사한 것이다. 서와 김<sup>(1)</sup>, 서 등<sup>(2)</sup>은 본 유동 모델의 2차원 수치해석과 가시화 실험을 통하여 낮은 로스비 수(Rossby number)와 레이놀즈 수(Reynolds number)의 유동에 적용할 수 있는 Ekman 분출모델을 제안하였다.

직사각형 용기 내의 단순한 spin-up 유동에 연구로서 van Heijst 등<sup>(3)</sup>과 Suh<sup>(4),(5)</sup>는 직사각형 용기내의 2차원 셀 유동에 대해 연구하였으며 Hart<sup>(6)</sup>은 바닥에 굴곡이진 원통용기 내에서 생성되는 2차원 셀 유동에 대해서 연구하였다. 본 연구모델은 이 두 가지 형태를 접목시켰다고 할 수 있다. 즉, 용기의 형태는 직사각형을 채택하고 용기에 가해지는 외력은 Hart<sup>(6)</sup>의 방식을 사용하였다.

직사각형 용기 내의 단순한 spin-up 유동이나 원통용기내의 회전운동 운동과는 달리, 본 연구에 사용된 유동모델은 외력의 변화가 지속적이고 비축대칭의 용기 형상 때문에 유동의 변화는 복잡하고 지속적이며 로스비 수와 레이놀즈 수의 변화에 따라서 주기적 혹은 비주기적 유동의 특성을 보인다.<sup>(1),(2)</sup> 이는 실제 해양에서 일어나는 유동의 특성과 더욱 가깝다고 할 수 있다.

본 연구의 목적은 주기적인 외력을 받는 중형비가 2

인 직사각형 용기 내의 유동을 3차원적으로 수치해석한 결과와 실험결과를 비교하여 로스비 수와 레이놀즈 수에 따른 유동의 특성을 파악하고 보다 나은 Ekman 분출모델의 개발을 위한 기초 데이터를 확보하는 데 있다.

### 2. 유동모델과 지배방정식

#### 2.1 유동모델

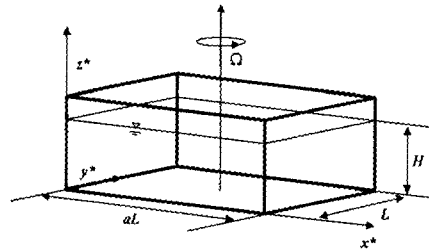


Fig. 1. Schematic diagram of the model basin.

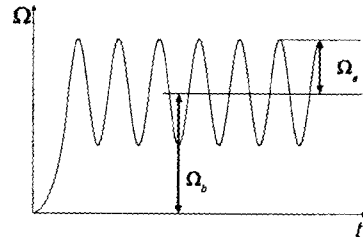


Fig. 2. Angular velocity of the turn table.

<sup>1</sup> 동아대학교 대학원 기계공학과 (Graduate School of Mechanical Engineering, Dong-A University, 840 Hadan-dong, Saha-gu, Pusan 604-714, Korea)

<sup>2</sup> 동아대학교 기계산업시스템 공학부 (School of Mechanical and Industrial System Engineering, Dong-A University, 840 Hadan-dong, Saha-gu, Pusan 604-714, Korea)

Fig. 1은 본 연구에서 사용된 모델과 좌표계를, Fig. 2는 시간에 따른 용기의 각속도 변화를 나타낸 것이다. 여기서  $H$ 는 수심,  $L$ 은 용기의 세로방향( $y^*$ -방향) 길이,  $aL$ 은 가로방향( $x^*$ -방향) 길이이며, 본 연구에서는  $a=2$ 에 대해 국한시킨다. 용기는  $x^*=aL/2$ ,  $y^*=L/2$ 인 지점 즉, 용기의 중앙을 축으로 하여 회전한다. 직사각형 용기의 회전각속도는  $\Omega = \Omega_b + \Omega_a \sin \omega t$ 와 같이 배경회전(background rotation)  $\Omega_b$ 에 진폭  $\Omega_a$ , 각속도  $\omega$ 로 회전요동하는 각속도가 덧붙여진다.

## 2.2 지배방정식

속도를  $L\Omega_a$ 로, 시간을  $1/\Omega_a$ 로, 길이를  $L$ 로, 그리고 압력을  $\rho L^2 \Omega_a \Omega_b$ 로 무차원화 하면 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - 2\left\{\frac{1}{\varepsilon} + f\right\}v = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \nabla^2 u + y \frac{df}{dt} \quad (2a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + 2\left\{\frac{1}{\varepsilon} + f\right\}u = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \nabla^2 v - x \frac{df}{dt} \quad (2b)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{Re} \nabla^2 w \quad (2c)$$

여기서  $t$ 는 무차원 시간,  $x, y, z$ 는 용기와 같이 회전하는 무차원 좌표계를,  $u, v, w$ 는 각 방향의 무차원 속도벡터를 나타내며  $f = \sin \omega t$ 로서 외력에 해당된다. 식 (2a), (2b), (2c) 및 기하학적 관계에서 사용된 무차원 파라미터는 다음과 같다.

$$\varepsilon = \frac{\Omega_a}{\Omega_b}, Re = \frac{L^2 \Omega_a}{\nu}, \omega = \frac{\omega^*}{\Omega_a}, h = \frac{H}{L} \quad (3)$$

여기서  $\varepsilon$ 은 로스비 수,  $Re$ 는 레이놀즈 수,  $\omega$ 는 무차원 변동각속도,  $h$ 는 수직중평비로 무차원수심을

나타낸다.

수평단면상의 공간평균 운동에너지는 다음과 같다.

$$E(z) = \frac{1}{A} \int (u^2 + v^2) dx dy \quad (4)$$

여기서  $A$ 는 유동장의 면적으로서 2이다.

## 3. 수치해석 및 실험방법

### 3.1 수치해석

Table 1. Parametric values for each computational case

case	1	2	3
$Re$	1548	2356	2356
$\Omega$	0.4	0.4	0.4
$\varepsilon$	0.2	0.2	0.3
$h$	0.4	0.4	0.4

Table 1은 수치해석을 수행한 3가지 경우에 대한 4가지의 파라미터를 나타낸 것으로  $Re$ 와  $\varepsilon$ 를 변화시켰으며 격자수는  $I \times J \times K = 150 \times 75 \times 30$ 이다.

지배방정식을 공간에 대해서는 중심차분으로 차분화하였고, 시간에 대해서는 양적인 오일러(Explicit Euler)법으로 처리하였으며, 무차원 시간 증분은  $Re$ 에 따라 0.001~0.005로 두었다. 병렬연산을 위해 압력항은 PCGM(pre-conditioned conjugate gradient method)을 사용하였고 수렴의 가속을 위한 전처리로 D-ILU법을 사용하였다. 속도경계조건은 각 벽면에 대해서 점착조건(no-slip condition)과 비침투조건(impermeable condition)을, 자유표면(무차원수심  $h$ 에 대한  $z=h$ 인 면)에 대해서는 무응력조건을 적용하였다. 압력경계조건은 이러한 속도 및 응력 조건을 식 (2a)~(2c)에 적용한 수식으로부터 유도된다.

### 3.2 실험

본 연구에서는 속도 가변형의 회전 테이블을 사용하여 가시화 실험을 수행하였다. Fig. 3은 실험장치를 도시한 것이다. 우선 0.3[m] × 0.15[m]크기의 직사각형 용기가 수평으로 놓인 테이블을  $\Omega_b$ 의 속도로 회전시킨 뒤 진폭  $\Omega_a$ , 각속도  $\omega^*$ 로 회전요동시켰다. 유동 가시화를 위해서 사용한 입자는 아크릴 파우더이며 입자의 촬영에는 CCD 카메라(Lavision Co 제품으로서 최대 해상도 1 208\*1024)를 사용하였으며 초당 10프레임을 저장하였다. PIV해석 알고리즘은 'Window with CBC'를 이용하였다.

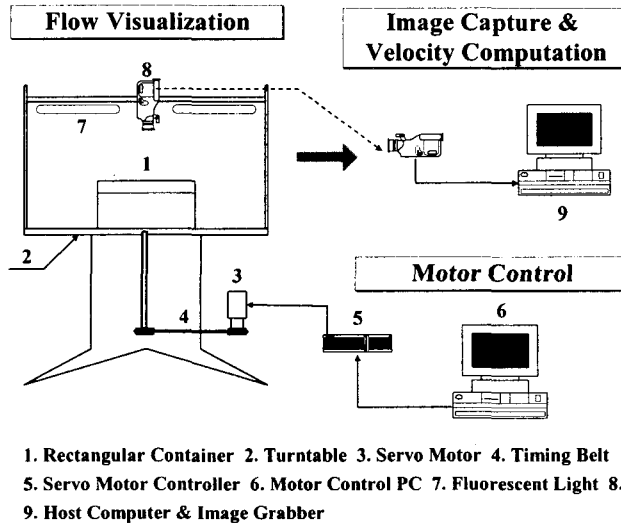


Fig. 3. Schematic diagram of the experimental apparatus.

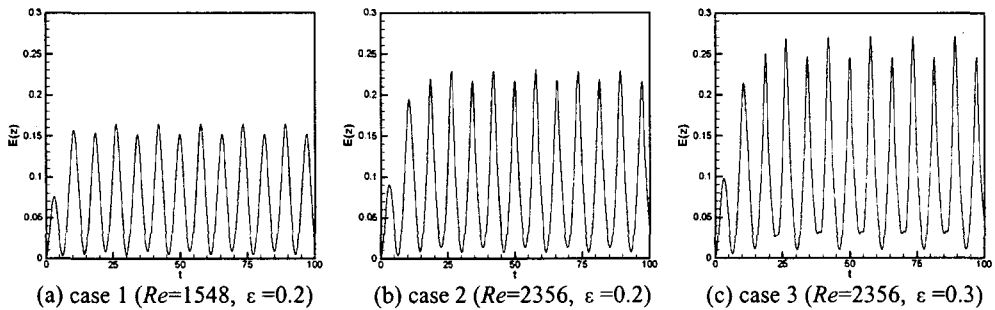


Fig. 4. Time history of the averaged kinetic energy.

## 4. 결과 및 검토

### 4.1 수평단면상의 유동

유동의 주기적 특성을 파악하기 위해서 시간에 따른 자유표면의 공간평균 운동에너지를 구하였으며 Fig.4에 나타내었다. case 1, 2, 3의 세 경우 모두 초기의 천이유동을 보이지만 약 3주기 후부터는 주기성을 보인다. 본 연구에서 제시한 결과는 모두 주기성을 보이는 구간에서의 유동을 나타내었다.

case 1, 2, 3의 세 경우 모두  $Re$ 와  $\epsilon$ 이 증가함에 따라서 유동이 강해짐을 알 수 있다. 이는  $Re$ 의 증가로 점성효과가 감소하여 유동이 불안정해지고  $\epsilon$ 의 증가로 바닥 경계층에서 Ekman 분출효과가 강해지기 때문이다. 또한 자유표면을 비롯, 수직높이에 따른 수평면상의 공간평균 운동에너지를 비교하였으며 자

유표면의 공간평균 운동에너지가 가장 작지만 그 차이는 크지 않았으며 바닥의 경계층 지역을 제외한 수평면의 공간평균 운동에너지가 거의 같음을 알 수 있었다.

Fig. 5는 case 2, Fig. 6는 case 3에서 수행한 자유표면에서의 속도벡터로서 수치해석결과와 실험결과를 비교한 것이다. 그림에서 두 결과는 잘 일치함을 알 수 있다. 특히 모서리에서 발생한 코너 보텍스는  $Re$ 가 동일한 경우,  $\epsilon$ 이 클 때 잘 발달된다는 것을 알 수 있다. 이는 보텍스의 성장과 발달은 같은  $Re$ 일 경우,  $\epsilon$ 이 클 수록 Ekman 분출효과가 강하기 때문이다.

Fig. 7은 case 1과 case 2인 경우에 대해서  $t$ 가 일정할 때 수직높이에 따른 수평단면상의 유선을 나타낸 것이다. 두 경우 모두 수직높이와 관계없이 유선은 거의 같으며 이와 같은 사실은 공간평균

운동에너지의 결과로부터도 관측되었다. 따라서 수직높이에 따른 수평면의 속도성분( $u, v$ )의 변화는 거의 없다는 것을 알 수 있다. 이는 고전 Ekman 분출이론의 가정과 부분적으로 일치한다.

Fig. 8은 case 3의  $y=0.5$ 지점의  $x-z$ 단면의 속도벡터를 나타낸 것이다. 수평방향의 유속성분은 수직 높이의 변화에 따른 차이가 거의 없으며 이는 앞서 살펴본 결과(Fig. 7)와 일치한다.

#### 4.2 수직방향 속도의 분포

수평방향 속도( $u, v$ )가 수직위치와 거의 무관하다는 사실이 반드시 수직방향 속도( $w$ )가 수직위치 좌표  $z$ 에 따라서 선형적으로 변한다고는 말할 수 없다.

Fig. 9는  $y=0.75$ 로 위치를 고정 한 상태에서 용기의  $x$ -방향의 세 지점에 대한 수직속도 분포의 시간변화를 아주 짧은 시간동안 보여준 것이다. 이 짧은 시점에서 주유동은 Fig. 6에서 알 수 있는 바와 같이 중앙지역은 반시계방향(cyclonic), 코너지역은 시계방향(anti-cyclonic)의 회전유동을 보인다. 따라서 용기의 중앙(Fig. 9(b))에서는 펌핑이( $w>0$ ), 코너(Fig. 9(a), (c))쪽에서 석션현상이 발생함을 이해할 수 있다. 하지만  $x=0.016$ 과 중앙부에서의 수직속도분포는 상당히 비선형이고, 특히 용기의 중앙부에서는 아주 짧은 시간동안 수직속도성분의 변화가 심하다는

것을 알 수 있다.

Fig. 10은 용기내의 고정된 지점의 수직속도 성분을 시간진행에 따라서 나타낸 것이다. Fig. 9의 결과와 마찬가지로 용기의 중앙부에서 짧은 시간동안 수직속도의 변화가 심하게 나타남을 알 수 있다(특히 (b)). 이는 고전적인 Ekman 펌핑 법칙의 대전제 즉, ( $h-z$ )에 비례한다는 가정에 어긋나는 것이다. 따라서 높은 레이놀즈 수와 높은 로스비 수의 주기유동에 대한 효율적인 2차원 모델의 개발을 위해서는 수직속도성분의 시간적, 공간적인 비선형성을 고려해야 할 것이다.

회전요동하는 직사각형 내의 주기유동에 대한 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 레이놀즈 수와 로스비 수가 증가하면 유동은 강해진다.
- (2) 바닥의 경계층을 제외한 용기내의 수평단면의 속도성분은 수심의 변화에 따라서 크게 변하지 않으며 고전 Ekman 가정보다 잘 일치한다.
- (3) 바닥의 경계층을 제외한 용기내의 수직속도 성분은 시간, 공간적으로 비선형이며 고전 Ekman 가정에 어긋난다.
- (4) 효율적인 2차원 모델의 개발을 위해서는 수직속도 성분의 비선형성을 고려해야 한다.

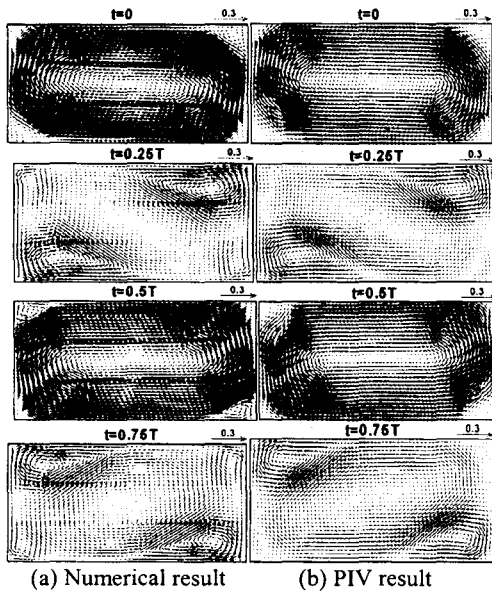


Fig. 5. Velocity vectors on the free surface for the case 2.

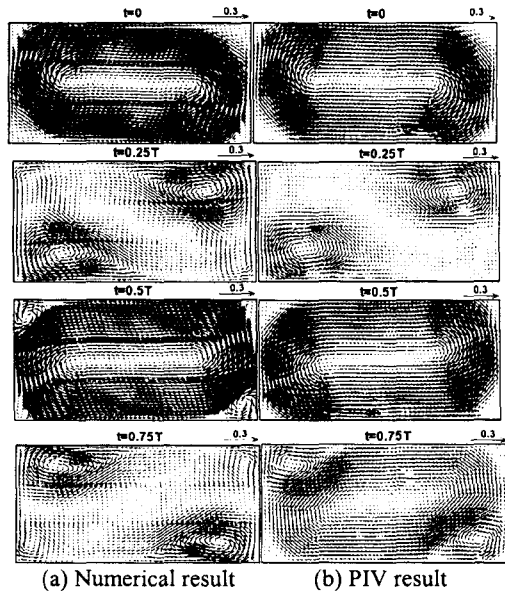


Fig. 6. Velocity vectors on the free surface for the case 3.

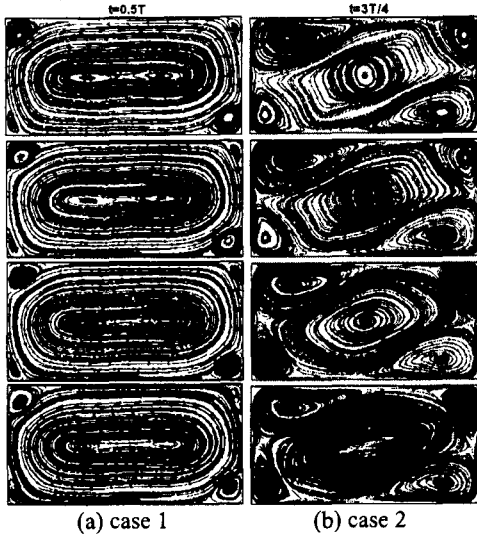


Fig. 7.  $x$ - $y$  plane streamline plots at  $t=0.5T$  for case 1 and  $t=3T/4$  for case 2;  $z=h, 3h/4, 2h/4$  and  $h/4$  (from top to bottom).

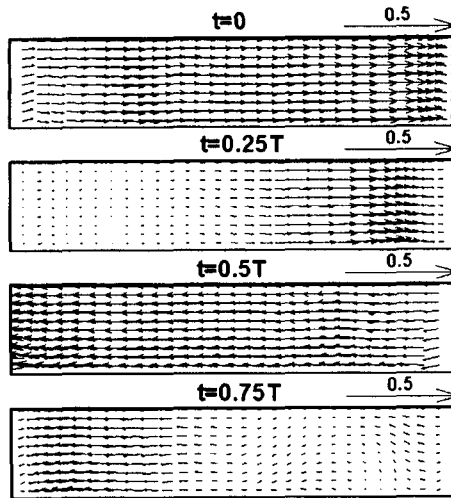
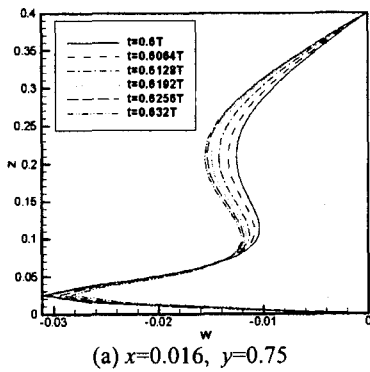
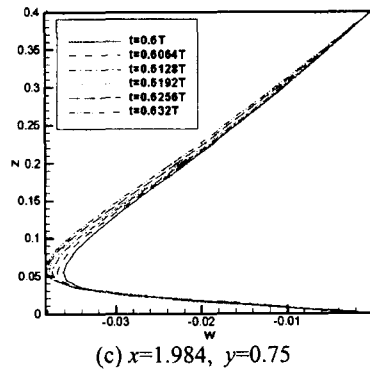


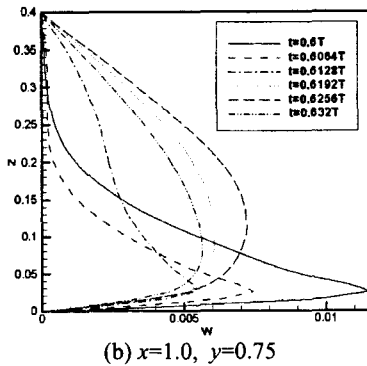
Fig. 8. Velocity vector plots on the vertical plane  $y=0.5$  for the case 3.



(a)  $x=0.016, y=0.75$



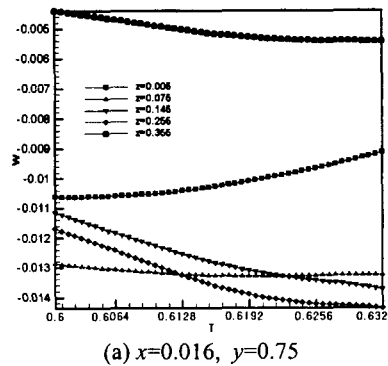
(c)  $x=1.984, y=0.75$



(b)  $x=1.0, y=0.75$

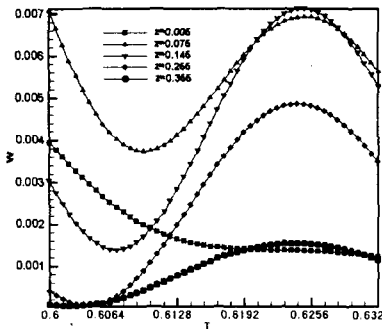
Fig. 9. Distribution of the vertical velocity  $w$  at three locations shown for case 3 at six instants of time.

## 5. 결론

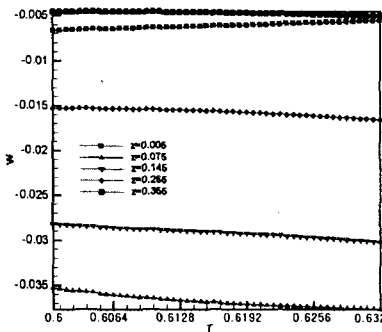


(a)  $x=0.016, y=0.75$

Hart, J.E., 1990, On Oscillatory Flow over Topography in a Rotating Flow, *J. Fluid Mech.*, Vol. 214, pp. 437-454.



(b)  $x=1.0, y=0.75$



(c)  $x=1.984, y=0.75$

Fig. 10. Time history of the vertical velocity  $w$  for case 3.

## 사 사

본 연구는 한국 과학재단 목적기초연구(R01-2000-00290) 지원으로 수행되었으며 이에 감사 드린다.

## 참고문헌

- 서용권, 김용균, 1998. 배경회전하에서 회전요동하는 직사각형 용기내의 유동해석, 대한기계학회 1998년도 추계학술대회논문집, 869-875.
- 서용권, 최윤환, 김성균, 이두열, 2000. PIV를 이용한 바탕회전하에서 회전요동하는 직사각형 용기내의 유동해석, 대한기계학회논문집 B 권, 24(6): 845-851.
- Van Heijst, G.J.F., Davies, P.A. and Davies R.G., 1990. Spin-up in a Rectangular Containers, *Physic of Fluid*, Vol. 2, No. 2, pp. 150-159.
- Suh, Y. K., 1994. Numerical Study on Two-Dimensional Spin-up in a Rectangle, *Physic of Fluid*, Vol.6, No.7, pp. 2333-2344.
- Suh, Y. K. and Y. H. Choi, 2000. Study on the spin-up of fluid in a rectangular container using Ekman punping models, *J. Fluid Mech.*, Vol. 458, pp. 103-132.