

B-spline volume 변형체의 실시간 시뮬레이션 I

Real time simulation on B-spline deformable volume-part I

김 현 기* 조 맹 효**
Kim, Hyun Gi Maenghyo Cho

ABSTRACT

With the development of CPU speed and graphic technology, real-time simulation of deformable object is embossed as an essential issue in engineering field. Recently, it has been applied to the surgical training and game animation with haptic force feedback. But real time simulation of deformable objects is not easy because of the conflicting demands of speed and low latency and physical accuracy. In this study, we present the implementation of boundary element method(BEM) which is combined with the nonuniform B-spline surface. It is working together with the real-time simulation technique and the geometry data is altered by handling control points without preprocessing routine.

1. 서 론

최근 컴퓨터 그래픽 분야에서 변형체(deformable body)의 실시간 시뮬레이션(simulation)은 중요한 문제로 제기되고 있다. 기존의 그래픽 기술은 강체에 대한 운동 묘사에만 국한되어 왔으며, 근래 각광을 받고 있는 햅틱 기술에서도 컴퓨터 그래픽을 기반으로 한 강체 묘사에만 치중되어 왔던 것이 사실이다. 그래픽 기술들은 비디오게임과 다양한 산업분야에서 응용되어 왔고, 가상 현실 분야에서는 로보틱스 기술과 연동하기 위한 많은 시도가 진행되고 있다. 이러한 시도가 공학분야에서는 변형체에 대한 그래픽 시뮬레이션 방향으로 진행되고 있다. 컴퓨터 CPU 처리 성능의 향상으로 해석 프로그램 내부의 연산 속도가 빨라지고, 그래픽 시뮬레이션 기술의 발달로 변형체 거동에 대한 현실성을 높일 수 있게 됨으로써 기존의 구조 해석 방식을 벗어나, 실시간으로 object의 거동을 구현할 수 있게 되었다. 이러한 연구는 최근 외과용 수술분야나 파괴역학분야 그리고 기존의 게임산업에 다각도로 응용되고 있다.

그러나, 변형체 시뮬레이션은 변형에 대한 정확한 해의 산출과 실시간 디스플레이라는 대립되는 문제 때문에 이를 동시에 만족시키며 구현하는데는 상당한 어려움이 있다. 특히, 실시간 구현은 Navier's equation을 풀어야 하는 구조해석 문제와는 별도로 행렬의 연산을 효율적으로 처리해야 하는 알고리즘을 필요로 한다.

M.A.Sagar와 D.Bullivant는 유한요소에서 인체 눈에 대한 실시간 시뮬레이션을 시도하였고[1], Le Tallec는 3차원에서 유한요소를 이용하여 탄성물체의 대변형에 대한 실시간 구현을 시도하였으나 결과는 만족할만한 것은 아니었다[2]. S.Cotin은 유한요소를 기반으로 한 실시간 해석에서 축소기법을 사용한 연산 시간 감소방안을 제시하기도 하였다[3]. 최근에는 실시간 처리 문제를 해결

* 서울대학교 기계항공공학부 박사과정

** 정회원 · 서울대학교 기계항공공학부 부교수

하기 위해 Pai가 3D 변형체에서 초기경계 조건(RBVP)에 대해 행렬연산을 미리 수행하여 Green function(GF)으로 미리 저장하는 방법을 제안하였다. 미리 저장된 GF는 Capacitance Matrix Algorithms를 통하여 경계조건이 변화하는 부분에 대해서만 행렬 연산을 수행하는 방법으로 연산 시간을 최소화하였고, GF를 기반으로 하여 선형 탄성 모델에 대한 실시간 시뮬레이션의 예를 제시하였다[4,5].

실시간 시뮬레이션에 대해서는 본 연구의 partⅡ에서 다루어지고 있으며, 본 논문에서는 실시간 시뮬레이션 알고리즘과의 연동을 위한 곡면 생성과 경계요소법(BEM)에 의한 구조해석 알고리즘을 다루고 있다. 캐드 시스템에서 일반적으로 사용해 오고 있는 Non-Uniform B-Spline(NUBS)을 이용하여 3차원 surface를 생성하고, 구조해석을 위해 사용되는 경계요소법 내부에서는 선형삼각 패치를 사용하고 있다. 생성된 3차원 B-spline surface는 전처리과정(preprocessing)을 거치지 않고 조정점의 변화에 의해 구조물 geometry가 변화할 수 있도록 프로그램되었고, 각 조정점(control point)을 구하기 위한 점선벡터는 Bessel end condition을 이용하여 구하였다[6]. 조정점에 의해 변경된 geometry data는 다시 경계요소법 내부로 입력되어 각 요소의 H와 G 행렬을 구성한 후 Navier's equation을 구성하게 된다.

본 연구에서 시도하고 있는 NUBS를 기반으로 한 surface 생성 및 BEM과의 연동을 통한 실시간 변형체 시뮬레이션은 아직까지 상업적으로 구현된 바 없으며, 이것의 프로그램화는 기존의 해석 tool이 전처리 과정에서 요구하고 있는 많은 시간 소요의 문제점을 해결할 수 있고, 실시간 가시화를 통해 기존보다 더욱 현실성 있는 해석결과를 제시할 수 있을 것으로 사료된다.

2. 경계요소법(Boundary integral Formulation)

본 연구에서 제시하는 모델은 선형 탄성체이며, 경계요소법에 의해 Navier's equation을 구성하여 변위값과 반력을 구하게 된다. 기존에는 유한요소를 기반으로 한 실시간 구현이 시도되어 왔다. 그러나, 정식화의 난해함과 내부 연산을 위한 시간소요 그리고 메모리 문제 때문에 유한요소를 통한 실시간 해석은 상당히 많은 문제점을 가지고 있었다.

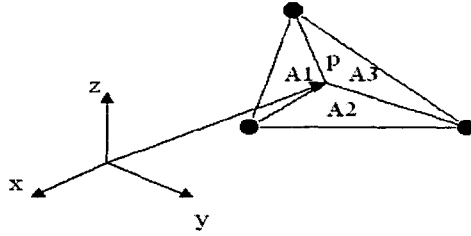
경계요소법은 이미 주어져 있는 탄성체의 fundamental solution을 이용하기 때문에, 유한 요소와는 달리 내부의 값들은 주어지게 되고 실제 연산은 surface의 변위와 반력에 대해서만 이루어지게 된다. 따라서, 유한요소에 비해 내부 연산속도가 빨라짐으로써 기존 연구 결과들보다 실시간 구현에 근접한 결과를 얻을 수 있다.

$$C^i u^i + \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} u P^* dS = \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} u^* P dS \quad (1)$$

식(1)은 Navier's equation을 구성하기 위한 경계요소법의 정식화를 보여주고 있다. 여기서, C는 free term으로써 경계의 geometry에 의존하는 값이다. 그리고, u^* 와 p^* 는 이미 내부에서 주어진 fundamental solution이다.

식(1)을 풀기 위해서는 u 와 P 의 이산화 과정이 필요하며, 절점에서 알려지지 않은 값들은 최종적으로 $Av=z$ 의 형태로 주어지게 된다. 이산화과정에서 변위와 traction force는 식(2)와 같이 보 간된다.

$$\begin{aligned} u &= \eta_1 u_1 + \eta_2 u_2 + \eta_3 u_3 = N(\eta)^T u \\ p &= \eta_1 p_1 + \eta_2 p_2 + \eta_3 p_3 = N(\eta)^T p \end{aligned} \quad (2)$$



$$\eta_1 = \frac{A_1}{A}, \quad \eta_2 = \frac{A_2}{A}, \quad \eta_3 = \frac{A_3}{A}$$

그림 1. 면적 좌표계에서의 위치 결정

형상함수 $N(\eta)$ 은 3×3 행렬이며, 면적좌표계를 써서 그림 1과 같이 구하여진다. 예를 들어 임의의 삼각패치에 대해서 적분을 수행할 경우, 그림 1에서 가우스 적분점에 따라 η_1, η_2, η_3 가 구해지고, 임의의 점 P 에 대한 형상함수에 의한 표현은 식(3)과 같이 주어지게 된다.

$$\begin{Bmatrix} x(p) \\ y(p) \\ z(p) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_1 & 0 & 0 & \eta_2 & 0 & 0 & \eta_3 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_1 & 0 & 0 & \eta_2 & 0 & 0 & \eta_3 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_1 & 0 & 0 & \eta_2 & 0 & 0 & \eta_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x^{(1)} \\ y^{(1)} \\ z^{(1)} \\ \vdots \\ \vdots \\ z^{(3)} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

적분을 수행하기 위한 미분소 dS 와 Jacobian은 식(4)로 주어진다.

$$dS = |J| d\eta_1 d\eta_2, \quad J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \eta_1} & \frac{\partial y}{\partial \eta_1} & \frac{\partial z}{\partial \eta_1} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta_2} & \frac{\partial y}{\partial \eta_2} & \frac{\partial z}{\partial \eta_2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Fundermental solution u^* 와 P^* 는 3차원에서 식(5)로 주어진다[7].

$$u_y^* = \frac{1}{16\pi(1-\nu)\mu r} \{ (3-4\nu)\delta_{ij} + r_i r_j \} \quad (5)$$

$$q_{ij}^* = -\frac{1}{8\pi(1-\nu)r^2} \{ [(1-2\nu)\delta_{ij} + 3r_i r_j] r_n - (1-2\nu)(r_i n_j - r_j n_i) \}$$

$H_i^e = \int_S [P^*] dS$, $G_i^e = \int_S [u^*] dS$ 이라 하면 식(1)의 최종적인 형태는 식(6)으로 주어진다.

$$Hu = Gp \quad (6)$$

식(6)에서 초기 조건에 의해 변위와 하중의 경계조건이 부과된 자유도는 우항으로, 그리고, 경계 값을 구해야 하는 자유도는 좌항으로 교환을 하여 $Av = z$ 의 Navier 방정식을 구성하게 된다. A

는 FEM과는 달리 행렬이 아니기 때문에 유한요소에서 흔히 사용되는 대칭 솔버(solver)를 이용할 수 없으며, 가우스 소거법을 사용하여 해를 구하게 된다. 여기서 구해진 초기경계조건에 대한 행렬 A 는 실시간 시뮬레이션을 구현할 때 Reference값으로 사용되며, 경계조건이 변하는 부분에 대해서만 값의 변화가 일어나기 때문에 경계값 v 를 구하기 위한 전역행렬 A 의 역행렬은 다시 구할 필요가 없다.

3. 비균일 B-spline 복합곡면(NUBS)의 생성[8]

구조해석을 수행할 때 최적화 작업과의 연계는 필수적이라고 할 수 있다. 설계변수를 변화시켜야 할 필요가 있을 때, 전처리 과정에서 상당한 시간 소요를 요구하게 되며 반복적인 해석 작업을 요구하는 최적화 작업에서는 이것의 문제는 더욱 심각하다. 앞에서 설명하였던 경계 요소법은 실시간 시뮬레이션 구현을 위해 초기 경계조건에서의 기준(reference) 행렬을 구하기 위한 과정이었다. 만약 경계요소법 내부의 절점들이 조정점에 의해 다루어질 수 있다면, 절점들의 위치는 단지 조정점에 의해 이동될 수 있으며, 이것은 설계변수 변경에 따른 전처리 작업이 매우 간편해지는 것을 의미한다.

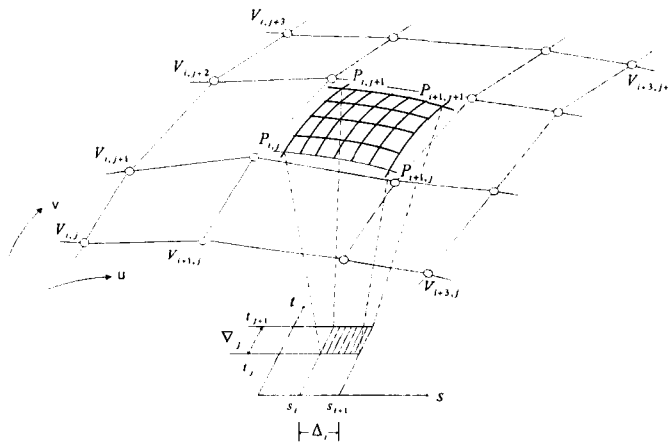


그림 2. 비균일 B-spline 곡면(NUBS)의 정의

곡면 $r(s, t)$ 는 구간 $[s_i, s_{i+1}] \times [t_j, t_{j+1}]$ 에서 정의되고, 이를 위해서 u, v 의 단위면적 구간 $[0, 1] \times [0, 1]$ 에서 곡면 $r(s, t)$ 를 정의하기 위해서는 파라미터 (s, t) 를 식(7)과 같이 변환해야 한다.

$$u = (s - s_i) / \Delta_i, v = (t - t_j) / \Delta_j \quad (7)$$

여기서, $\Delta_i = (s_{i+1} - s_i)$, $\Delta_j = (t_{j+1} - t_j)$ 이다.

위의 정의에 의해서 비균일 B-spline 단위곡면은 다음과 같이 표현된다.

$$r^{ij}(u, v) = UN_s B^i N_t^T V^T : 0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 1 \quad (8)$$

여기서, $U=[1 \ u \ u^2 \ u^3]$, $V=[1 \ v \ v^2 \ v^3]$, $B^{\bar{i}}=\begin{bmatrix} V_{i,j} & V_{i,j+1} & V_{i,j+2} & V_{i,j+3} \\ V_{i+1,j} & V_{i+1,j+1} & V_{i+1,j+2} & V_{i+1,j+3} \\ V_{i+2,j} & V_{i+2,j+1} & V_{i+2,j+2} & V_{i+2,j+3} \\ V_{i+3,j} & V_{i+3,j+1} & V_{i+3,j+2} & V_{i+3,j+3} \end{bmatrix}$

$$N_s = \begin{bmatrix} \frac{(\Delta_i)^2}{\Delta_{i-1}^2 \Delta_{i-2}^3} & 1 - n_{11} - n_{13} & \frac{(\Delta_i)^2}{\Delta_{i-1}^2 \Delta_{i-2}^3} & 0 \\ -3n_{11} & (3n_{11} - n_{23}) & \frac{3\Delta_i \Delta_{i-1}}{\Delta_{i-1}^2 \Delta_{i-2}^3} & 0 \\ 3n_{11} & (-3n_{11} - n_{33}) & \frac{3(\Delta_i)^2}{\Delta_{i-1}^2 \Delta_{i-2}^3} & 0 \\ -n_{11} & (n_{11} - n_{43} - n_{44}) & n_{43} & \frac{(\Delta_i)^2}{\Delta_{i-1}^2 \Delta_{i-2}^3} \end{bmatrix}$$

$$N_t = \begin{bmatrix} \frac{(\Delta_j)^2}{\Delta_{j-1}^2 \Delta_{j-2}^3} & 1 - n_{11} - n_{13} & \frac{(\Delta_j)^2}{\Delta_{j-1}^2 \Delta_{j-2}^3} & 0 \\ -3n_{11} & (3n_{11} - n_{23}) & \frac{3\Delta_j \Delta_{j-1}}{\Delta_{j-1}^2 \Delta_{j-2}^3} & 0 \\ 3n_{11} & (-3n_{11} - n_{33}) & \frac{3(\Delta_j)^2}{\Delta_{j-1}^2 \Delta_{j-2}^3} & 0 \\ -n_{11} & (n_{11} - n_{43} - n_{44}) & n_{43} & \frac{(\Delta_j)^2}{\Delta_{j-1}^2 \Delta_{j-2}^3} \end{bmatrix}$$

3.1 각 방향에서 노트 간격의 결정

노트 간격은 아래 식에 의해서 결정된다.

$$\begin{aligned} \Delta_i &= |P_{i+1,j} - P_{i,j}|, \quad i=0, 1, \dots, m-1 \\ \Delta_j &= |P_{i,j+1} - P_{i,j}|, \quad j=0, 1, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (9)$$

그리고, 곡면 양끝에서 조정점(Control point)과 곡선상의 점을 일치시키기 위해서 확장 노트를 사용하고, 확장 노트 간격은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta_{-2} &= \Delta_{-1} = \Delta_m = \Delta_{m+1} = 0 \\ \nabla_{-2} &= \nabla_{-1} = \nabla_n = \nabla_{n+1} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

3.2 중간 조정점 C_j 의 결정

$$\begin{bmatrix} -3 & 3 & 0 & 0 \\ f_0 & h_0 & g_0 & 0 \\ 0 & f_1 & h_1 & g_1 \\ & & & \\ & f_{m-1} & h_{m-1} & g_{m-1} & 0 \\ 0 & f_m & h_m & g_m \\ 0 & 0 & -3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{0,j} \\ C_{1,j} \\ C_{2,i} \\ & \\ C_{m,j} \\ C_{m+1,j} \\ C_{m+2,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{0,j} \\ P_{0,j} \\ P_{1,i} \\ & \\ P_{m,j} \\ P_{m,j} \\ s_{m,j} \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} h_i &= 1 - f_i - g_i \\ h_i &= \frac{(\Delta_i)^2}{\Delta_{i-1}^2 \Delta_{i-2}^3}, \quad g_i = \frac{(\Delta_{i-1})^2}{\Delta_{i-1}^2 \Delta_{i-2}^3} \\ f_0 &= 1, \quad g_0 = 0, \quad f_n = 0, \quad g_n = 1 \end{aligned} \quad (11)$$

전체 곡면의 조정점을 결정하기 위해서는 중간(intermediate) 조정점을 결정해야 한다. 중간 조정점은 곡면이 u, v 의 두 방향에 의해 결정이 되는데, 이 중 하나의 방향에 대해서 조정점을 구하는 것이다. 여기서 구해진 조정점은 다른 방향에 대한 조정점을 구할 때 데이터 좌표로써의 역할을 함으로써 전체 곡면의 조정점을 구할 수 있게 된다.

v 방향으로 j 번째 곡선의 양끝의 접선벡터 s_{0j}, s_{mj} 가 주어졌을 때, $(m+3)$ 개의 중간조정점 C_{ij} 를 구

림7과 같은 임의의 실린더 형상으로 변화시킬 수가 있다. 가해지는 하중은 중임 절점에 고정되어 있고, 실시간 시뮬레이션과 연동하게 되면 하중 위치를 임의대로 변경시킬 수 있다

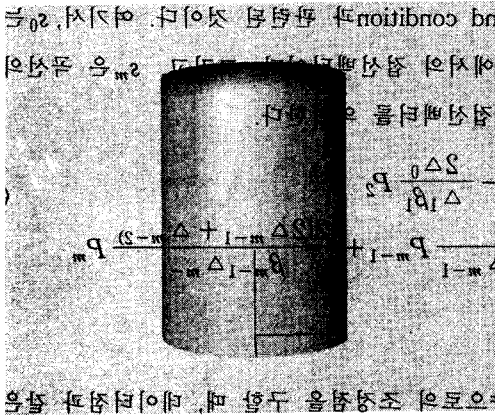


그림 3. 해석 실린더의 Geomeths

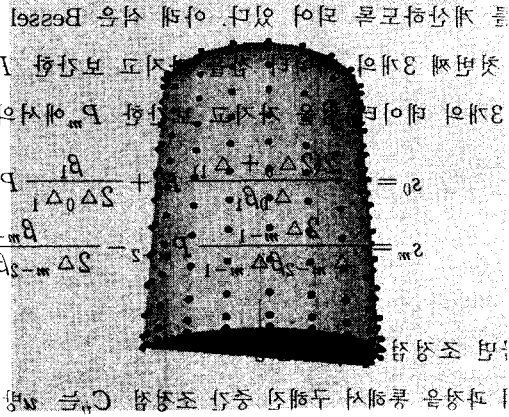


그림 4. NUBS 곡면과 조정점

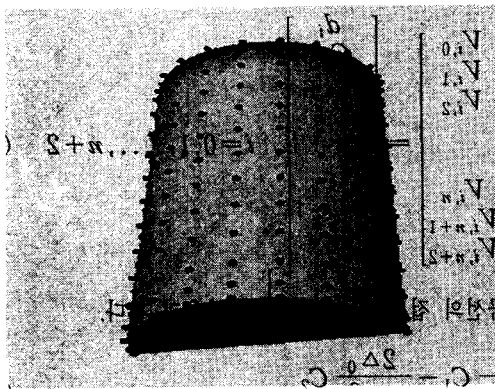


그림 5. 조정점의 축방향 변경에 의한 실린더 설계변수 변경

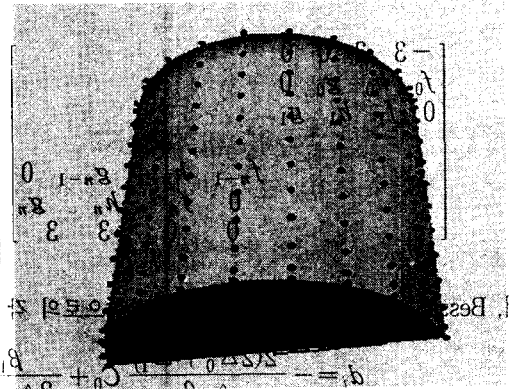


그림 6. 조정점의 반경방향 변경에 의한 실린더 설계변수 변경



그림 7. 조정점 변경에 의한 임의의 형상

4. 결 론

최근 그래픽 분야에서 변형체의 실시간 시뮬레이션은 다각도의 응용이 가능한 분야로 주목받고 있다. 대표적으로 비디오게임과 외과수술 분야에서 많은 활용이 이루어지고 있으며 컴퓨터 성능과 그래픽 도구의 발달은 이 분야의 발전 가능성을 한층 높여주고 있다.

본 논문에서는 B-spline곡면과 경계요소법(BEM)의 연동에 대한 연구를 수행하였다 BEM에 의해 Navier 방정식을 구성하고 조정점의 변경에 의해 설계변수를 변화시키는 알고리즘은 본 연구에서 지향하고 있는 실시

간 시뮬레이션 구현과 부합하는 주제이다. 본 연구에 이어 추후 가시화를 위한 경계값들의 신뢰성을 높이기 위해 FEM에서의 실시간 구현 가능성을 타진해 보고, 신체조직의 비선형 거동에 대한 실시간 시뮬레이션 구현 방향으로 확장될 계획이다.

참고 문헌

1. M.A.Sagar,D.Bullivant.G.Mallinson,P.Hunter,and I.Hunter. "A virtual environment and model of the eye for surgical simulation.", In Computer Graphics, Annual Conference Series,1994,p.205 ~ 212
2. Le Tallec, P. and Rahier, C. and Kaiss, "Three dimensional incompressible viscoelasticity in large strains.", Computer method in Applied Mechanics and Engineering, Vol.109,1993,p.233 ~ 258
3. M.Bro-Nielsen and S.Cotin, "Real time volumetric deformable models for surgery simulation using finite elements and condensation.", In proceedings of Eurographics'96-Computer GraphicsForum, Vol.15,1996,p.57 ~ 66
4. Doug L.James and Dinesh K.Pai, "A unified treatment of elastostatic contact simulation for real time haptics.",Haptics-e,Vol.2,2001
5. Doug L.James and Dinesh K.Pai, "ArtDefo:Accurate real time deformable objects.",Computer Graphics, Vol.33,1999,p.65 ~ 72
6. Gerald Farin, *Curves and surfaces for computer-aided geometric design*,Academic Press,San Diego, 1997,p.127 ~ 133
7. Mohammed Ameen, *Boundary element analysis: Theory and Programming*,Alpha Science,India,2001, p.28 ~ 34
8. 이규열,조두연,강성찬,곡선/곡면 모델링 및 전산응용, 서울대학교 조선해양공학과 선박설계 자동화연구실, 2000,p.457 ~ 464