

## 성덕대왕신종의 진동 및 음향 특성

### Vibration and Sound Characteristics of King Song-Dok Bell

김 석 현<sup>†</sup> · 김 정 현\* · 정 지 덕\*\* · 이 장 무\*\*\*

Seock Hyun Kim, Jung Heon Kim, Ji Duck Jung and Jang Moo Lee

Key Words : King Song-Dok Bell(성덕대왕신종), Mode Pair(모드쌍), Beat(맥놀이)

#### ABSTRACT

Vibration and sound characteristics of King Song-Dok Bell are measured and the modal property is investigated. The effect of striking position and modal property on the beat characteristics is examined. It is first found that the beat characteristics are quite different according to the position on the bell surface and clear beat is periodically generated on the circumference. It turns out that in King Song-Dok Bell, striking Dangiwa(the present striking position) makes a beat in the first vibration mode, as well as it produces very clear beat in the second vibration mode.

#### 1. 서 론

한국의 범종은 그 웅장한 크기와 표면의 문양 및 용두의 수려한 외관을 자랑할 뿐만 아니라 아름다운 소리로 듣는 이들에게 감동을 주는 한국의 오랜 문화적 자산이다. 그 아름다운 음향의 비밀과 음향을 결정하는 진동의 실체에 대하여 많은 과학적인 접근이 시도되었다. 우리의 범종에서는 1차 진동음을 중심으로 저주파수 성분들이 타격시의 장중함을 결정하고, 이들과 고차 성분들이 얼마나 조화스럽게 어울리는가에 따라 타격 직후 종소리의 아름다움이 결정된다.

이후 고차 성분은 사라지고, 1차 진동음의 힘찬 맥놀이가 숨을 쉬는 듯하면서 여운이 길게 이어지는 것이 외국의 종에서 듣기 어려운 한국 종 소리의 독특한 특성이다. 따라서, 맑고 조화스러운 타격음, 선명하고 힘찬 맥놀이와 긴 여운이 한국의 범종에서 요구되는 중요한 음향특성으로 볼 수 있을 것이다. 이러한 특성은 종 몸체의 사양과 재질 특성에 따라 결정되며, 당목, 명동이나 음관등의 보조적인 요소들도 어느정도 영향을 줄 수 있는 것으로 보고되고 있다. 특히, 성덕대왕신종(일명 에밀레종)은 기본음의 웅장함과 주파수 성분들의 조화스러운 어울림, 그리고 힘찬 맥놀이 및 오랜 여운으로 신종으로 불리우는 한국을 대표하는 범종이다. 그러나, 국보급 문화재의 보존을 위하여 타종이 제한되면서, 진동 음향에 대한 연구는 한정된 범위내에서 간헐적으로 진행되었다. 학문적인 연구로서는 1982년 염영하에 의하

<sup>†</sup> 책임저자, 정회원, 강원대학교 기계메카트로닉스 공학부 교수 E-mail:seock@kangwon.ac.kr Tel: (033) 250-6372, Fax: (033)257-4190

\* 강원대학교 기계메카트로닉스 석사과정

\*\* 서울대학교 기계설계학과 석사과정

\*\*\* 서울대학교 기계항공공학부 교수

여 진동 및 음향이 측정되어 시간대별 진동 특성과 맥놀이 및 음관의 효과에 대한 연구가 보고된 바 있다<sup>(1)</sup>. 또한, 이병호는 종 소리의 우수성을 화성학적인 방법을 사용하여 주파수 성분들 사이의 조화스러운 정도를 수치화시켜 평가하였다<sup>(2)</sup>. 이후 1996년 경주박물관 종합학술조사의 일환으로 진동 및 음향 데이터의 측정작업이 이루어졌다<sup>(3)</sup>. 이를 근거로, 김양한등은 진동 및 음 방사 특성<sup>(4,5)</sup>에 대한 연구를 수행하였다. 최근에는 2001년 10월 9일 타종식을 겸하여 진동 및 음향 특성에 대한 재 조사가 이루어졌다<sup>(6)</sup>. 이제까지의 연구 결과를 종합해 볼 때, 종 소리를 결정하는 가장 중요한 요인은 종체의 진동특성과 타격조건이다. 범종의 진동과 음향에 대한 연구에서, 음질 평가는 주관적 요인이 작용하므로 객관화시키는데 문제가 있고, 여운은 길수록 좋으나, 재질과 종체의 재원이 종합적으로 작용하는 어려운 문제이다. 중요한 특성인 맥놀이는 주조과정에서의 불가피한 불균일성과 표면의 조각,문양 및 덩쇠와 같은 인위적인 요인에 의한 미소 비대칭성이 원인임이 이론 및 실험적으로 밝혀진 상태이다<sup>(7-9)</sup>. 선명한 맥놀이를 듣기 위한 타격 위치의 적합성에 대한 평가가 있었고<sup>(9)</sup>, 근래에 주목되는 범종을 대상으로 맥놀이를 적절하게 교정하는 실험적 기법<sup>(10,11)</sup>도 이미 적용되고 있다. 본 연구에서는 가장 최근에(2001년 10월 9일) 측정된 신종의 진동 및 음향 데이터를 분석하여 그 결과를 이전에 보고되었던 신종의 진동 및 음향 연구결과와 비교 분석한다. 특히, 이제까지 연구된 바 없었던 맥놀이의 원주상 분포 특성에 대하여 새로이 확인된 현상을 검토하여 차후의 중요한 연구방향을 제시하고자 한다.

## 2. 진동 및 음향의 측정 방법

타종식에서 18회의 타종이 진행되는 동안 Fig.1 에서와 같이 하대 상단, 원주상 5개 지점에서 가속도를 측정하였다. 음향 신호는 후면 당좌 2m 거리의 한 지점에서와, 원주상을 24등분하여 15° 각도로 마이크로폰을 이동시키면서 타종시마다 측정하였다. 측정 지점은 기존의 해석 및 실험에서 구하였던 모드 결선의 배치와 타격지점(당좌)의 위치를 고려하고, 맥놀이 원리를 적용하여 선명한 맥놀이를 측정할

수 있는 지점을 선정하였다. 측정을 통하여 타종 이후 진동 및 음향 스펙트럼의 시간에 대한 변화와, 맥놀이 특성에 대한 데이터를 얻었다. 특히, 원주상의 위치에 따라 진동 및 음향 맥놀이가 전혀 다르게 나타나는 현상을 확인하고 그 규명을 위한 자료를 확보하였다. 진동신호는 1/100 Hz의 주파수 분해능을 얻기 위하여 100초 길이의 신호를 취득하였다. 타종식이 끝난 후, 별도의 실험을 통하여 가장 중요한 1,2차 진동모드를 구하였다. 스피커를 사용하여 모드별로 공진시킨 상태에서, 기준 가속도를 한 곳에 고정시키고, 가속도계를 이동시키면서 절선 및 배 위치를 정밀 측정하였다.

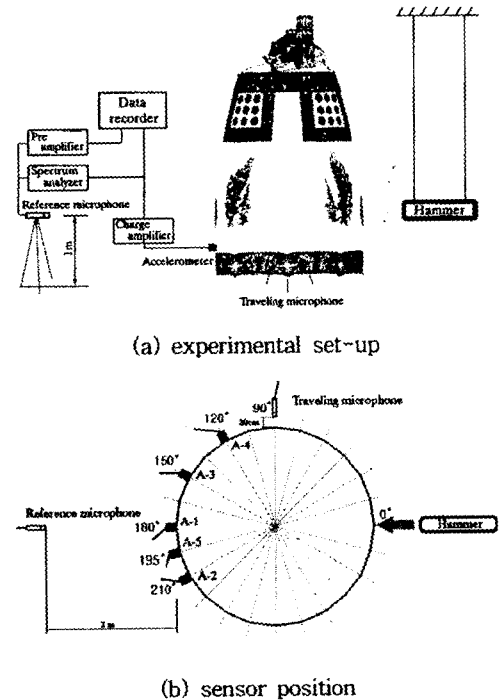
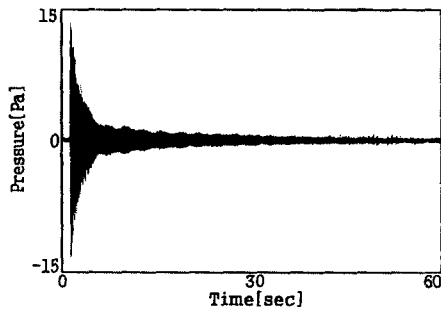


Fig. 1 Vibration and sound measurement system.

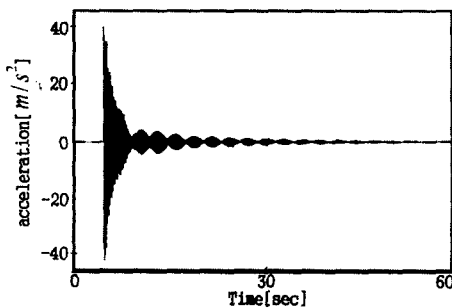
## 3. 진동 및 음향 신호의 주파수 분석결과

Fig.2는 타종 이후의 음향과 진동 파형이다. 1차 진동 주파수성분의 맥놀이가 오래 지속되고 있으며, 그 선명도는 위치에 따라 다르다. Fig.3은 타종직후의 주파수성분들을 보인다.

주파수 성분들의 비와 그 크기 분포가 종소리의 음질을 결정하게 된다<sup>(2)</sup>. Table 1은 진동 모드와 주파수성분을 1996년도에 수행된 실험 및 유한요소해석치와 비교한 결과이다. 모드(m,n)은 축상에서 m 개의 원형 절선을 갖고, 원주상에서는  $\pi/n$ 의 간격으로 2n 개의 절점을 갖는 모드이다. 3차원적인 모드의 형상은 기존의 해석 및 실험자료에서 상세히 기술된다.<sup>(4,12)</sup> 1차 진동모드쌍은 64.07Hz 와 64.42Hz의 주파수쌍을 갖고, 2차 진동모드쌍은 168.52Hz와 168.63 Hz의 주파수쌍을 가진다. 이후 이러한 주파수쌍의 모드를 L,H 모드쌍으로 부른다. 주파수값은 주파수분해능을 고려한 측정 오차를 감안할 때, 이전의 값과 거의 일치하는 것으로 볼 수 있다. 228Hz의 (1,3)모드쌍이 새로이 측정되었는데, 당좌 바로 위에 원형의 절선을 가지므로 크게 가진되지는 않는다. Fig.4는 기준 마이크로폰의 음향신호와, 120° 위치에서의 가속도 신호의 주파수성분들의 감쇠를 보인다. 1, 2차를 제외한 고차 성분들은 타종 후 10초 이내에 모두 사라진다. 2차 진동음(168Hz)은 2회의 매우 선명한 맥놀이를 보이는데, 약 20초 동안 지속되어 1차 진동음과 함께 종소리를 지배한다.



(a) beat in sound(reference microphone)



(b) beat in vibration(120° position)

Fig.2 Beat Phenomenone.

Table 1 Natural frequencies and modes.

순위	모드 (m, n)	고유 진동수 (Hz)		
		본 측정치	측정치(4)	해석치(12)
1	(0, 2)	64.07	64.06	64.10
2	(0, 2)	64.42	64.38	64.30
3	(0, 3)	168.52	168.31	171.27
4	(0, 3)	168.63	168.44	171.93
5	(1, 2)	189.34	189.13	206.22
6	(1, 2)	190.55	190.38	209.05
7	(1, 3)	227.99	x	241.75
8	(1, 3)	228.34	x	242.27
9	(0, 4)	281.93	281.63	295.23
10	(0, 4)	282.61	282.31	297.87
15		347.27	345.50	
16		348.79	346.94	
17	(1, 4)	349.40	348.44	358.20
18	(1, 4)	350.12	349.44	366.53

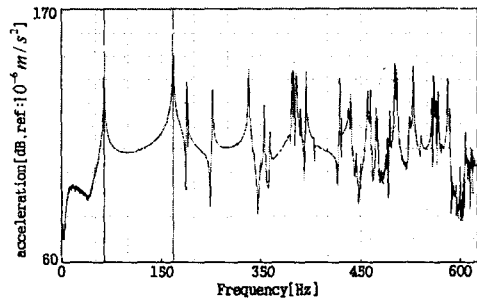
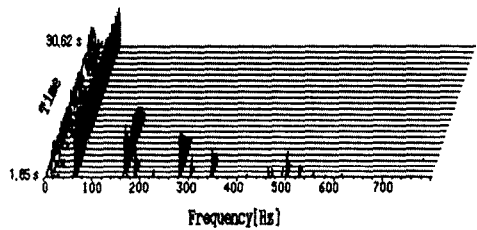
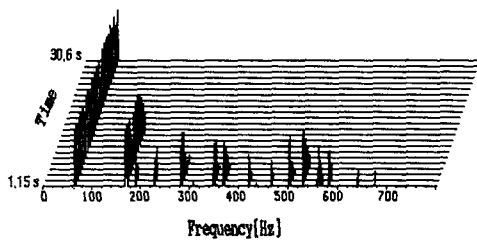


Fig.3 Frequency spectrum at impact.



(a) sound spectrum(reference microphone)



(b) vibration spectrum(120° position)

Fig.4 3-Dimensional spectrum.

#### 4. 진동모드의 측정 및 분석 결과

여기서는 여러 모드 중에서도 가장 중요한 의미를 갖는 1차 및 2차 진동 모드쌍의 측정 결과를 검토한다. Fig.1에서 스피커를 1,2차 진동 모드의 L,H 모드쌍의 배에 위치시킨 다음, 각각의 주파수로 정확히 가진하였다. 모드별로 공진된 상태에서, 기준 가속도계(150°위치) 신호와 이동 가속도계 신호로부터 모드별 진동의 크기와 위상을 결정하였다. 절점(node)과 배(anti-node) 부근에서는 연속적으로 측정하여 그 위치를 정밀하게 결정하였다. 15° 간격으로 측정된 1,2 차 진동 모드쌍을 Fig.5에 보인다. 타격되는 전면 당좌의 중심을 0°로 하여 종을 위에서 내려다 볼 때, 반시계 방향으로 원주상 위상각을 표시하였다. n=2의 L 모드의 절선은 Fig.5 (a)에서 현 당좌중심(0° 위치)으로부터 시계방향으로 8.2° 위치를 지난다. 배와 절선은 원주상에서 45° 간격으로 반복되며, H모드는 L 모드와 약 45°의 위상 차를 갖고 배와 절선의 위치가 반대로 된다. 실험에서는 1차 진동음과 함께 2차 진동음이 크게 기여하는 것이 중요한 특징이다. 2차 진동음은 다른 고차 성분들이 모두 사라진 이후에도 타격후 약 20초동안 1차 진동음과 함께 종 소리를 지배한다. 그 원주상의 모드쌍을 Fig.5 (b)에 보인다. 당좌를 중심으로, L모드 절선은 반시계 방향으로 15.8°에 위치하고, H모드 절선은 시계 방향으로 15.3° 위치를 지나는 것으로 정밀 측정되었다. 그 결과 당좌는 n=3 모드쌍 절선의 거의 정중앙에 위치하고 있으며, 그 결과 n=3 진동모드의 L,H 모드쌍은 동일한 크기로 가진된다. 이러한 배치는 168Hz 2차 진동음의 맥놀이가 매우 선명하게 되는 원인이 된다.

#### 5. 맥놀이 특성

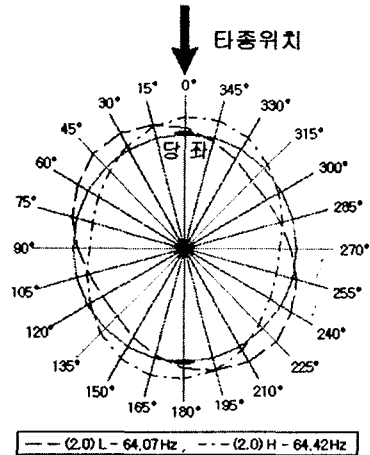
##### 5.1 맥놀이 원리

종 소리를 지배하는 진동모드는 반경 방향 성분의 모드이다. 완전 축대칭인 링이나 셸에서는 원주상의 위상에 무관하게 이 모드는 동일한 고유진동수를 갖는다<sup>(13)</sup>. 그러나 질량이나 강성이 조금이라도 비대칭적으로 분포하게 되면, 원주상 위상에 따라 그 영향을 가장 많이

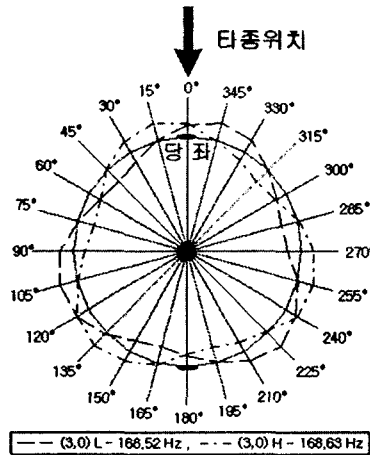
받는 모드와 가장 작게 받는 모드가 존재하게 되고, 두 모드의 진동수는 미세한 차이를 보인다. 이러한 L,H모드쌍이 동시에 가진되어 맥놀이가 발생된다. 범종을 미소 비대칭링으로 단순화시키거나, 원통형 셸로 모델링하면 L,H 모드쌍의 원주상 운동은 다음의 형태로 표시할 수 있다.<sup>(14-16)</sup>

$$U_{nL}(\theta, t) = \cos n(\theta - \phi) \sin 2\pi f_{nL} t \quad (1)$$

$$U_{nH}(\theta, t) = \cos n(\theta - \phi - \pi/2n) \sin 2\pi f_{nH} t \quad (2)$$



(a) first mode(n=2 mode)



(b) second mode(n=3 mode)

Fig.5 Mode pairs (top view).

L 모드는 위상각  $\phi$ 에서 배(anti-node)를 갖고, H 모드는 절점(node)을 갖는다. 부가적인

질량때문에 비대칭이 발생하는 경우,  $f_{nL}$ 은 질량효과를 가장 크게 받아 대칭링의 고유진동수보다 작은 값을 가지며,  $f_{nH}$ 는 질량효과를 거의 받지 않아 대칭링의 고유진동수와 거의 같은 값을 갖는다. 국부적으로 강성이 감소하여 비대칭성을 갖는 경우도 동일한 현상이 발생한다. 이러한 모드쌍이 동시에 가진다면 두 주파수 성분들의 간섭으로 맥놀이 발생한다. 이러한 거동의 수학적모델은 비대칭 원통셀의 맥놀이 해석에 대한 연구에서 제시된 바 있다.<sup>(9)</sup>

## 5.2 1차 진동음의 맥놀이

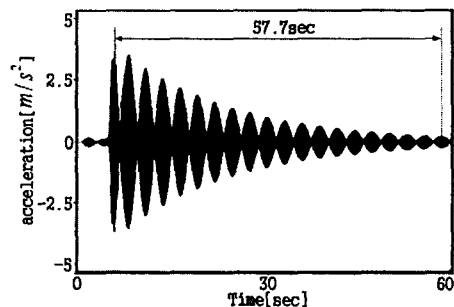
Fig.6은 대역통과 필터를 사용하여 1차 고유진동수를 제외한 모든 주파수 성분을 제거시킨 맥놀이이다. 120° 위치에서 진동은 매우 선명한 맥놀이를 보인다. 그러나, 150° 지점에서의 가속도와 180° 지점의 음향 신호에서는 선명하지 못한 맥놀이를 보인다. 이러한 측정결과는 맥놀이가 선명한 위치와 그렇지 못한 위치가 존재한다는 것을 의미한다. 비대칭링에 대한 최근의 연구에서는<sup>(17)</sup> 이러한 지점이 모드로 별로 다르게 분포하며, 원주상에서 규칙적으로 위치한다는 사실을 맥놀이 지도를 사용하여 밝히고 있다. 따라서, 맥놀이가 가장 선명한 지점에서 측정하여, 1차 고유진동수 성분만을 필터링하면 가장 선명한 상태의 맥놀이를 얻을 수 있으며, 이로부터 주기를 정확하게 구할 수 있다. Fig.6 (a)에서 20회의 맥놀이에 57.7초의 시간이 걸리므로, 맥놀이 주기는 2.9초가 된다. 이 값은 전술한 1차 진동 모드쌍의 주파수 차이 0.35Hz의 역수에 정확히 일치한다. 여운이 완전히 사라지는 순간까지도 낮은 음의 소리가 힘차게 숨을 쉬는 듯한 느낌을 주는 것은 이 1차 진동음의 맥놀이 효과이다. 특이한 점으로, Fig.5 (a)에서 성덕대왕 신종의 당좌는 1차 진동 모드쌍(64.07Hz, 64.42Hz)의 H모드를 훨씬 더 크게 가진다는 위치가 있다. 이러한 위치는 맥놀이 이론상 선명한 맥놀이 발생에 불리한 것으로 알려져 있다. 따라서, 1차 진동음만을 고려한다면, L,H 모드쌍의 정중앙인 15° 부근(당좌 우측 30cm 위치)이 보다 강한 맥놀이를 낼 수 있는 타격 위치가 될 것이다. 그러나 다음에 설명되듯이, 신종의 현재 당좌는 1차 진동음뿐만 아니라, 2차 진동음의 맥놀이를 매우 선명하게 발생시키는 위치에 존재하는 관계로, 그 소리의 우수성을 더욱 높이고 있다.

## 5.3 2차 진동음의 맥놀이

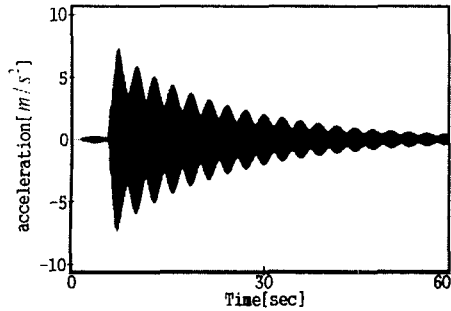
이번 실험에서 새로이 밝혀진 신종 소리의 중요한 특성은 2차 진동음의 맥놀이 효과이다. 2차 진동음은(168Hz) 1차 진동음(64Hz)보다 상대적으로 잘 들리는 높은 주파수 성분을 가진다. 그 결과, 타격 후 약 20초 동안 선명한 맥놀이를 신종 소리에 맑고 힘찬 느낌을 준다. Fig. 5(b)에서 타격점인 당좌는 2차 진동모드의 L,H 모드쌍 절점의 정중앙에 위치한다. 그 결과 모드쌍은 대등하게 가진되어 선명하고도 큰 진폭의 2차 맥놀이가 발생된다. Fig.7은 2차 진동수 성분만을 필터링한 결과로, 선명한 맥놀이를 보인다. 2차 진동 맥놀이 주기는 약 9초로, 2차 진동 L,H 모드쌍의 주파수(168.52Hz, 168.63Hz)의 차이인 0.11Hz의 역수에 일치한다. Fig.7에서 2차 진동음은 타격후 약 20초동안 지속되므로, 맥놀이는 2회 발생한다. 타격직후 강하게 발생되어 순간 조용해지는 듯 하다가 다시 한번 맑은 음을 낸 뒤 사라진다.

## 5.4 맥놀이의 원주상 분포

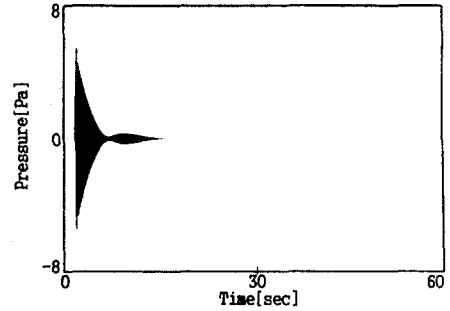
이번 조사에서 확인된 신종 맥놀이의 가장 중요한 특성은 맥놀이의 원주상 분포특성이다. 동일한 타격 조건하에서도 원주상의 위치에 따라 진동이나 음향의 맥놀이 특성이 전혀 다르다는 것이 확인되었다. 이전의 연구에서는 맥놀이의 선명함을 논할 때, 타격 위치의 중요성만을 주로 다루었다. 이제까지의 측정에서 측정 위치의 중요성을 고려하지 못함으로써, 보다 명료한 신종의 맥놀이를 기록하지 못하였던 점은 매우 아쉬운 일이다. 본 조사에서는 종표면 원주상을 15° 간격으로 이동하면서 가속도와 근접 음장에서 음향의 맥놀이를 측정하였다.



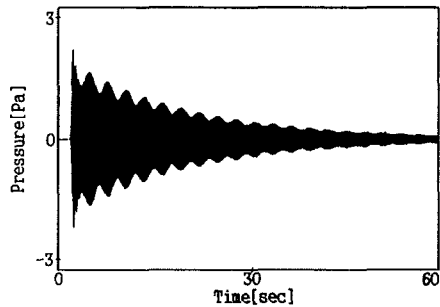
(a) acceleration at 120° position



(b) acceleration at 150° position

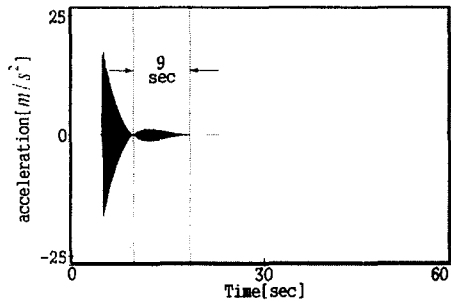


(c) sound at reference microphone(180°)

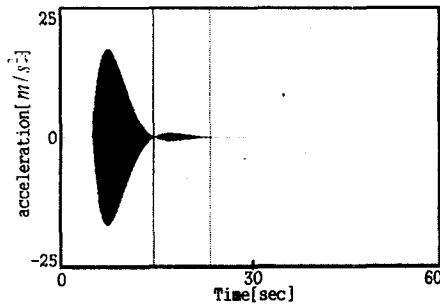


(c) sound at reference microphone(180°)

Fig.6. Beat of n=2 mode vibration and sound (62Hz-66Hz filtered).



(a) acceleration at 120° position



(b) acceleration at 150° position

Fig.7 Beat of n=3 mode vibration and sound (165Hz-175Hz filtered).

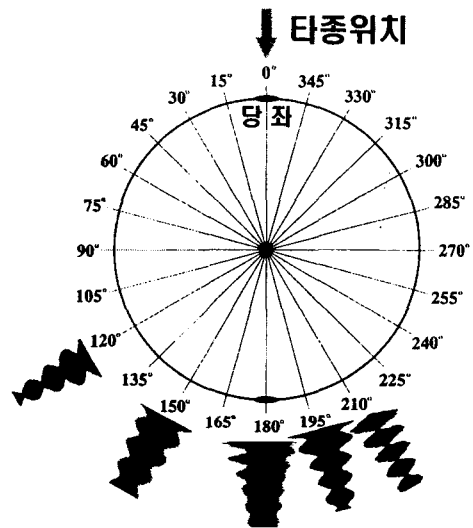


Fig.8 Beat in vibration on the circumference.

Fig. 8은 Fig.1에 표시된 5개 지점에서의 가속도 신호중 10초 이후의 시간파형을 원주상에 그린 결과로, 주로 1차 진동음의 맥놀이를 보인다. 위치에 따라 맥놀이의 선명도와 응답의 크기가 다름을 확인할 수 있다. 180° 위치에서는 응답은 크나 맥놀이는 잘 보이지 않는다. 120°와 210° 위치에서는 선명한 맥놀이를 볼 수 있다. 본 연구에 관련하여 수행된 비대칭 링모델 해석에서는 동일한 가진 조건하에서도 L,H 모드의 응답조건이 다른 것이 원주상에서 맥놀이의 선명도가 다른 원인으로 밝히고 있다.<sup>(17)</sup>

음향의 맥놀이 분포를 파악하기 위하여, 바닥으로부터 1m 높이, 종 표면 20cm 거리에서

원주상 15° 간격으로 마이크로폰을 이동하면서 14개 위치에서 음향을 측정하였다. 종표면에서 매우 가까운 거리이므로 이 결과로부터 표면의 진동 맥놀이 특성을 파악할 수도 있다. 타격 10초이후의 원주상 음향 맥놀이 분포를 Fig.9에 보인다. 이 그림으로부터 맥놀이 선명도와 크기가 원주상의 위치에 따라 어떻게 다른지를 파악할 수 있다. 또한, 이러한 맥놀이 분포도를 이용하면 선명한 맥놀이를 들을 수 있는 위치도 찾을 수 있다. Fig.9를 보면, 120°, 135°, 210°, 225°에서 뚜렷한 맥놀이를 보인다. 반대로 진후 당좌 및 이들과 90° 되는 위치에서는 맥놀이가 거의 없는 것을 볼 수 있다. 이러한 특성은 Fig.8의 진동 맥놀이와도 일치한다. 측정된 결과를 볼 때 이와 같이 선명한 맥놀이는 규칙적으로 분포하는 것으로 볼 수 있다. 종에서 가까울수록 이러한 맥놀이의 방향성은 종 음향에 큰 영향을 줄 것이며, 맥놀이를 듣기 어려운 위치와 보다 선명한 맥놀이를 들을 수 있는 위치가 존재할 것이다. 이러한 현상은 맥놀이의 측정 및 평가에 있어 신호를 측정하는 위치가 얼마나 중요한가를 입증하는 것이며, 음향의 방사문제에서도 이러한 맥놀이의 방향성은 흥미로운 연구과제가 될 것이다.

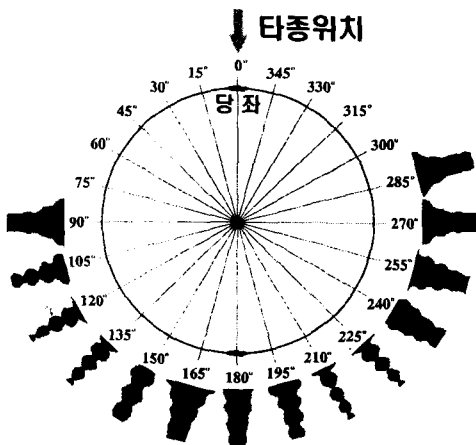


Fig.9 Beat in sound on the circumference.

## 6. 결 론

2001년 10월 9일 거행된 성덕대왕신종 타종식에서 측정된 진동 및 음향 신호를 분석하여 다음의 결론을 얻었다.

1) 가장 중요한 1차 진동음의 맥놀이는 2.9초의 주기를 갖는다. 그 주기는 비대칭성으로 발생하는 1차 진동 모드쌍의 주파수 64.07Hz와 64.42Hz의 차이의 역수에 일치한다. 또한, 2차 진동모드쌍의 주파수 168.52Hz와 168.63Hz도 그 차이의 역수인 9초의 2차 진동음 맥놀이 주기를 만들어낸다.

2) 동일한 타격 조건하에서도 원주상의 위치에 따라 진동 및 음향의 맥놀이 선명도가 크게 다르다. 1차 진동음의 맥놀이는 전,후면 당좌 위치 그리고 이들과 약 90° 되는 위치에서는 선명하지 않고, 그 사이에서는 선명하게 발생하고 있다.

3) 현재의 당좌는 성덕대왕 신종의 가장 중요한 주파수 성분인 1, 2차 진동음의 맥놀이를 모두 들을 수 있게 하는 위치에 있다.

(4) 특히, 당좌는 2차 진동 모드쌍 절선의 정중앙에 위치한다. 그 결과, 타종시 2차 진동 모드쌍은 동일한 크기로 가진되어 매우 선명한 2차 진동음의 맥놀이가 발생한다.

(5) 앞으로 맥놀이의 측정 및 평가에 있어서는 반드시 원주상에서의 측정 위치가 고려되어야 한다. 또한, 음향은 선명한 맥놀이를 들을 수 있는 위치에서 녹음하는 것이 바람직하다.

## 후 기

본연구의 자료취득을 위한 학술조사에 지원을 아끼지 않은 경주박물관 관장님 이하 관계자 여러분들께 감사드립니다. 또한 측정을 도와준 서울대 터보동력기계연구센터 최형길

박사와 김명준 석사과정, 그리고 논문의 그림 작업을 도와준 강원대 박석균 석사과정에게도 고마움을 표합니다.

## 참 고 문 헌

- (1) 염영하, 1984, 한국종의 연구”, 한국정신문화연구원 연구논총 84-14.
- (2) 이병호, 1982, “한국법종의 음향학적 해석”, 한국음향학회지, 1권 1호, pp6-18.
- (3) 진용욱, 1999, 성덕대왕신종 종합학술조사보고서 3장 음향조사, 국립경주박물관.
- (4) 김양한 박연규, 김영기, 1997, “성덕대왕 신종의 3차원 진동신호 측정 및 분석 결과,” 한국음향학회지, 제 16권, 제 6호, pp.41-47.
- (5) 김양한, 김시문, 1997, “원통형 음향 홀로그래피를 이용한 성덕대왕 신종의 방사음장 특성 분석”, 한국음향학회지 16권 4호, pp94- 100.
- (6) 김석현, 2002, “ 성덕대왕신종의 진동 및 음향특성 분석, 경주박물관 학술조사보고서, 국립경주박물관.
- (7) T. Charnley and R. Perrin, 1978, “Studies with an eccentric bell”, Journal of Sound and Vibration Vol.58(4), pp.517-525.
- (8) 이장무, 전성하, 김석현, 염영하, 1989, “한국종의 진동특성에 관한 연구(I)”, 대한기계학회지 13권 3호, pp.397-403.
- (9) S.H.Kim, W.Soedel and J.M.Lee, 1994, “Analysis of the beating response of bell type structures”, Journal of Sound and Vibration, Vol.173(4), pp.517-536.
- (10) 염영하외, 1987, “보신각새종의 설계 및 제작”, 서울대학교 공학연구소.
- (11) J.M.Lee, S.H.Kim, S.J.Lee, J.D.Jeong, H.G.Choi, “A Study on the vibration characteristics of a large size Korean bell”, Journal of Sound and Vibration, accepted and in press.
- (12) 이장무, 김석현, 1999, “성덕대왕신종의 설계와 진동 음향특성의 상관관계”, 성덕대왕신종 종합논고집, pp.320-339.
- (13) W.Soedel, 1993, “Vibration of Shells and Plates”, Marcel Dekker.
- (14) D.Allaei, W.Soedel and T.Y.Yang, 1986, “Natural frequencies and modes of rings that deviate from perfect axisymmetry”, Journal of Sound and Vibration, Vol.111(1), pp.9-27.
- (15) 홍진선, 김석현, 이장무, 1987, “집중질량을 갖는 원환의 자유진동 해석”, 대한기계학회지, 11권 1호, pp.170-176.
- (16) J.S.Hong and J.M.Lee, 1994, “Vibration of circular rings with local deviation”, ASME Transactions Journal of Applied Mechanics, Vol.61(2), pp.317-322.
- (17) 김석현, 박석균, 박기영, 서백수, 2002, “미소 비대칭링의 맥놀이 지도”, 한국소음진동공학회 춘계학술대회 논문집.