

구조물의 연결부에서 전달함수합성법을 이용한 동응력 해석

Dynamic Stress Analysis of Structural Connection using FRF-based Substructuring Method

공 태 식* · 김 찬 목** · 이 두 호*** · 서 세 영**

Gong Tae-sik, Kim Chan-mook, Lee Doo-ho and Seo Se-young

Key Words : FBS Method(부분구조합성법), Dynamic stress(동응력), FE Model(유한요소 모델).

ABSTRACT

Researches on the FRF-based substructuring method have been mainly focused on vibratory response analysis. Present study is concerned about the application of the method to the dynamic stress analysis of a air-conditioner compressor mounting bracket in a passenger car. This is performed by using reaction forces that can be obtained by the FRF-based substructuring method. The air-conditioner system, composed of a compressor and bracket, is analyzed by using the FRF-based substructuring method. The experimental and numerical FRFs are combined to calculate the system responses and reaction forces at the connection point. The dynamic reaction forces plugged into the bracket FE model to compute the stresses of the bracket. Dynamic strains by the present method are compared with those from strain-gage test for bracket system on shaker. The comparison shows possibility of practical usage of the method for the real problem

1. 서 론

초기 정적인 해석에만 머물렀던 유한요소해석(FEM)은 대자유도 운동방정식의 비연성화가 용이해지고, 컴퓨터 시스템이 급속하게 발전함에 따라 현재는 진동해석의 중요한 도구가 되었으며, 다양한 해석으로 그 범위를 넓혀가고 있다. 그러나, 복잡한 대상의 모델링은 많은 시간과 작업을 필요로 하며, 실제 대상에 대한 모델링의 정확도가 낮아진다. 또한 자동차와 같은 전체 시스템을 하나로 모델링을 하면 자유도의 과대, 해석시간의 증가 등의 여러 문제가 발생된다.

실험 모드 해석은 발달된 장비로 인해 해석 자체는 누구나 실행할 수 있게 되었지만, 다수의 고유 모드가 복잡하게 겹치거나 밀집 하게 되면, 실험대상의 문제가 무엇인지 조차 파악하기가 쉽지 않게 된다.

이러한 진동 해석방법의 문제점들을 극복하기위해 전체

구조를 부분구조로 나누어 처리한 후 그 결과를 연결해 전체구조의 동특성이나 동적거동을 예측하는 연구가 이루어지고 있으며, 이를 부분구조 합성법이라 한다⁽¹⁾. 부분구조합성법은 실험 모드 해석과 유한요소해석의 두 가지 방법이 혼합되어 적용되는 것이 가능하다.

부분구조합성에 관한 다양한 연구들 중 전달함수합성법은 선형시스템의 응답을 계산하는데 있어 보다 편리한 방법으로 알려져 있다. 이 방법의 기본 개념은 각각의 비연성된 부분구조들의 주파수응답함수를 임피던스(Impedance)나 리셉턴스(receptance) 형태로 구하여 전체 구조물의 응답을 계산하는 것이다. 주파수 응답함수에는 계산이 어려운 시스템의 고차 모드의 정보가 포함되어 있고, 실험 해석정보와 FEM 해석정보를 직접 혼합하여 사용할 수 있다는 장점이 있으며, 주파수 응답함수 자체의 오차 이외에는 계산상의 오차가 개입되지 않기 때문에 중고주파 대역에서의 응답특성도 비교적 정확하게 계산할 수 있다는 장점을 갖는다.

이러한 전달함수합성법을 실제 차량에 적용하여 차량의 소음 등을 해석한 사례⁽²⁾와 민감도 해석을 적용한 연구⁽³⁾가 있으며, 주파수 응답함수를 실험 데이터로 사용한 경우도 있다⁽⁴⁾. 또한 전달함수합성 시 실험에서 얻은 주파수 응답함수행렬의 역행렬 변환에서 발생하는 오차의 증폭과 응답스펙트럼의 왜곡을 감소시키는 연구가 진행 중이다⁽⁵⁾⁽⁶⁾.

* 국민대학교 자동차공학대학원
E-mail : gonggane@dreamwiz
Tel : (02) 919-0514, Fax : (02) 914-4728

** 국민대학교 자동차공학과

*** 동의대학교 기계·산업시스템공학부

본 논문은 차량용 에어컨 컴프레서 브라켓 구조물에 대해 유한요소 해석데이터와 진동 실험모드해석 데이터를 혼용하여, 전달함수 합성법에 적용함으로써 진동응답특성을 구하고 검증한다. 이 과정에서 구해지는 반력값을 이용해 부분구조인 브라켓의 동응력을 해석하고, 가진기 위에서의 동응력 실험결과와 비교한다.

2. 이론적 배경

2.1 2중 부분구조의 전달함수 합성법

Fig.1과 같이 A, B 두 개의 부분구조가 직렬로 연결되어 있는 구조물을 고려한다. 각각의 부분구조 A, B 는 스프링 강성 k_i 와 감쇠계수 C_i 를 가지고 연결되어 있으며, 각각의 연결체는 서로 비연성 되어 있다고 가정한다.

전달함수합성법에 의하면 외력 F가 부분구조 A의 S점에 작용하고 있고 부분구조 B의 r점에서 응답 x를 구하고자 할 때 각 부분구조의 전달 함수와 연결부의 정보만 알면 전체 구조물의 응답을 구할 수 있다.

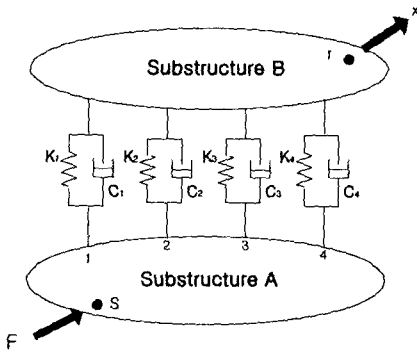


Fig. 1 Substructure system mode

먼저 부분구조 A에서 외력 F가 S점에 작용할 때 부분구조 A의 연결부의 변위 응답은 다음과 같다.

$$\{x_i^A\} = [H_{ij}^A]\{R_j\} + [H_{is}^A]\{F_s\}, \quad (1)$$

$$(i = 1, \dots, m), (j = 1, \dots, m)$$

여기서 H는 주파수응답함수를 나타내며, 본 논문에서 사용하는 주파수응답함수의 형태는 리셉턴스(receptance)이다. 위 식에서 위첨자는 부분구조의 이름을 의미하며, x_i 는 연결점 i에서의 변위를 의미하고 H_{ij} 는 가진점 j와 응답점 i 사이의 주파수응답함수를, R_j 는 연결점 j에서의 반력을 의미한다. m은 연결부위의 개수이다.

부분구조 B의 연결부분에서, 변위는 반력에 의한 것으로

$$\{x_i^B\} = -[H_{ir}^B]\{R_r\}, \quad (2)$$

$$(i = 1, \dots, m), (j = 1, \dots, m)$$

과 같고, 부분구조 B의 응답점 r에서의 변위는 다음과 같다.

$$\{x_r^B\} = -[H_{rr}^B]\{R_r\} \quad (3)$$

즉, 식 (3)에 의하면 부분구조 B에 포함된 연결부의 반력 R_r 을 구하면 r점에서의 응답을 구하는 것이 가능하다. 각 부분구조 A와 B는 탄성결합 되어 있으므로 아래와 같은 변위조건을 만족하여야 한다.

$$[K_{ij}^A]\{R_j\} = \{x_i^B\} - \{x_i^A\} \quad (4)$$

$$\text{여기서, } [K_{ij}^A] = \frac{1}{(k_i + j\omega c_i)}, \quad \text{if } i = j$$

$$= 0, \quad \text{if } i \neq j$$

식 (1),(2)를 식 (4)에 대입하면 다음과 같이 각 연결점에서의 반력을 구할 수 있다.

$$\{R_r\} = -[K_{ij}^{-1}][H_{rs}^A]\{F_s\} \quad (5)$$

여기서,

$$[K_{ij}^A] = [K_{ij}^A] + [H_{ij}^A] + [H_{ij}^B] \quad (6)$$

이제 식 (5)에서 계산된 연결점에서의 반력을 식 (3)에 대입하면 부분구조 A의 S점을 가진한 경우 부분구조 B의 r점에서의 응답을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\{x_r^B\} = [H_{rr}^B][K_{ij}^{-1}][H_{rs}^A]\{F_s\} \quad (7)$$

식 (7)에서 계산된 전체 구조물의 강제 진동응답은 복소수 값으로 가진력에 대한 응답의 크기(magnitude)와 위상(phase)정보를 포함한다.

2.2 전달함수 합성에 의한 동응력 해석

전달함수합성법에 의해 응답을 계산하는 과정인 식 (5)에 의해 입력 하중에 대한 연결 부분의 반력을 구할 수 있다. 하나의 연결 부분에서의 반력은 모델에서 선정된 연결점의 자유도 수만큼 나온다. 여기서 반력은 응답과 마찬가지로 복소수 값으로서 크기 정보와 위상 정보를 함께 가지고 있으며, 이는 전체 구조물에 입력되는 동하중(dynamic force)에 대한 부분 구조물의 동적 반력을 의미한다. 즉,

식 (5)에서 계산되는 반력은 전체 구조물에 입력되는 동하중이 구조물들을 통해 크기와 위상이 변하여, 부분 구조물 B에 입력되는 동하중으로 볼 수 있다. 그러므로 위의 반력을 부분 구조물의 연결점에 동하중으로 입력하여 해석을 한다면 부분 구조물 B만을 해석함으로써 전체 구조물에 연결되어 있는 상태에서의 부분구조 B의 정상상태 동응력 분포를 해석할 수 있다.

이러한 방법으로 구조물의 동응력 해석에 전달함수합성법을 적용하면 절점의 개수에 의존하여 지수적으로 계산 시간이 증가하는 유한요소 해석을 보완하여 결과를 효율적으로 얻을 수 있을 것으로 기대되며, 비관심 구조물을 집중질량 등으로 모델링 함으로써 나타나는 동응답의 오차를 줄일 수 있다. 이러한 해석 방법은 전달함수합성법의 장점이 그대로 적용되고 있으며, 주파수 응답함수만을 가지고 구조물의 동응력 해석을 함으로써 짧은 시간동안 다양한 설계 변경을 가능하게 한다.

동응력 해석의 결과에서 구한 구조물의 공진점에서의 응력값은 내구해석을 통한 피로수명계산에 사용할 수 있다.

Fig. 2에는 본 논문에서 전달함수합성법을 이용하여 구조물의 진동 응답과 동응력을 구하는 과정을 순서도로 나타내었다

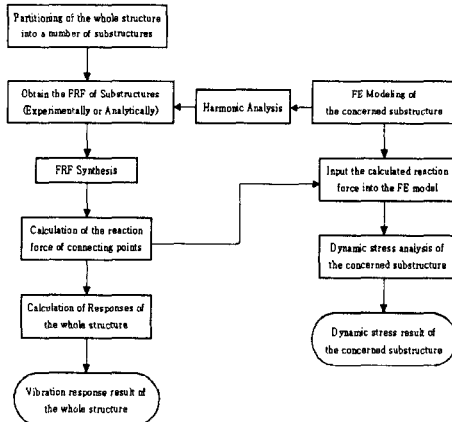


Fig. 2 Dynamic stress analysis process using FRF-based substructuring method

3. 컴프레서 브라켓의 동응력 해석과 실험

3.1 브라켓 구조물의 부분구조 분할

본 논문의 대상은 차량에 장착되는 에어컨 컴프레서 브라켓 구조물(이하 컴프레서 시스템)이다. 컴프레서 시스템의 전달함수합성법 수식화를 위하여 브라켓과 컴프레서의 2개의 부분구조로 분할하였고, 부분 구조물들은 4개의 볼트

로 체결되어있으며, 연결 요소의 감쇠는 무시할 만큼 작다고 가정하였다.

이와 같은 부분구조 분할은 브라켓의 설계 변경 시, 변경된 브라켓의 자유 상태 경계조건에서의 주파수응답함수를 구할 수 있으면, 설계 변경된 후의 전체 구조물의 응답을 구할 수 있는 장점을 갖는다. 또한, 본 논문에서 수행한 브라켓 내구시험에서의 가진력을 해석에서의 하중조건으로 적용함으로써 진동 응답을 예측할 수 있다

3.2 주파수응답함수의 획득

각 부분구조물의 주파수응답함수를 구하기 위하여 컴프레서는 모달시험(modal test)을 하였다. 브라켓에 대하여는 유한요소법을 사용하였고, 이에 대한 검증은 위해 모달시험을 병행하였다.

컴프레서의 응답은 3축 가속도계를 사용하여 3방향의 병진 가속도를 측정하였고, 한 가진점 마다 3방향의 충격 가진을 하였다. 가진점은 컴프레서와 브라켓의 연결부위인 4개의 점을 선택하였다.

Fig. 3에 나타낸 것과 같이 브라켓에 대한 유한요소 모델은 3차원 솔리드 요소(solid element) 중 하나인 사면체 요소(Tet 10)를 사용하였다. 유한요소 모델링과 해석은 상용 소프트웨어인 MSC/PATRAN과 MSC/NASTRAN을 사용하였다.

브라켓의 유한요소 모델의 검증을 위하여 1차적으로 고유치 해석을 수행하여 브라켓의 고유 진동수와 고유 진동형을 실험값과 비교하였고, 2차적으로 조화 해석(Harmonic Analysis)을 수행하고 주파수응답함수를 실험값과 비교함으로써 유한요소모델의 타당성을 검증하였다.

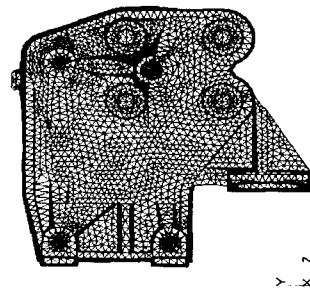


Fig. 3 Bracket FE-Model

Fig. 4와 Table 1은 실험과 유한요소해석에 의해 구한 주파수응답함수와 고유모드를 비교한 것으로 고유진동수의 오차는 4% 이내로 실험값과 유한요소해석의 결과가 거의 일치함을 알 수 있고, 각 고유진동수에서의 고유모드도 일치하였다.

전체구조물에 대한 주파수응답함수를 얻기 위해 컴프레

서와 브라켓을 결합한 후 컴프레서의 무게 중심점이 외벽으로 투영된 점을 응답점으로 선택하였고, 브라켓과 지그와의 볼트 연결부위의 한 점을 가진점으로 결정하여 모달시험(modal test)을 하였다.

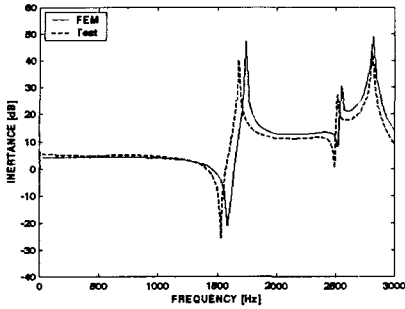


Fig. 4 Comparison of FRFs of the bracket between modal test and FE analysis.

Table 1 Comparison of natural frequencies

Test	Analysis
1st Torsion+Bending : test(1,680Hz)&FEM(1,740Hz) / Error(3.75%)	
2nd Torsion : test(2,500Hz)&FEM(2,550Hz) / Error(2.0%)	
3th Bending : test(2,800Hz)&FEM(2,810Hz) / Error(0.36%)	

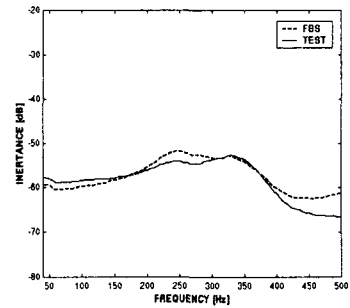
3.3 전체 시스템에 대한 진동특성 비교

전달함수합성법을 사용하여 계산되는 직접적인 결과는 주어진 힘에 대한 정상상태(steady-state)의 강제진동응답이지만, 가진하는 힘을 단위 힘이라 가정하여 식 (7)의 가진력 항에 힘의 스케일(scale)을 1로 하여 계산하면 전체

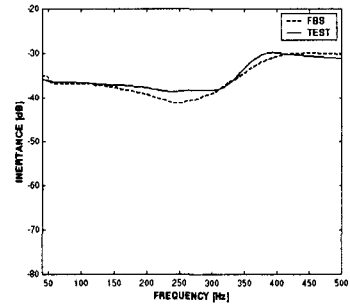
구조물의 주파수응답함수를 얻을 수 있다.

브라켓과 지그의 연결점을 가진하고 전달함수합성법으로 계산한 전체 구조물의 주파수 응답함수와 전체 구조물에 대해서 모달시험으로 구한 전체 구조물의 주파수 응답함수를 Fig. 5에서 비교하였다. x와 y방향은 주파수응답함수의 약간의 레벨 차이는 있으나 전달함수합성법을 이용하여 계산한 주파수응답함수는 200Hz이상의 중, 고주파 대역까지도 실제 실험에 의한 결과와 잘 일치함을 볼 수 있다.

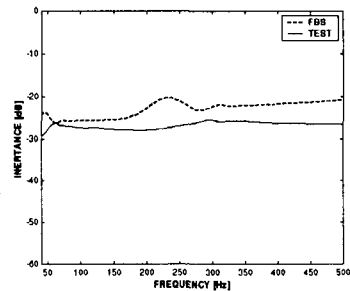
z 방향의 주파수 응답함수는 두 응답함수 간의 차이가 나타나는데 이는 에어컨 컴프레서의 진동응답의 측정 시 에어컨 컴프레서의 비선형성과 측정상의 오차에 기인하는 것으로 판단된다.



(a) x-direction



(b) y-direction



(c) z-direction

Fig. 5 Comparison of FRFs between measured by impact test with that of FBS method

3.4 변형률 측정 실험

이 실험은 전달함수합성법과 유한요소해석을 통해 구한 동응력 값을 비교하기 위한 것으로, 전체시스템이 구성되어 있는 상태에서의 브라켓에 발생하는 변형률을 구하기 위해 스트레인 게이지를 사용하였다.

반경 1m, 높이 1.2m의 가진기 위에 컴프레서, 브라켓 그리고 지그로 이루어진 시스템을 Fig.6과 같이 구성하였다. 주파수범위는 40~500Hz까지 5분 동안 log scale로 증가시키며, 30g의 레벨로 가진하였다. 스트레인 게이지는 Fig. 7에서 보는 것과 같이 브라켓의 전,후, 그리고 측면에 모두 16개를 장착하여 측정하였다.

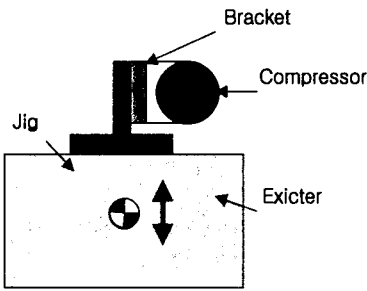


Fig. 6 Shake Test Setup

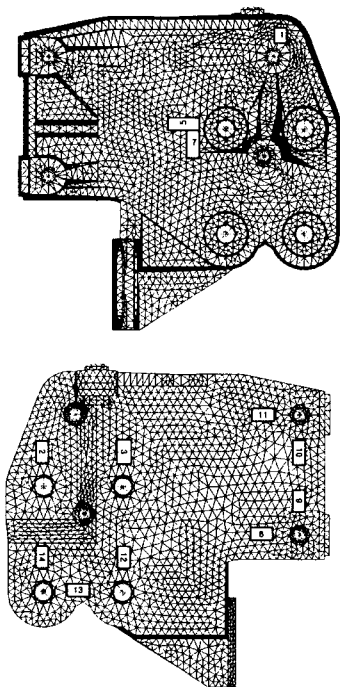


Fig. 7 Location of Strain-gage

3.5 브라켓의 동응력 해석 및 비교

동하중의 크기는 스트레인게이지 실험과 동일한 조건을 주기위해 30g에 해당하는 값을 부여하였다. 브라켓의 유한요소모델에 대해 전달함수합성법에 의해 계산된 주파수에 따른 반력을 볼트 체결부분에 x, y, z 세 방향으로 동하중으로 가하고, 동시에 컴프레서와 브라켓 질량의 합에 30g를 곱한 상하방향의 동하중을 지그의 무게중심점에 가하였다.

동응력을 비교하기위해 공진주파수에서의 변형율을 구하였다. 이는 단축 스트레인 게이지 시험에 의한 변형율의 측정은 브라켓이 단일 하중상태가 아니고 일반적인 3차원 하중 상태에 있기 때문에 엄밀한 의미의 스트레인 게이지 방향의 변형율을 알 수 없고, 해석에 의한 값과의 비교가 정확할 수 없기 때문이다. 따라서 해석결과로부터 브라켓의 내구수명에 큰 영향을 미치는 공진주파수를 파악하고, 이에 대한 동하중을 입력하여 조화해석을 재 수행 하였다.

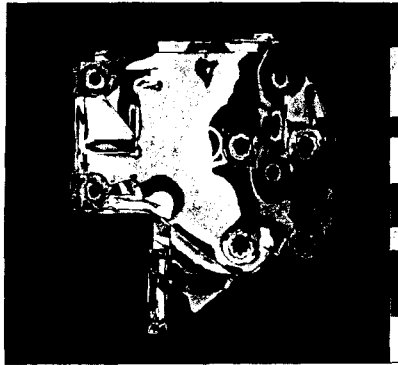
응력해석결과에서 스트레인 게이지의 크기는 일정한데 반하여 유한요소 모델의 결과는 요소의 vonmises 또는 한 점에서의 값이기 때문에 해석과 실험을 비교하는 것은 부적절하다. 따라서 Fig.8에서 보는 것과 같이 스트레인 게이지의 크기를 반지름으로 하는 구를 잡고 이 영역 내의 유한요소 해석 결과 값을 출력하여 이 값의 변화 범위가 측정값을 포함하고 있으면 유한요소 모델이 실측치를 잘 표현하고 있다고 판단할 수 있다.

Fig.8은 스트레인 게이지 부착위치에 따른 vonmises값을 등고선으로 나타낸 것으로, 공진주파수에서의 변형률 값이다. 점선으로 그려진 원은 스트레인 게이지 부착위치에서 변형률 해석의 응답위치를 내고 있다

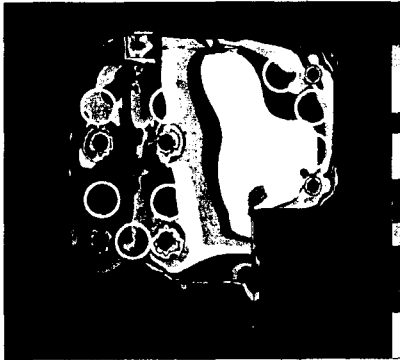
Fig.9에 해석과 시험에 의해 구한 변형률 값을 비교하였다. 시험에서 구한 공진점에서의 최대값을 TEST값으로 선정하고, 해석에서 가상의 원 내부에 포함되는 노드들의 값을 산출하여 비교하였다.

결합상태를 나타내는 브라켓 유한요소모델의 해석값은 가진시험에 의한 strain-gage의 변형률 값에 잘 일치함을 알 수 있고 이는 유한요소 모델링의 방법이 타당함을 보여 주고 있다.

이는 부분구조합성법을 이용해 구한 반력값이 실제 실험에서 브라켓에 작용하는 반력값과 매우 유사함을 말해주며, 향후 브라켓의 모델변경이 요구될 때, 제작과 시험을 반복하는 대신 유한요소해석을 통해 최적의 모델을 구성한 후 실물을 제작함으로써 경제성과 효율성을 가져다 줄 것으로 판단된다.

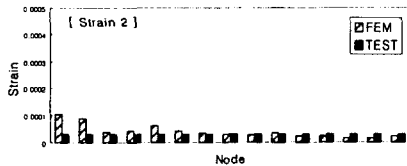


(a) von mises of Front

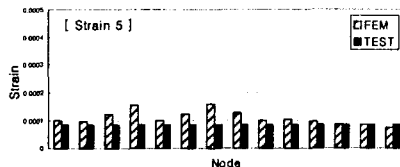


(b) von mises of Rear

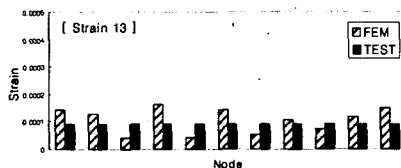
Fig. 8 Strain contour for Bracket



(a) gauge2



(b) gauge6



(c) gauge 13

Fig. 9 Comparison of strain for bracket of compressor system

4. 결론

차량용 에어컨 컴프레서의 실험에 의한 전달함수와 브라켓의 유한요소해석에 의한 전달함수를 사용하여 전달함수합성법을 적용, 진동 응답 특성 및 동응력 해석을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 전달함수 합성법에 의한 전체 구조물의 진동응답 특성과 모달실험에 의한 진동응답 특성이 잘 일치함을 알 수 있었다.

(2) 이러한 결과를 통해 부분구조 중 구조변경의 대상이 되는 브라켓 유한요소모델을 변경한 후 브라켓에 대한 전달함수만을 구함으로써 전체구조물의 진동 응답특성을 효과적으로 예측할 수 있다.

(3) 전달함수합성법을 이용하여 주파수에 따른 반력을 구함으로써 부분 구조물의 동응력을 효율적으로 계산하는 방법을 제시하였다.

(4) 전달함수합성법은 입력데이터가 되는 전달함수의 정밀도에만 의지함으로 실험상의 정밀도가 매우 중요함을 알 수 있었다.

후 기

본 논문의 실험대상에서 제외 하였던 지그 부분을 추가로 고려하는 연구를 통해 지그의 유무와 실제 실험과의 관계를 살펴보는 진행이 필요할 것이며, 이 과정을 통해 얻은 공진주파수의 최대 응력값을 이용해 피로내구해석을 진행할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- (1) 長松昭男, 大態政明, 部分構造合成法, 培風館, 1991.
- (2) 황우석, 이두호, 2000, "전달함수를 이용한 차실 소음의 부분구조해석", 한국소음진동공학회지, 제 10권 제 3호, pp.480~485.
- (3) 이두호, 황우석, 김찬목, 2000, "전달함수합성법을 이용한 엔진 마운트계의 민감도 해석", 대한기계공학회 논문집, 제 25권 제 1호, pp.153~160.
- (4) T.C.Lim and J.Li, 2000, "A theoretical and computational study of the FRF-based substructuring technique applying enhanced least square and TSVD approaches", *Journal of Sound and Vibration*, 234(4), pp.1135~1157
- (5) T.C.Lim and J.Li, 2000, "A theoretical and computational study of the FRF-based

- substructuring technique applying enhanced least square and TSVD approaches", *Journal of Sound and Vibration*, 234(4), pp.1135~1157
- (6) J.Li and T.C.Lim, "Application of Enhanced Least Square to Component Syntheses Using FRF for Analyzing Dynamic Interaction of Coupled Body__Subframe System", *SAE Paper*, No.1999-01-1826.
- (7) 정의봉, 안세진, 1995, "전달함수합성법에 의한 차체-엔진계의 실험적 진동해석", *한국소음진동공학회 추계 학술대회논문집*, pp. 289~295
- (8) 정재훈, 지태한, 1998, "다중전달함수합성법을 이용한 구조물의 동특성 해석", *한국소음진동공학회지*, 제 8권 제 1호, pp. 139~145
- (9) N.M.M.Maia, J.M.M.Silva,1998, "Theoretical and Experimental Modal Analysis", *Research Study Press LTD*
- (10) D.J.Ewins, 1986, "Modal Testing : Theory and Practice" , *Research Study Press LTD*