

## 지진하중을 받는 다층 뼈대구조물의 다목적 최적설계

### Multi-Objective Optimization of Multistory Shear Building Under Seismic Loads

조효남\*                      민대홍\*\*                      정봉교\*\*\*  
Cho, Hyo-Nam              Min, Dae-Hong              Jeong, Bong-Gyo

---

#### ABSTRACT

In this paper, an improved multi-objective optimum design method is proposed. And it is applied to steel frames under seismic loads. The multi-objective optimization problem is formulated with three optimality criteria, namely, minimum structural weight and maximum strain energy and stability. The Pareto curve can be obtained by performing the multi-objective optimization for multistory shear buildings. In order to efficiently solve the multi-objective optimization problem, the decomposition method that separates both system-level and element-level is used. In addition, various techniques such as effective reanalysis technique with respect to intermediate variables and sensitivity analysis using an automatic differentiation (AD) are incorporated. Moreover, the relationship function among section properties induced from the profile is used in order to link system-level and element level. From the results of numerical investigation, it may be stated that the proposed method will lead to the more rational design compared with the conventional one.

---

#### 1. 서 론

오늘날 실제적인 구조물의 최적설계 문제는 중량 또는 비용의 최소화, 변형에너지의 최대화, 처짐의 최소화 등과 같이 다목적 최적설계 문제이다. 1896년 Pareto에 의해 최초로 다목적 최적설계에 대한 연구가 발표되었으나 1960년대 후반에 이르기까지 그다지 관심을 끌지 못하였고 1970년대에 이르러 다목적 최적설계에 관한 연구가 발표되기 시작하였다(Fishburn, 1970; Ignizio, 1976; Cohon, 1978; Carmichael and Irvine, 1980; Osyczka, 1984; Kim, 1989; Eschenauer et al., 1990; Ringuest, 1992). 그러나 대부분 연구는 이론에 치우쳐 공학 설계 문제에 적용된 경우는 거의 없었고 1990년대에 이르러 구조최적화에서 다목적 최적설계에 관한

---

\* 정회원 · 한양대학교 토목환경공학과 교수  
\*\* 정회원 · 안산공과대학 토목과 겸임전임강사  
\*\*\* 한양대학교 토목환경공학과 석사과정

연구가 등장하였다. 최근 연구(Li, G. et al, 1999)<sup>6)</sup>에서 강재중량과 변형에너지를 목적함수로 하는 다단계 다목적 최적설계 알고리즘을 제안하였다. 본 논문에서는 강재중량과 변형에너지 뿐만 아니라 구조물의 전체적인 안정성을 고려한 최적설계를 수행함으로써 보다 합리적인 설계를 유도하였다. 다목적 최적설계는 변량의 단위가 서로 다른 두 개 이상의 목적함수 관계를 파레토 곡선을 이용하여 각각의 목적함수에 대한 영향을 표현하는데 주로 사용되는 방법은 가중함수법(weighting function method)<sup>8)</sup>이다. 본 논문에서는 가중함수법을 이용하여 각각의 목적함수에 대한 가중치를 변화시켜 파레토 곡선을 작도하여 설계자의 의사결정에 따라 원하는 설계성능에 부합되는 설계를 가능하게 하였다. 실질적인 대형구조물의 최적설계는 설계변수의 수가 많아지게 되어 엄청난 계산비용의 소요된다. 본 논문에서는 구조응답에 대한 엄청난 구조재해석 비용이 요구되는 문제점들을 개선하고자 자동미분을 이용한 근사재해석에 기초하는 연속형 최적설계와 구조 요소계에서 구조해석이 필요하지 않은 유전자 알고리즘을 이용한 이산형 최적설계 과정으로 각각 구성하였다.

## 2. 최적설계 문제의 정식화

이산형 변수를 이용하는 뼈대구조물에 대한 다목적 최적설계 문제는 다음과 같이 전체 구조계와 구조 요소계로 나누어 정식화할 수 있다.

### 2.1 설계변수

뼈대구조물의 전체 구조계 설계변수  $X$ 와 구조 요소계 설계변수  $x$ 는 그림 1에 나타낸 바와 같이 각 층의 단면 2차 모멘트와 표준단면 제원표의 단면번호로 각각 정의하였으며, 이를 벡터형식으로 표현하면 다음과 같다.

$$X = (I_1, I_2, \dots, I_n) \quad (1)$$

$$x = (ID_1, ID_2, \dots, ID_n) \quad (2)$$

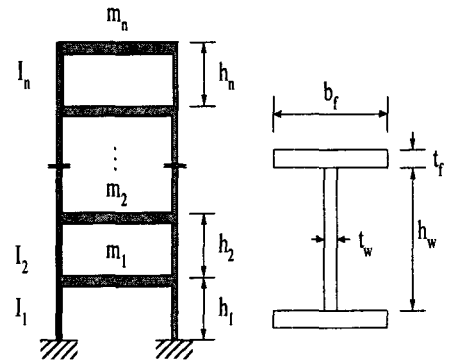


그림 1 I형 단면을 가지는 뼈대구조물

표 1 표준단면 데이터베이스 (AISC W형 강재)

단면 번호	호칭	웹 높이 $h$ (in)	플랜지 폭 $b_f$ (in)	웹 두께 $t_w$ (in)	플랜지 두께 $t_f$ (in)	단면적 $A$ (in <sup>2</sup> )	$I$ (X-X) (in <sup>4</sup> )	$S$ (X-X) (in <sup>3</sup> )
1	W10×12	9.87	3.96	0.19	0.21	3.54	53.8	10.9
2	W10×15	9.99	4.00	0.23	0.27	4.41	68.9	13.8
⋮				⋮				⋮
36	W12×58	12.19	10.01	0.36	0.64	17	475	78
⋮				⋮				⋮
65	W16×100	16.97	10.425	0.585	0.985	29.4	1490	175
⋮				⋮				⋮
128	W18×311	22.32	12.005	1.520	2.740	91.5	6960	624

여기서,  $I_i = i$ 번째 층 부재의 단면 2차 모멘트,  $ID_i =$  표준단면 제원표의 단면 번호

강재 제원표는 AISC 매뉴얼<sup>2)</sup>에서 표준화된 W형식의 단면 제원으로 구성하였으며, 효율적인 계산수행을 위해 128개의 단면과 5개의 단면높이별(W10, W12, W14, W16, W18)로 나누어 데이터베이스화하고 각각을 단면번호, 이름, 높이, 폭, 플랜지 두께, 웨브 두께와 기타 단면 물성치들로서 표 1과 같이 구성하였다.

## 2.2 목적함수

전체 구조계의 목적함수는 강재중량, 변형에너지,  $P-\Delta$ 효과에 의한 횡방향 변위를 고려하여 가중함수법 (Weighting function method)<sup>8)</sup>을 이용하여 식 (3)과 같이 정식화 하였고 구조 요소계에서는 요소자체의 중량을 목적함수로 식 (4)와 같이 정식화 하였다.

$$F(X) = w_1 \left( -\frac{W(X)}{W_o} \right) + w_2 \left( -\frac{E(X)}{E_o} \right) + w_3 \left( \frac{\Delta(X)}{\Delta_o} \right) \quad (w_1, w_2, w_3 > 0, w_1 + w_2 + w_3 = 1) \quad (3)$$

여기서,  $W(X) = \sum \rho A_i h_i$ ;  $E(X) = \frac{1}{2} V_{ij} \delta_{ij}$ ;  $W(X)$ =강재중량;  $\rho$ =강재의 단위중량;  $A_i$ = $i$ 번째 요소의 단면적;  $h_i$ = $i$ 번째 요소의 높이;  $E(X)$ =변형에너지;  $V_{ij}$ = $j$ 번째 모드에 의한  $i$ 번째 요소의 전단력;  $\delta_{ij}$ = $j$ 번째 모드에 의한  $i$ 번째 요소의 층 변위;  $\Delta(X)$ = $P-\Delta$ 효과에 의한 횡변위;  $W_o$ =기준 강재중량;  $E_o$ =기준 변형에너지;  $\Delta_o$ =기준 횡변위;  $w_1, w_2, w_3$ =가중계수

$$W_i(x) = \rho A_i h_i \quad (4)$$

## 2.3 제약조건

최적설계 문제의 제약조건을 설계 제약조건, 진동수 제약조건, 상대 제약조건으로 구성하여 적용하였다.

### 설계 제약조건

AISC-LRFD<sup>3)</sup>와 AISC 내진규정<sup>4)</sup>에 따라 기본적인 설계 제약조건을 표2에 나타내었다.

### 진동수 제약조건

진동수 제약조건은 고유진동수가 진동수 제한구역이라고 불리는 범위를 벗어나게 하기 위해 사용된다. 진동수 제약조건은 다음과 같다.

$$\omega_j \in [\omega_a, \omega_b] \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (5)$$

### 상대 제약조건

전체 구조계 설계변수와 구조 요소계 설계변수 사이의 일관성을 보장하기 위해 구조 요소계의 최적화 과정에서 식 (6)과 같은 추가적인 상대 제약조건을 고려하였다.

표 2 국부좌굴과 강도에 대한 제약조건

단계	설계 제약조건		비고
전체 구조조계	강도	$\frac{P_u}{\phi_c P_y} \geq 0.20$ 에 대해 $\frac{P_u}{\phi_c P_y} + \frac{8M_u}{9\phi_b M_n} \leq 1.0$	$P_u$ :극한압축강도 $P_n$ :공칭압축강도 $M_u$ :극한휨강도 $M_n$ :공칭휨강도 $\phi_c$ :저항계수(축력) $\phi_b$ :저항계수(휨)
		$\frac{P_u}{\phi_c P_y} < 0.20$ 에 대해 $\frac{P_u}{2\phi_c P_y} + \frac{M_u}{\phi_b M_n} \leq 1.0$	
구조요소계	국부좌굴	플랜지에 대해, $\frac{t_w/2}{t_f} \leq \frac{52}{\sqrt{F_y}}$ 웨브에 대해, $\frac{P_u}{\phi_y P_y} \leq 0.125$ 인 경우, $\frac{h_w}{t_w} \leq \frac{520}{\sqrt{F_y}} \left(1 - \frac{1.54P_u}{\phi_b P_y}\right)$ $\frac{P_u}{\phi_y P_y} > 0.125$ 인 경우, $\frac{h_w}{t_w} \leq \frac{191}{\sqrt{F_y}} \left(2.33 - \frac{P_u}{\phi_b P_y}\right) \geq \frac{253}{F_y}$	$F_y$ :항복강도 $P_y$ :공칭항복강도

$$I_i \leq I_i^*(h_w, b_f, t_f, t_w) \tag{6}$$

여기서,  $I_i$  는 전체 구조계의  $i$ 번째 요소에 대한 최적단면 2차모멘트이며,  $I_i^*$ 는 구조 요소계의  $i$ 번째 요소에 대한 최적 단면 2차모멘트이다.

2.4 표준단면에 대한 단면계수의 관계식

전체 구조계의 최적화 과정에서 설계변수로 단면 2차 모멘트( $I$ )를 사용하였다. 그러나 전체 구조계의 목적 함수와 제약조건의 계산을 위해서 단면적( $A$ )과 단면상수( $S$ )가 필요하다. 따라서 단면 2차 모멘트( $I$ )와 단면적( $A$ ), 단면상수( $S$ )의 함수관계를 이용함으로써 근사적인 계산을 수행하였다. 그러나 AISC W형 강재제 원표를 이용하여 회귀분석을 모든 표준단면을 하나의 관계식으로 나타낼 경우 오차가 많은 관계식이 유도된다. 따라서 회귀분석을 통하여 복부 높이에 따른 관계식을 유도하였으며 그림 2, 3과 표 3에서 보는 바와 같이 상관관계가 매우 높은 2차 다항식의 관계식을 구하였다.

표 3 강종에 따른 회귀분석식 (W형 강재)

	$A - I$	$S - I$	상관도
W10	$A = 0.51477 + 0.05425I - 1.25714 \times 10^{-5}I^2$	$S = -1.31244 + 0.21777I - 5.65356 \times 10^{-5}I^2$	99.5%
W12	$A = 1.6008 + 0.03341I - 2.39701 \times 10^{-6}I^2$	$S = 4.07642 + 0.15677I - 9.90386 \times 10^{-6}I^2$	99.9%
W14	$A = 5.40646 + 0.02133I - 4.57087 \times 10^{-7}I^2$	$S = 21.58173 + 0.11899I - 2.15776 \times 10^{-6}I^2$	99.8%
W16	$A = 1.73336 + 0.02028I - 1.17255 \times 10^{-6}I^2$	$S = 0.22799 + 0.12803I - 7.02749 \times 10^{-6}I^2$	99.9%
W18	$A = 2.80811 + 0.01536I - 3.78433 \times 10^{-7}I^2$	$S = 4.4422 + 0.10869I - 2.88709 \times 10^{-6}I^2$	99.9%

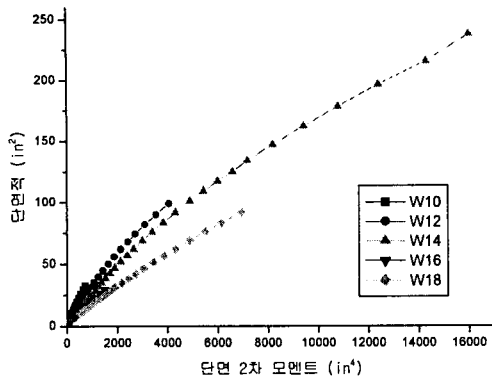


그림 2 W형 강재(AISC)에 따른 I와 A의 상관관계

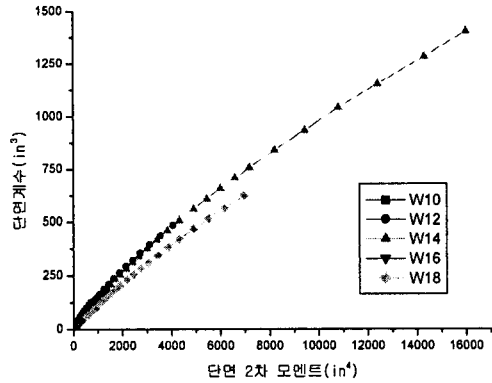


그림 3 W형 강재(AISC)에 따른 I와 S의 상관관계

### 3. 다단계 다목적 최적설계 알고리즘

본 논문에서는 지진하중을 받는 다층 뼈대구조물의 효율적인 최적설계를 위하여 전체구조계와 구조요소계로 나누는 다단계 알고리즘을 이용하였으며 최적설계 알고리즘은 그림 4와 같다. 또한 최적설계 알고리즘의 효율성과 신뢰성을 향상시키기 위하여 기존 연구(조효남, 2000)<sup>11</sup>에서 제안된 중간 매개변수의 민감도 해석을 이용한 구조응답의 근사재해석 기법을 수행하였고, 매개변수의 민감도 해석을 위해 자동미분(Automatic Differentiation)<sup>5)</sup>을 사용하였다. 전체구조계의 효율적인 최적화를 위하여 국부 국부최적화기법들로 구성된 ADS(Automated Design Synthesis)<sup>9)</sup>를 이용하여 가능한 기법들을 본 논문에서 사용된 예제에 적용하여 효율성과 신뢰성을 비교 검토한 결과 MMFD(Modified Method of Feasible Direction)이 대부분의 경우에 대해 가장 합리적인 해를 제공해 주었기 때문에, 본 논문에서 이 방법을 전체구조계 최적화문제에 대한 기본적인 최적화기법으로 사용하였다. 구조해석이 필요없는 구조 요소계의 최적화를 위해서는 목적함수를 최소화하고 제약조건을 모두 만족시키는 단면을 탐색하는 최적화기법으로 유전자 알고리즘<sup>7)</sup>을 이용하였다. 유전자 알고리즘에서 교배방법은 일정교배법(uniform

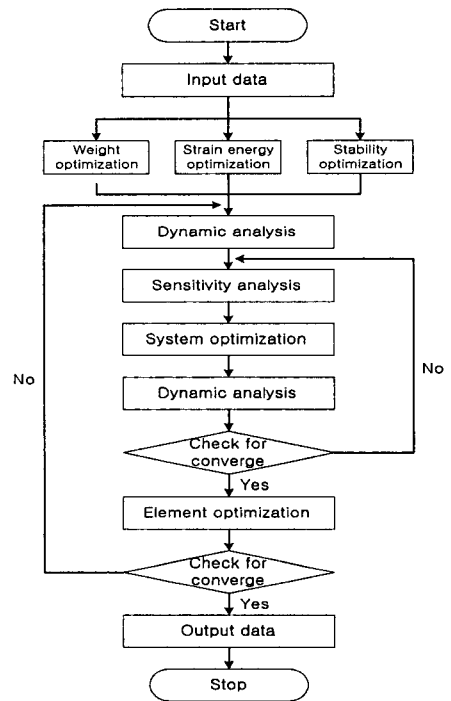


그림 4 다목적 최적설계 알고리즘

method)을 사용하였으며, 교배확률은 0.5, 돌연변이 확률은 0.007, 번식방법은 elitism, 세대수는 30세대, 개체수는 10개체로 하여 수행하였다. 적합도 함수와 벌칙함수는 식(7), (8)과 같다.

$$Fitness\ Function = \left( \sum_{i=1}^n \rho A_i h_i + PF \right)^{-1} \quad (7)$$

$$Penalty\ Function = \beta (constraint - 1)^{\eta} \quad (8)$$

여기서, *Fitness Function*은 적합도 함수를 나타내며,  $\beta, \eta$ 는 가중계수로 각각 200과 4를 사용하였으며, *Penalty Function*은 본 논문에서 구조 요소계에 적용된 모든 제약조건이 이에 해당된다.

#### 4. 적용에 및 고찰

##### 4.1 대상구조물의 일반사항

본 논문에서 제안한 뼈대 구조물의 다목적 최적설계 방법의 합리성을 검증하기 위하여 표 4와 같은 제원을 갖는 구조물에 적용하여 검증하였다.

표 4 대상구조물 일반사항

Item	Data	Item	Data
구조물의 층수	$N=8$	단위중량	$\rho=0.49\text{ kip/ft}^3$
층 높이	$h_i=12\text{ ft}$	탄성계수	$E=200,000\text{ Mpa}$
층별질량	$m_i=1.8\text{ kip}\cdot\text{sec}^2/\text{ft}$	항복강도	$F_y=248\text{ Mpa (36ksi)}$

##### 4.2 결과 및 분석

본 논문에서 제안한 다목적 최적설계 방법의 합리성을 검증하기 위하여 강제중량과 변형에너지,  $P-\Delta$  효과에 의한 횡변위를 고려한 목적함수를 구성하여 가중계수의 변화에 따른 최적설계 결과에 근거하여 그림 5와 같이 파레토 곡선을 작성하였다. 그림 5에서 점 A는 강제중량과 변형에너지 측면에서 가장 유리한 설계점으로 기존의 연구(Li, G. et al, 1999)<sup>6)</sup>에서 제안한 최적설계 결과를 나타내는 설계점이다. 이때 각 목적함수에 대한 가중계수는 각각  $w_1=1.0, w_2=0.0, w_3=0.0$ 인 경우이다. 그림 5에서 XY평면에 투영된 결과로부터 강제중량이 감소함에 따라 변형에너지는 증가함을 알 수 있다. 따라서, 강제중량의 최소화와 변형에너지의 최대화

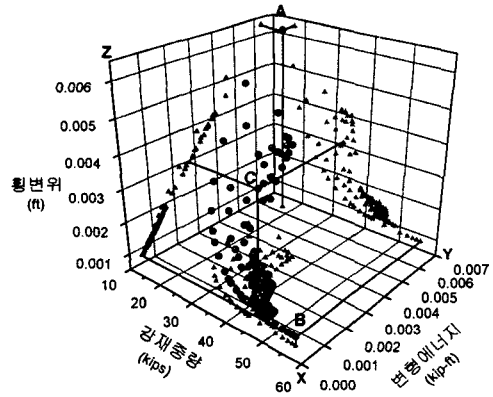


그림 5 파레토 곡선

는 서로 상반된 설계기준이 아니라 구조물의 강성배치의 문제임을 알 수 있다. 이에 반해 YZ평면에 투영된 결과로부터 변형에너지의 최대화와  $P-\Delta$  효과에 의한 횡변위의 최소화는 서로 상반되는 설계기준임을 알 수 있다. 점 C는 그림 5에 나타낸 파레토 곡선에서 각각의 설계기준의 중간성능을 나타내는 절충점으로서 강재중량과 변형에너지, 안정성을 만족시키는 최적설계 후보점으로 각각에 대한 가중치는  $w_1 = 0.65$ ,  $w_2 = 0.20$ ,  $w_3 = 0.15$ 이다. 파레토 곡선상의 3개의 최적설계 후보점에 대한 최적설계 결과를 표 5에 나타내었다.

그림 6에 나타낸 바와 같이 설계점 A에서 C로 이동함에 따라 강재중량은 16.80 kips에서 32.45 kips로 51.58% 증가하고, 변형에너지는 0.0064 kip-ft에서 0.0029 kip-ft로 45.31% 감소하였으나  $P-\Delta$  효과에 의한 횡변위는 0.0063 ft에서 0.0031 ft로 49% 감소하여 상대적으로 안정성이 우수한 설계결과를 나타냈다. 반면 설계점 B에서 C로 이동함에 따라 강재중량은 55.7457kips에서 32.4543 kips로 58.22% 감소하고, 변형에너지는 0.0005 kip-ft에서 0.0029 kip-ft로 약 6배 증가하였으나  $P-\Delta$  효과에 의한 횡변위는 0.0008 ft에서 0.0031 ft로 약 4배 증가하였다. 따라서 안정성을 고려한 최적설계를 수행함으로써 강재중량과 변형에너지와 함께 동시에 안정성을 만족시키는 설계결과를 얻을 수 있다. 또한 설계자의 의도에 따라 파레토 곡선상의 임의의 점을 선택함으로써 설계자가 원하는 설계성능을 갖는 최적설계 결과를 얻을 수 있다.

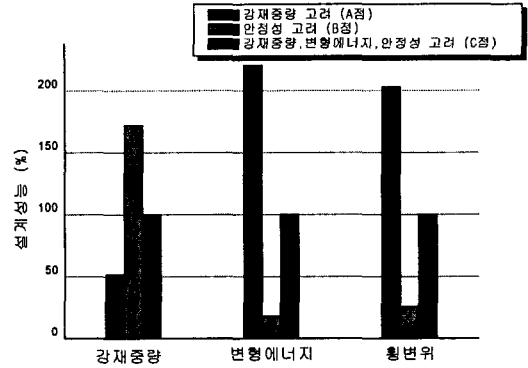


그림 6 상대적인 설계성능

표 5 최적설계 결과

층	설계점 A		설계점 B		설계점 C	
	강종	I(in <sup>4</sup> )	강종	I(in <sup>4</sup> )	강종	I(in <sup>4</sup> )
1	W18×175	3450	W18×311	6960	W18×311	6960
2	W18×158	3060	W18×311	6960	W18×311	6960
3	W18×106	1910	W18×311	6960	W18×311	6960
4	W18×76	1330	W18×311	6960	W18×192	3870
5	W18×60	984	W18×311	6960	W18×86	1530
6	W18×46	712	W18×311	6960	W18×60	984
7	W16×40	518	W18×311	6960	W18×40	612
8	W16×40	518	W18×143	2750	W16×40	518
$w_1$		1.0		0.0		0.65
$w_2$		0.0		0.0		0.20
$w_3$		0.0		1.0		0.15
강재중량 (kips)		16.80		55.75		32.45
변형에너지 (kip-ft)		0.0064		0.0005		0.0029
횡변위 (ft)		0.0063		0.0008		0.0031

## 5. 결론

본 논문에서는 지진하중을 받는 다층 뼈대구조물의 합리적인 다목적 최적설계를 위하여 강제중량과 변형에너지, 안정성을 목적함수로 하는 최적설계를 수행하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 다목적 최적설계에서 구한 파레토 곡선의 민감도 해석 결과 기존연구(Li, G. et al, 1999)<sup>6)</sup>에서의 정식화 방법은 강제중량과 변형에너지가 서로 상반되는 설계기준이 아닌 강성배치의 문제이다. 따라서 상반되는 설계기준인  $P-\Delta$  효과에 의한 횡방향 변위를 고려한 다목적 최적설계를 수행하여 파레토 곡선상의 한 점을 설계점으로 사용한다면 보다 합리적인 설계를 유도할 수 있다.
- (2) 강제중량과 변형에너지, 안정성을 동시에 고려하는 뼈대 구조물의 합리적인 최적설계는 구조물의 성능을 설계자가 충분히 고려해서 설계를 수행하여야 한다. 따라서 본 연구에서 제안하는 다목적 최적설계의 파레토 곡선을 공학적인 판단의 자료로 활용하여 원하는 설계성능에 부합되는 가중계수를 이용한 최적설계를 수행한다면 구조물의 성능을 극대화 할 수 있는 합리적인 최적설계를 수행 할 수 있다.

## 감사의 글

본 연구는 BK21의 지원으로 이루어졌으며, 이에 감사드립니다.

## 참고 문헌

1. 조효남, 민대홍, 박준용, “이산형 변수를 이용한 뼈대구조물의 다단계 최적설계”, 전산구조공학회 학술발표 논문집, 2000
2. AISC., Load and Resistance Factor Design Manual of steel construction, American Institute of Steel Construction, Chicago, 1994, p.1-26~1-43
3. AISC., Load and resistance factor design specification for structural steel buildings, American Institute of Steel Construction, Chicago, 1993
4. AISC., Seismic provisions for structural steel buildings, American Institute of Steel Construction, Chicago, 1992
5. Berz, M., Computational differentiation -techniques, tools, and applications, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1996
6. Li, G. et al., Multi-objective and multi-level optimization for steel frames , Engineering Structures, 21, 1999, pp.519~529
7. Goldberg, D.E., Computer-Aided Gas pipeline using Genetic Algorithm and Rule Learning, Ph.D. thesis, Dept. Civil Eng., Univ. Michigan., 1983.
8. Rao, S. S. Engineering Optimization: Theory and Practice. Wiley Interscience, 1996
9. Vanderplaats, G. N., ADS: A FORTRAN Program for Automated Design Synthesis, Engineering Design Optimization, Inc, Santa Barbara, 1985