

# Hilbert-Huang Transform을 이용한 교량구조물의 손상추정기법

## Damage Detection Method for Bridge Structures Using Hilbert-Huang Transform Technique

윤정방<sup>1</sup> 장신애<sup>2</sup> 심성한<sup>3</sup> 이종재<sup>4</sup>  
Yun, Chung-Bang Jang, Shin-ae Shim, Sung-Han Lee Jong-Jae

---

### ABSTRACT

A recently developed Hilbert-Huang transform (HHT) technique is applied to the detection of the damage locations of bridge structures. The HHT may be used to identify the locations of damages which exhibit nonlinear and non-stationary behavior, since the instantaneous frequency characteristics of the measured signal can be analyzed by the HHT. Numerical simulations were conducted on two bridge systems with damages using controlled excitations with sweeping frequency. Nonlinear plastic model using a gap element is employed to model the behavior of the cracked elements in the numerical simulations. The results indicate that the HHT method can reasonably identify the damage locations based on a limited number of acceleration sensors. Experimental study has been also carried out on a steel frame to confirm the applicability of the HHT to detect a structural connection with loosened bolts.

---

### 1. 서 론

최근 대형 토목구조물의 유지관리에 대한 사회적 수요가 급증함에 따라 구조물의 거동을 모니터링하고 건전성을 평가하는 방법에 대한 다양한 연구가 이루어지고 있다. (Sato, 1998; Yun, 2001; Zhang, 2001) 구조물의 모니터링을 위해서 Model Updating과 Fourier Transform을 이용한 모드해석기법이 충격하중이나 노화에 의한 구조적 결함을 발견하는데 널리 이용되어 왔다. 그러나, Fourier Spectral Analysis에서 다루는 고유주파수와 모드형상은 구조물 전체의 특성이므로 국부적 손상에 기인한 동적 특성의 변화를 찾기에 불충분한 정보를 준다는 단점이 있다.

HHT는 최근 Huang(1999)이 경험적 모드 분해법을 이용하여 개발한 시간-주파수 영역 해석방법이다. HHT는 많은 이공분야의 문제에 적용할 수 있는데, 비선형, 비정상 신호의 처리에서 기존의 모드 해석방법보다 훨씬 우월하다. 최근, 토목공학 분야에서도 활발히 응용되고 있는데, Zhang은 근거리 지반운동 신호를 해석하는데 이용하였고, Sohn(2002)은 충격신호로 인한 신호의 불연속거동을 추정하는데 이용하였으며, Chen(2002)은 근접한 모드의 고유주파수에서의 모드감쇠를 추정하는데 이용하였다.

이 연구에서는, 비선형, 비정상 거동을 하는 손상부위를 탐색하기 위하여 HHT를 이용하였으며, Zhang(2001)이 제안한 실험 과정을 이용하여 HHT의 효율성을 검증했다. 교각구조 모델과 교량상판 구조에 대한 모의실험이 수행되었으며, 2층 강구조 프레임에서 한 접합부 볼트가 느슨해진 경우에 대한 실험이 수행되었다.

---

1 정회원, 한국과학기술원 건설환경공학과 교수  
2 정회원, 한국과학기술원 건설환경공학과 석사과정  
3 정회원, 한국과학기술원 건설환경공학과 석사  
4 정회원, 한국과학기술원 건설환경공학과 박사과정

## 2. 이 론

### 2.1 Hilbert Transform

시계열  $X(t)$ 의 Hilbert Transform,  $Y(t)$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$Y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{X(u)}{\pi(t-u)} du \quad (1)$$

이  $X(t)$ 와  $Y(t)$ 를 이용하여, Analytic 함수  $Z(t)$ 를 다음과 같이 정의할 수 있는데,

$$Z(t) = X(t) + i\bar{X}(t) = a(t)e^{i\theta(t)} \quad (2)$$

여기서,  $a(t)$ 와  $\theta(t)$ 는 각각 포락함수와 순간위상각이다. 그리고, 순간주파수는 다음과 같이 순간위상각의 미분으로 정의된다.

$$\omega(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \theta(t) \quad (3)$$

### 2.2 경험적 모드 분해기법

경험적 모드 분해(Empirical Mode Decomposition)기법은 함수  $X(t)$ 를 여러 개의 IMF(Intrinsic Mode Function) 성분으로 분해한 후 각 IMF의 순간주파수를 구하는 방법이다. 여기서 IMF란 개략적으로 주파수성분이 협폭(Narrow Band)이고 시간축에 대하여 대칭인 시간함수를 의미하는데, 이의 조건은 : (1) 극값(extrema)의 개수는 zero crossing의 개수와 같거나, 하나의 차이가 난다, (2) 극대와 극소점으로 정의되는 상과 하 포락곡선의 평균값은 0이다.

경험적 모드분해 절차는 아래와 같다.

- (1)  $X(t)$ 의 극대점들과 극소점들을 각기 3차 Spline함수로 연결하여 상과 하 포락곡선을 구하고, 이들의 평균을  $m_1(t)$ 라 정의하고, 차이함수  $h_1(t)$ 를 구한다 :  $h_1(t) = X(t) - m_1(t)$
- (2)  $h_1(t)$ 에 대하여 (1)의 과정을 연속시행하여,  $k$ 번째 차이함수  $h_{1k}(t)$ 가 아래에 설명한 IMF의 조건을 만족하면 이를  $X(t)$ 의 첫 IMF  $c_1(t)$ 로 택한다.
- (3)  $X(t)$ 에서  $c_1(t)$ 를 뺀 잔여함수  $r_1(t)$ 를 구한 후,  $r_1(t)$ 에 위의 (1)과 (2) 과정들을 지속적으로 적용하여 마지막 IMF  $c_n(t)$ 가 일정한 오차 이내로 작아지던가  $r_n(t)$ 가 더 이상 IMF 성분을 추출할 수 없는 단순함수가 될 때까지 수행한다.

위에서 설명한 경험적 모드분해기법을 통하여,  $X(t)$ 는 아래와 같이 IMF와 잔여함수의 합으로 나타낼 수 있다.

$$X(t) = \sum_{j=1}^n c_j(t) + r_n(t) \quad (4)$$

### 2.3. Hilbert 스펙트럼

각각의 IMF 성분  $c_j(t)$ 을 Hilbert Transform한 후에 조합하면  $X(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$X(t) = \sum_{j=1}^n a_j(t) \exp\left(i \int \omega_j(t) dt\right) \quad (5)$$

여기서  $a_j(t)$ 와  $\omega_j(t)$ 는  $c_j(t)$ 의 시간중속 진폭과 순간주파수이다.

시간과 주파수에 대한 시간중속 진폭을 그린 것이 바로  $X(t)$ 의 Hilbert 스펙트럼으로 정의된다.

### 3. 수치 모의 실험

모의실험은 교각 시스템과 교량 상판 구조에 대해서 구조적 손상의 위치를 추정하기 위한 HHT의 유용성을 검증하기 위하여 수행되었다. Zhang(2001)이 제안한 것과 유사한 손상 시나리오가 이용되었는데, 크랙이 생긴 손상 부재의 거동은 비선형 Gap Element로 모델링했으며, 주파수가 점차 증가하는 하중으로 구조물을 가진하여, 각 부재의 여러 위치에서 가속도를 측정하였다. 건전한 상태와 손상된 상태에 대한 Hilbert 스펙트럼의 비교를 통해 손상 부재를 찾아내었으며, 손상부재를 찾아낸 후에는 하중을 그 부재의 특정 위치에 가진하여, 그 부재의 여러 위치에서 가속도를 측정한 후 각 위치에서의 Hilbert 스펙트럼을 비교함으로써 부재 내 손상의 정확한 위치를 색출하였다.

그림 1(a)와 같은 간단한 교각구조 모델에 손상이 교각 1의 하단에 위치하는 것으로 가정하였다. 식 (6)과 같은, 20초 동안 0Hz에서 20Hz까지 주파수가 증가하는 하중으로 교량 상판의 중앙을 가진하였다.

$$p(t) = b(t) \sin \omega(t) t \quad (6)$$

여기서,  $b(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-10}{\sigma}\right)^2}$  m  $\omega(t) = \pi t$ , 그리고  $\sigma$ 는 4이다.

고유주파수는 건전한 상태에서 5.27 Hz이었으며, 손상 상태에서는 5.18Hz이었다. 손상이 일어난 경우, 센서 1에서의 Hilbert 스펙트럼은 건전한 상태의 경우와 비슷하지만, 센서 3의 Hilbert 스펙트럼은 다르다. 센서 1과 3에서 보여주는 손상 전후의 결과를 비교하면, 센서 3이 있는 교각 2에서 손상이 일어났음을 알 수 있다. 손상 교각을 찾아낸 이후에는, 더 정확한 손상 위치를 추정하기 위하여 센서 2가 있는 교각2의 상단에서 같은 하중으로 가진하였다. 교각 2에 있는 센서의 Hilbert 스펙트럼은 그림 3과 같은데, 여기서 보는 바와 같이 센서 2에서 4로 갈수록 공진 주파수 주변에서 주파수가 흩어지는 것을 볼 수 있다. 이것은 부재가 균열 손상으로 인해 비선형거동을 보이므로, 가속도 신호가 비정상성을 보이기 때문이다. 그러므로, 손상의 위치는 주파수가 흩어지는 이 현상에 의해 센서 4 위치라는 것을 알 수 있다.

그림 1(b)와 같은 교량상판 구조에서 손상은 거더 4의 왼쪽 부분에서 일어났다고 가정하였다. 고유주파수는 건전한 상태에서 22.12 Hz이고, 손상된 상태에서는 21.65Hz이었다. 25초 동안 0 Hz에서 30 Hz까지 증가하는 하중으로 상판의 중심을 가진시켰다. 그림 4에서 보는 것과 같이 거더의 중점에 있는 센서의 Hilbert 스펙트럼을 비교하면 손상 부재는 거더 4라고 판정할 수 있으며, 마찬가지로, 거더 4의 중점에서 가진시키고 여러 위치에서의 Hilbert 스펙트럼을 비교하였을 때, 손상의 위치는 센서 4번 부근이라는 것을 알 수 있다.

### 4. 실험

그림 6과 같은 2층 강구조 프레임에 대한 실험이 수행되었다. 첫번째 층, 보의 왼쪽 접합부에 있는 볼트 중 반수를 느슨하게 풀어서 손상을 묘사하였다. 이 때, 고유주파수는 건전한 상태에서 18.92Hz, 손상된 상태에서 18.8 Hz로 매우 유사하였다. 20초 동안 15 Hz에서 25 Hz까지 변하는 하중으로 1층 보의 중점을 가진시킨 후 HHT를 통해 얻은 여러 위치의 Hilbert 스펙트럼을 비교해 볼 때(그림 7), 볼트가 이완된 접합부 근처에 위치한 센서 3의 Hilbert 스펙트럼은 건전상태의 그것과 다른 특이한 비정상적 주파수 성분이 보여 흩어지는 현상을 보인다. 이것은 손상에 의해 구조물 전체의 강성이 줄어들어서 생기는 저주파수 성분, 비정상 가진하중의 주파수 성분에 비선형 손상에 의한 고주파수 성분이 함께 나타나 그 시간대에서 주파수성분이 풍부한 것으로 해석할 수 있다. 따라서, 센서 3 주위의

접합부에 손상이 발생했다는 것을 알 수 있다.

## 5. 결 론

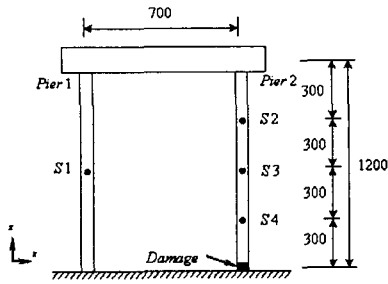
위와 같은 여러 모의실험과 실험 연구로 비추어 볼 때, HHT 기법은 비선형 거동을 유발하여, 비정상 응답을 보이는 구조물의 손상 위치를 추정하기 위해 효율적으로 이용될 수 있다. 그러나, 손상의 정도를 정량화할 수 있는 지표에 대한 연구가 추후에 수행되어야 한다.

### 감사의 글

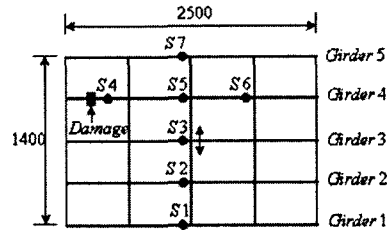
이 연구는 한국과학재단과 과학기술부에서 후원하는 스마트 사회기반시설 연구센터(SISTeC)의 도움으로 이루어 졌으며, 그 후원에 감사드립니다.

### 참고문헌

1. 심성한, 윤정방,(2002), "Damage Detection Method for Bridge Pier Systems Using Hilbert-Huang Transform", 한국과학기술원, 석사학위논문
2. R. R. Zhang, R. King, L. Olson, Y. Xu (2001), "An HHT View of Structural Damage from Vibration Recordings", working paper
3. Huang, N. E., S. Zheng, S. R. Long, M. C. Wu, H. H. Shih, Q. Zheng, N-C. Yen, C.C. T'ung, and M.H. Liu, (1998), "The Empirical Mode Decomposition and Hilbert Spectrum for Nonlinear and Nonstationary Time Series Analysis", *Proc. Roy. Soc Lond, A* 454 903-995.
4. Huang, N. E., Z. Shen, and R. S. Long, (1999), "A new view of nonlinear water wavesHilbert Spectrum", *Ann. Rev. Fluid Mech* 31, 417-457
5. J. S. Bendat, and A. G. Piersol, (1991), "Random data", 2nd ed. Wiley, 484-516.
6. C. B. Yun, J. H. Yi, and E. Y. Bahng, (2001), "Joint Damage Assessment of Framed Structures Using a Neural Networks Technique", *Engineering Structures* 23, 425-435
7. T. Sato, "Adaptive  $H_\infty$  Filter : Its Application to Structural Identification", *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, 1233-1240 and K. Qi, (1998),
8. R. R. Zhang, S. Ma, 2001, "HHT Analysis of Earthquake Motion Recordings and its Implications to Simulation of Ground Motion", Monte Carlo Simulation, 483-490
9. H. Sohn, A. N. Robertson, and C. R. Farrar (2002), "Holder Exponent Analysis for Discontinuity Detection", Submitted to An Int. Jour. Of Structural & Mechanics.
10. J. Chen, and Y. L. Xu (2002), "Identification of modal damping ratios of structures with closely spaced modal frequencies", *Structural Engineering & Mechanics*, 14(4), 417-434

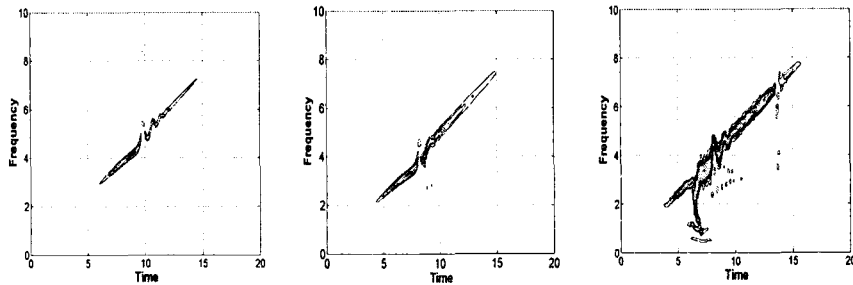


(a) 교각구조 모델



(b) 교량상판 구조

그림 1 모의실험체 모식도 (cm)

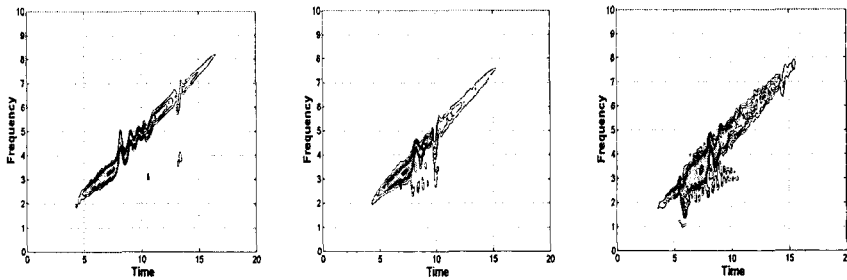


센서 1 & 3

센서 1

센서 3

그림 2 교각구조 모델의 Hilbert 스펙트럼

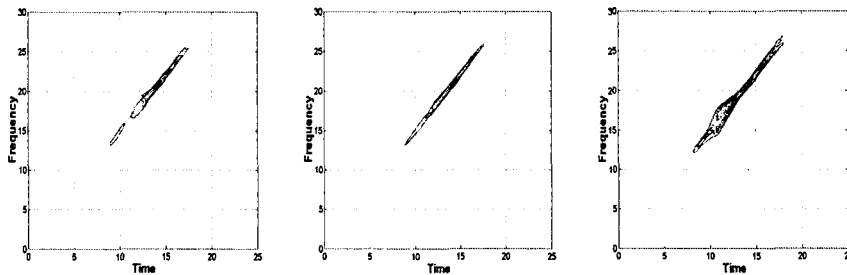


센서 2

센서 3

센서 4

그림 3 손상된 교각구조 모델의 Hilbert 스펙트럼

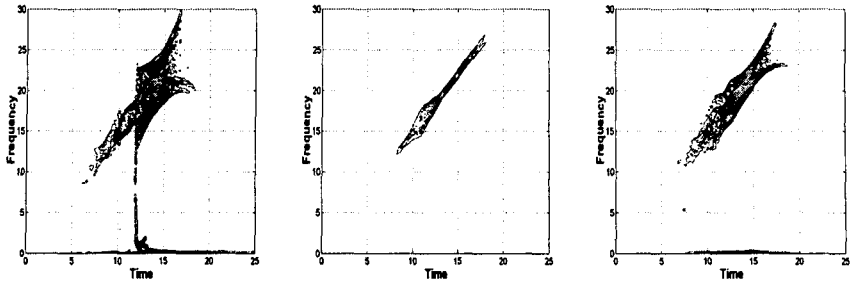


센서 2

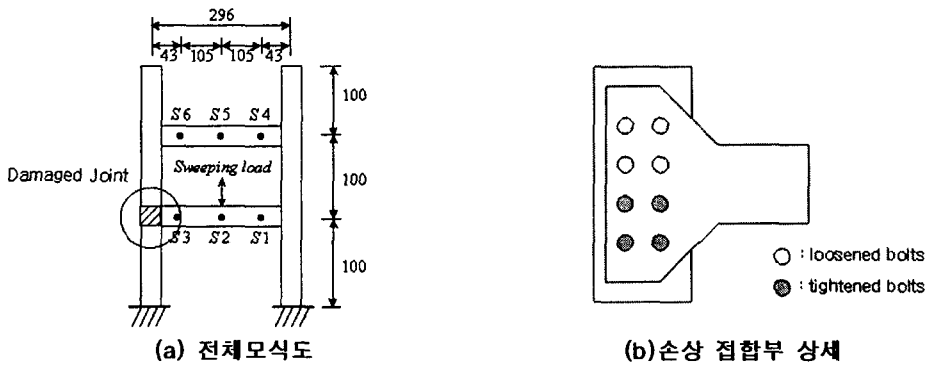
센서 3

센서 5

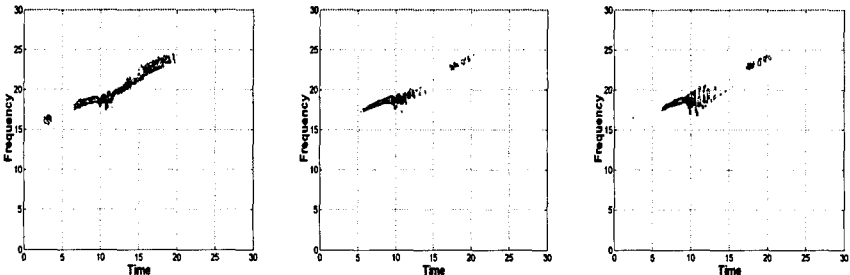
그림 4 손상된 교량상판 구조의 Hilbert 스펙트럼 : 상판중앙 가진



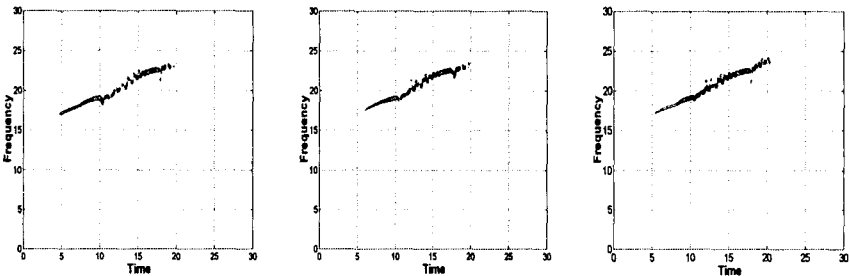
센서 4                                      센서 5                                      센서 6  
 그림 5 손상된 교량상판 구조의 Hilbert 스펙트럼 : 거더 4 가진



(a) 전체모식도                                      (b) 손상 접합부 상세  
 그림 6 2층 강구조 프레임의 모식도 (cm)



센서 1                                      센서 2                                      센서 3



센서 4                                      센서 5                                      센서 6  
 그림 7 손상된 강구조 프레임의 Hilbert 스펙트럼 : 볼트 이완