

CAD/CAE 적용을 위한 근사 서브디비전 방법의 고찰 Study on approximating subdivision schemes for the application to CAD/CAE

ABSTRACT

Recently, in computer-aided geometric modeling(CAGD), subdivision surfaces are frequently employed to construct free-form surface. Subdivision schemes have been very popular in computer graphics and animation community, but the community of CAGD adopts this tool only recently to handle surface geometry. In the present study, Loop scheme and Catmull-Clark scheme are applied to generate smooth surfaces. To be consistent with the limit points of target surface, the initial sampling points are properly rearranged. The pointwise curvature errors and coordinate value errors between the points in the sequence of subdivision process and the points on the target surface are evaluated in the numerical examples in both Loop scheme & Catmull-Clark subdivision scheme.

1. 서 론

현재 널리 사용되고 있는 CAD(Computer Aided Design)의 CAGD(Computer Aided Geometric Design) 기술과 CAE(Computer Aided Engineering)기술, 최적설계기술 등은 각각 독자적으로 태동되고 발전되어 독립적인 학문분야로 인지되어 왔다. 그러나 최근에 이르러 모델링, 해석, 설계 그리고 더 넓게는 생산 공정까지 함께 모사할 수 있는 통합 시뮬레이션 개발기술이 제품 개발의 효율성과 생산 비용의 절감, 생산 시간의 절약 등을 위해 필요하다는 인식이 확대되어 있다. 그러므로 최근에는 다루고자 하는 대상의 범위와 기술의 깊이를 달리 하면서 통합 시뮬레이션 개발 기술에 노력이 경주되고 있다.

그러나 통합화 기술의 근본적인 문제점은 CAGD모델링 기술과 CAE기술, 최적설계기술들이 서로 다른 환경에서 개발되어 왔다는 데 있다. 그래서 그 통합 기술도 진정한 통합이라기보다는 입, 출력에 관여하는 데이터 파일들의 표준화와 데이터들의 효율적인 관리가 통합 프로그램은 근간이 되어 왔다. 또한 독립적으로 개발되어온 상용 프로그램들이 각 분야에서 쓰이고 있어 초기의 모델링, 해석, 설계라는 순차적 흐름에 따라 모델링의 결과를 입력데이터로 하여 해석을 수행하고 해석을 반복하여 설계를 결정하는 초창기의 제품 설계 방법에는 큰 문제가 없었다. 그러나 제품의 기능화와 정밀화가 요구되면서 협상변경이 필요하고 설계

* 서울대학교 기계항공공학부 석사과정

** 정회원 : 서울대학교 기계학과 학부 교수

목적함수 변경에 따라 설계의 반복 사이클이 필요한 상황이나 해석결과로부터 모델링을 변경해야하는 통합적인 상황에서는 각 소프트웨어들의 폐쇄성과 개발 환경의 상이성은 통합기술의 구현을 어렵게 한다. 그러므로 독립적인 소프트웨어에 가능한 한 공통성을 부여하고 개발환경을 동일하게 맞춘 통합 모델링-해석-설계 기술의 구현이 절실히 요구된다고 하겠다. 그러므로 본 연구에서는 곡면 구조물에 초점을 맞춰 곡면 구조물의 모델링, 해석, 설계를 통합하기 위하여 subdivision 곡면의 공통 환경에서 4차의 box-spline을 이용한 삼각 격자법과, 3차 B-spline을 이용한 사각 격자법을 구현한다.

애니메이션이나 컴퓨터 그래픽스 분야에서도 역학에 기초하여 곡면형상의 변형을 해석하면 사실적으로 변형을 구현할 수 있어 원하는 욕구를 만족시키기 위해 실제 거동에 가까운 시뮬레이션에 대한 연구와 개발이 활발히 이루어지고 있는 추세이다.^{1,2,3)}

한편 곡면의 구현은 NURBS(Non-Uniform Rational B-Spline)에 의해 표준화되다시피 하고 있는⁴⁾ CAD의 CAGD(Computer-aided geometric design)분야에서는 subdivision에 의한 곡면 표현은 컴퓨터 그래픽스나 애니메이션 분야에 비해 상대적으로 늦게 시작되었다고 할 수 있다.

최근 여러 학자들은 협동연구를 통해 Loop의 subdivision 기법을 이용하여 곡면을 생성하고 이 곡면의 해석을 위한 고전 셀이론을 정립하여 곡면의 해석과 기하학적인 모델링을 연동하였다.⁵⁾ 또한 이 방법론을 비선형 탄성셀로 확장하였으며,⁶⁾ 곡면의 형상설계로의 확장성을 보였다.³⁾

그러나 이 방법론은 고전 셀이론에 기초하였으므로 두꺼운 셀 구조물이나 샌드위치 복합재료 적층 셀과 같이 횡전단 변형이 심한 셀 구조물에는 적용할 수 없고 아주 얇은 등방성 탄성 물체의 곡면에만 적용이 가능하므로 그 적용 범위에 한계가 있다. 그러므로 횡전단 변형효과를 고려한 일차 전단 변형 셀이론에 기초한 subdivision 유한요소가 일반적인 곡면 구조물의 변형을 기술하기 위한 표준해석 도구로서 필요하다. 또한 삼각격자에 기초한 subdivision 기법인 Loop 방법뿐만 아니라 이와 동일하게 널리 사용되는 사각 격자에 기초한 Catmull-Clark 방법에 의해 곡면을 구현하는 기술을 확보할 필요가 있다. 치수와 크기가 정확해야 하는 기계공학의 모델에 적용하기 위한 subdivision geometric scheme을 확보하기 위해서는 재분할을 통해 얻어지는 극한점이 처음에 주어진 곡면의 데이터 점들과 일치하도록 하는 기술적인 문제를 해결해야 한다.

이런 견지에서 보면 최근에 태동한 subdivision technology는 다중 해상도를 최대한으로 활용하기 위한 방법론의 일반화와 adaptive 해석을 위해 많은 연구가 수행되어야 할 분야이다. 특히 다중해상도(multi-resolution) 기능이 있는 subdivision기법은 형상 최적화 문제에서도 효과적으로 적용될 수 있으므로 다중 해상도 기능과 adaptive refinement 기법을 효과적으로 구현하는 문제가 연구되어야 한다.

본 연구에서는 subdivision 기법인 Loop 방법과 Catmull-Clark 방법에 의해 곡면을 구현하는 기술과 구현되는 곡면의 치수와 크기의 정확성을 위해서 재분할을 통해 얻어지는 데이터의 극한값이 처음에 주어진 곡면의 데이터 점들과 일치해야 하는 기술적인 문제들을 해결하는데 중점을 두었다. 먼저, Loop 방법과 Catmull-Clark 방법에 대한 간략한 설명과 각각의 방법을 이용한 subdivision 사용의 예들을 가지고 재분할을 하였을 때, 얻어지는 데이터의 극한값들이 처음에 주어진 곡면의 데이터 점들과 일치하는지를 곡률(curvature)과 좌표의 오차를 가지고 확인하였다.

2. Subdivision 방법

2.1. Subdivision

Subdivision은 주어진 간단한 면에 새로운 점을 추가함으로써 물체를 좀 더 부드럽게 보이게 하는 방법이며, 지역적으로 계산이 되고 주어진 방법에 의해서 새로운 점이 생성된다. 그래서 일반적으로 subdivision은 부드러운 곡면을 얻는데 사용되어지고 있다. 그러나 subdivision은 각각의 재분할 단계마다 4배의 새로운 점이 생성되기 때문에 많은 양의 데이터를 다뤄야 한다는 단점이 있다. 더욱 자세한 subdivision 곡면 구현에 대한 정보는 참고문헌^{5,7,8)}에서 얻을 수 있다.

2.2. Loop subdivision scheme

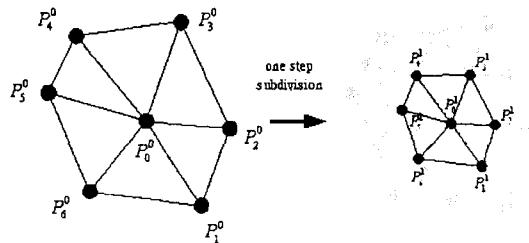


그림 1. Loop subdivision 방법

Loop subdivision 방법은 6개의 삼각형이 모여서 이루어진 6각형 모양이 기본이 된다. 위의 그림 1은 Loop subdivision 방법에 의해 한번의 subdivision 단계를 거친 다음에 새로운 점의 생성과 기존 점의 위치가 이동되는 것을 보여주고 있다. 그림 1에서 보여지는 $p_0^0, p_1^0, p_2^0, p_3^0, p_4^0, p_5^0, p_6^0$ 는 6각형을 이루는 각 점의 정보를 가지고 있다. p_j^i 에서 j 는 subdivision이 이루어진 횟수를 나타내고, i 는 하나의 6각형 안에서 7개 점이 이루는 순서를 말해준다.

subdivision을 하는 과정에는 두 가지의 단계가 수행되어야 한다. 첫 번째 단계는 새로운 점이 생성되어서 6각형 안에 삽입되는 것이고, 두 번째 단계는 기존에 있던 점을 재조정하는 과정이다. 그림 1에서 보면 오른쪽 그림에서 $p_1^1, p_2^1, p_3^1, p_4^1, p_5^1, p_6^1$ 의 점들이 새로 생성되어 삽입되어진 점들이고, p_0^1 점은 p_0^0 점의 위치를 재조정해서 나타내어진 점이다. 새로운 점이 생성되고 기존의 점이 이동되어지는 과정은 아래 그림 2에 의해서 이루어진다.

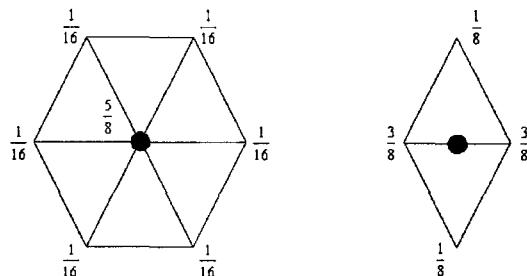


그림 2. Loop subdivision 방법에서 기존 점의 위치조정(왼쪽)과 새로운 점의 생성(오른쪽)

2.3. Catmull-Clark subdivision scheme

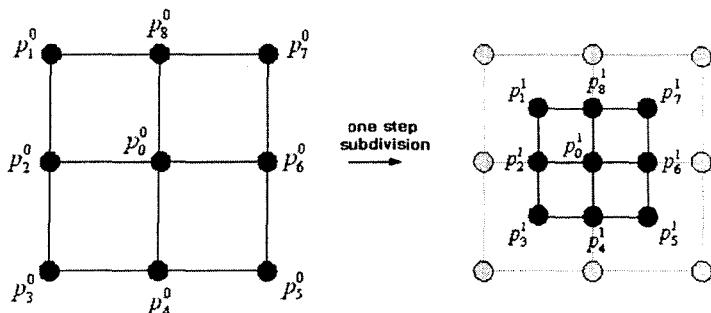


그림 3. Catmull-Clark subdivision 방법

위 그림 3. 은 9개의 점을 기본으로 하는 사각 격자를 이용한 Catmull-Clark subdivision 방법에 의해 한 단계의 재분할 과정을 거쳤을 때를 그림으로 나타낸 것이다. 그림의 $p_0^1, p_1^1, p_2^1, p_3^1, p_4^1, p_5^1, p_6^1, p_7^1, p_8^1$ 의 점들은 Loop subdivision 방법 때와 마찬가지 과정으로 아래 그림 4.의 방법에 의해서 새로 삽입되어지고, 기존 점의 위치가 재조정되어진 점들이다.

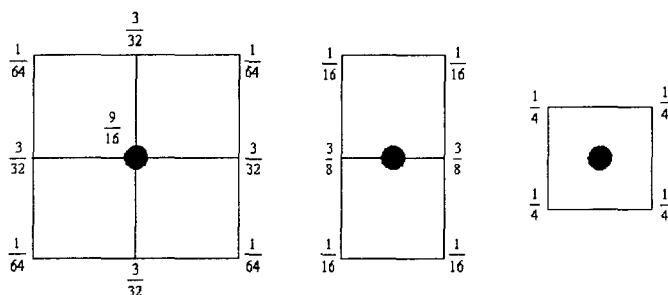


그림 4. Catmull-Clark subdivision 방법에서 기존 점의 위치
재조정(왼쪽)과 새로운 점의 생성(가운데, 오른쪽)

3. Subdivision 방법에 의한 정확한 곡면 구현

그림 5.는 현재 가장 널리 쓰이고 있는 Loop 방법⁸⁾과 Catmull-Clark 방법¹⁰⁾으로 구성된 형상을 나타낸다. 앞에서 언급하였듯이, Loop 방법은 데이터 점들을 삼각화를 통해 삼각격자들의 조합으로 곡면을 구성하고 재분할에 의해 부드러운 곡면을 얻는 방법이며, Catmull-Clark 방법은 사각 격자의 재분할을 통해 곡면을 생성하는 방법이다.

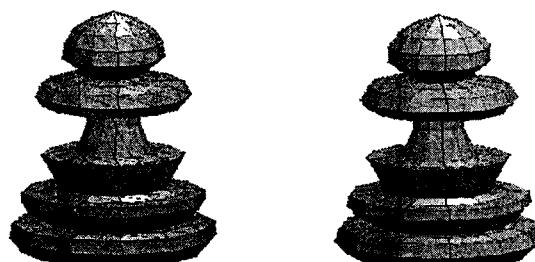


그림 5. Loop(왼쪽) 와 Catmull-Clark(오른쪽) subdivision
방법

이와 달리 보간법을 이용하는 기법으로는 Butterfly 방법¹¹⁾과 Doo-Sabin 방법¹²⁾등이 있다. 보간법과 근사법에 의한 subdivision 방법에 대한 개념은 그림 6에 주어져 있다.

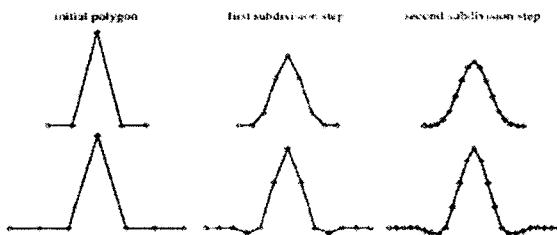


그림 6. 근사법(위)과 보간법(아래)

이중에서 부드러운 곡면은 근사법에 의해서 얻어지기 때문에 근사법에 기초한 방법이 선호되고 있다. 그러나 기계공학과 같이 대상이 치수와 크기가 분명한 경우에는 치수와 크기를 고려하여 처음부터 재분할을 수행할 때 한 번 생성한 조정점의 위치가 변하지 않는 보간법이 적용하기가 용이하다.

보간법은 부드러운 곡면을 제공하지 않기 때문에 단점이 있고 대신 근사법은 생성된 조정점의 위치가 재분할 과정에서 변한다는 어려움이 있다. 그러나 재분할을 통한 조정점이 결국은 하나의 극한점으로 수렴한다는 수학적인 성질이 있으므로 이를 이용하면 몇 차례의 subdivision을 통해서 기계공학에서 필요한 치수와 크기가 고정된 모델로 수렴해 가는 모델링 기법을 확립할 수 있다. 그림 7은 subdivision을 수행함에 따라 모델링하는 곡면이 주어진 실제 데이터값에 수렴하는 과정을 나타낸다. 그림 8.와 9.는 모델링 된 곡면이 실제 데이터값에 수렴할 때, 실린더에서 실제 데이터값에 대응되는 극한점과 주변점들의 곡률(curvature)과 좌표의 오차를 보여준다.

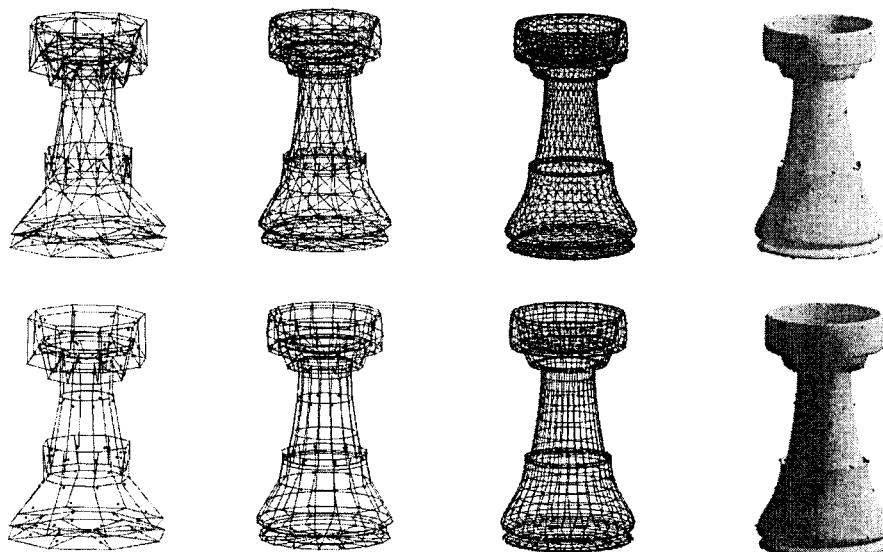


그림 7. 실제 데이터 값으로 수렴해 가는 Loop subdivision(위)과 Catmull-Clark subdivision(아래)의 모델링 과정

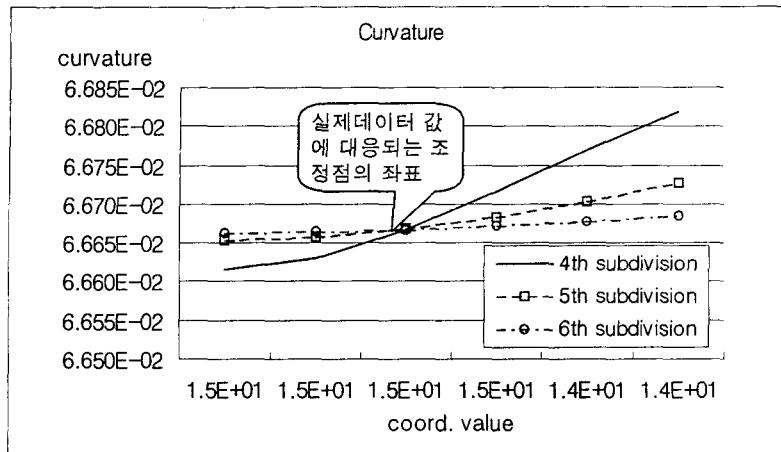


그림 8. subdivision 수행에 따른 실린더의 곡률 변화

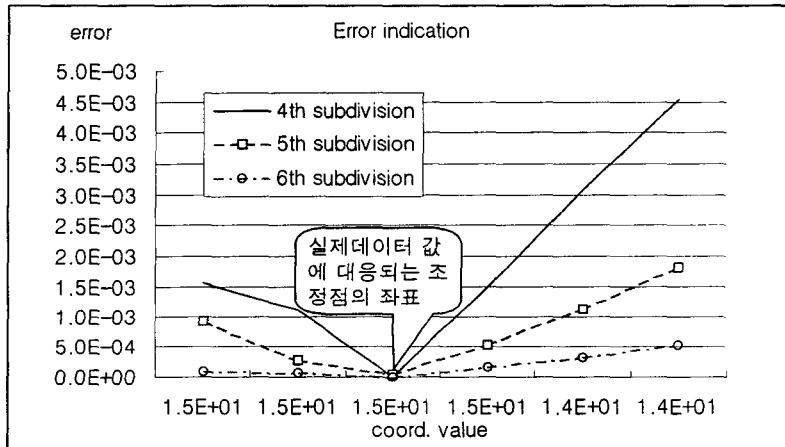


그림 9. subdivision 수행에 따른 실린더 좌표값의 오차 경향

4. 결 론

우리는 여러 종류의 곡면을 Loop과 Catmull-Clark subdivision scheme에서 구현해보고 6번 정도의 subdivision 과정을 거쳐서 모델링 하는 곡면이 실제 데이터 값에 10^{-4} 의 오차 안으로 수렴된다는 것을 곡률(curvature)이나 좌표값의 위치에서 알 수 있었다.

그렇지만 우리는 곡면을 부드럽게 만들어주는 subdivision 과정에서 새로운 점이 생성되어서 삽입이 되어지더라도, 모델링 하는 곡면의 데이터 값들이 실제 데이터 값에 10^{-4} 의 오차 안으로 수렴하지 않는 경우를 볼 수 있었다. 이런 경우는 곡률의 크기가 크거나 변화가 심한 경우에 자주 일어나는데, 이럴 때에는, subdivision 과정을 수행하기 전에 가지게 되는 초기의 데이터 값의 개수를 증가시켜 subdivision 과정을 수행을 하면, 해결할 수가 있다. 이와 같은 문제를 효과적으로 다루기 위해서는 앞에서도 언급하였듯이, adaptive refinement 기법이 요구되어지며, 이에 대한 연구는 현재 진행 중에 있다.

참고 문헌

1. Zorin, D., Schröder, P., "A unified framework for primal/dual quadrilateral subdivision scheme," Computer Aided Geometric Design, 2001, Vol. 18, pp. 429-454.
2. Kobbelt, L., "Interpolatory subdivision on open quadrilateral nets with arbitrary topology," in: proceeding of Eurographics 96, Computer Graphics Forum, 1996, pp. 409-420.
3. Cirak, F., Scott, M. J., Antonsson, E. K., Ortiz, M., Schröder, P., "Integrated modeling, finite-element analysis, and engineering design for thin-shell structures using subdivision," Computer Aided Design, 2002, Vol. 34, pp. 137-148.
4. Piegl, L., Tiller, W., *The NURBS Book*, Second Edition, Springer, 1997.
5. Cirak, F., Ortiz, M., Schröder, P., "Subdivision surface: a new paradigm for thin shell finite- element analysis," Internat J Number Methods Engrg, 2000, Vol. 47, pp. 2039-2072.
6. Cirak, F., Ortiz, M., "Fully C^1 -conforming subdivision element for finite deformation thin-shell analysis," Internat J Number Methods Engrg, 2001, Vol. 51, pp. 813-833.6.
7. Zorin, D., Schröder, P., "Subdivision for Modeling and Animation," SIGGRAPH 2000 Course Note.
8. Loop, C., "Smooth subdivision for surfaces based on triangles," Master's thesis, University of Utah, 1987.
9. Warren, J., "Subdivision method for geometric design," Unpublished manuscript, Department of Computer Science, Rice University, November 1995.
10. Catmull, E., Clark, J., "Recursively Generated B-spline Surfaces on Arbitrary Topological Meshes," Computer Aided Design, 1978, Vol. 10, No. 6, pp. 350-355.
11. Dyn, N., Levin, D., Grogory, J., "A Butter Fly Subdivision Scheme for Surface Interpolation with Tension Control," ACM Transaction on Graphics, 1990, Vol. 9, No. pp. 160-169.
12. Doo, D., Sabin, M. A., "Behavior of Recursive Subdivision Surfaces Near Extraordinary points," Computer Aided Design, 1978, Vol. 10, No. 6, pp. 356-360.