

# 이론적 해 및 경계요소법에 의한 2차원 흡음형 소음기의 전달 손실치 예측 비교

## A comparison of the transmission losses of two-dimensional dissipative silencers predicted by analytical method and BEM

김 회 전\*· 이 정 권\*· 정 지 훈\*  
Hoi-Jeon Kim, Jeong-Guon Ih, and Ji-Hoon Jeong

**Key Words:** Dissipative silencer (흡음형 소음기), Transmission loss (전달손실), 경계요소법 (Boundary element method).

### ABSTRACT

Accurate prediction of the transmission loss of dissipative silencers has been considered difficult due to the ambiguity and complexity in the physical properties of sound absorbing materials. Additional difficulty lies in the fact that the analytical calculation of the propagation constant is unknown yet. In this paper, as a first step toward obtaining the propagation constant and thus predicting the transmission loss, an approximation equation stemming from the wave analysis in the lined interior has been derived. Such an analytical solution and numerical solution using the boundary element method are compared for a two-dimensional simple dissipative silencer under the assumption of the locally reacting sound absorbent.

### 1. 서 론

건물의 공조(HVAC) 시스템, 자동차의 배기 시스템에서 나오는 소음을 저감하기 위해서 흡음형 소음기가 많이 사용되고 있다. 이에 따라 흡음형 소음기를 해석하기 위한 많은 방법들이 개발되고 있다. 단순한 모양의 소음기의 경우, 일반적으로 모드해에 의한 이론해가 존재한다. 그러나 소음기의 모양이 조금만 복잡해져도 이론해를 구하는 것이 불가능하기 때문에, 유한요소법 (FEM)이나 경계요소법 (BEM) 등과 같은 수치해석방법에 의존하게 된다 [1]. 더군다나 컴퓨터의 발달로, 임의의 모형을 가지고 있는 흡/배기 시스템의 해석이 가능해지고 있다. 그러나, 소음기의 형상이 복잡하지 않은 경우에는 유한요소법이나 경계요소법 등 수치해석방법을 이용하지 않고, 이론해를 이용하는 방법으로 훨씬 간단하게 해를 구할 수 있다 [2-4]. 예를 들어 일반적인 자동차 시스템에서는 원통형 소음기가 많이 쓰이고 있고, 건물의 공조 시스템에서는 단면이 사각형인 덕트가 많이 쓰이고 있는데, 이런 경우에는 수치해석방법보다는 이론해를 사용하는 편이 유리하다.

지금까지 간단한 모양을 가지는 소음기의 이론해를 구하는 방법 및 이의 전달손실을 구하기 위한 많은 연구가 진행되어 왔다. 전달 손실이라는

소음기의 성능을 나타내는 지수는 소음기의 입구로 들어오는 음향 파워와 출구로 나가는 음향 파워의 비에  $10\log$  를 취해 얻어지는 값으로서 여러 소음기의 음향성능을 비교하는데 유용하다.

Cummings [2]는 유한한 길이를 가지는 흡음형 소음기의 전달 손실을 모드 매칭 방법(Mode-matching method)에 의해서 구하였다. 이 때, 덕트를 진행하는 여러 모드의 전파 상수는 수치적인 방법으로 구하였다. Peat [3]는 유한한 길이의 원형 흡음형 소음기를 4 단자 정수(4-pole parameter)로 나타내고, 이를 통하여 소음기의 전달 손실을 구하였다. 전파상수 및 임피던스 경계식을 세우는 데에 있어서는 Bessel 과 Neumann 함수의 저주파 근사식을 사용하였다. 이로 인하여 이 방법은 덕트 내 평면파 영역까지 만으로 한정된다. Kirby [4] 역시 저주파 근사식을 사용하여 덕트 내 전파 상수 및 임피던스 경계식을 세웠다. Peat 와의 차이점은 좀 더 많은 항을 근사식에 사용하여서 보다 높은 정확도를 얻은 것이다. 전달 손실을 구하기 위해서는 Cummings 의 모드 매칭 방법을 사용하였고, 평면파 영역까지만 계산하였다.

본 연구에서는 2 차원 사각 덕트에 대해서 저주파 근사식을 사용하여 덕트 내 전파 상수를 구하고, 평면파까지 고려하는 모드 매칭 방법을 사용하여 흡음형 소음기의 전달 손실을 구하였다. 또한 같은 모델에 대해서 경계요소법을 적용하여 이론해 및 경계요소법에 의한 결과를 비교해보고자 한다.

\* 한국과학기술원 기계공학과 소음 및 진동제어 연구센터

## 2. 표면 임피던스와 전파상수

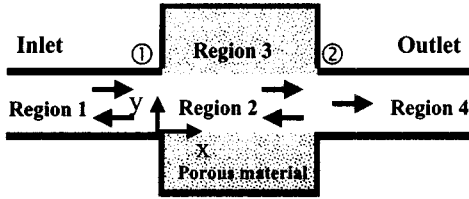


Fig. 1 Geometry of the dissipative silencer of concern.

Fig. 1 과 같은 기하학적 모형을 가진 흡음형 소음기에 대해서 해석을 수행하였다. 영역 1, 2, 4 에서는 유동이 없는 경우, 아래와 같은 파동방정식이 성립한다 [5]:

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \right] p = 0 \quad (1)$$

여기서,  $c$  는 음파속도,  $p$  는 음압을 나타낸다. 영역 2 에 들어간 흡음재는 Locally-reacting 으로 가정하였고, 이의 성질은 Delaney 와 Bazley 의 실험식을 사용하였다. 이때 흡음재의 유동 저항은 일반적인 공조시스템에 많이 쓰이는  $10^4$  mks rayl/m, 흡음재의 두께는 0.1 m 로 하였다[6]. Delaney 와 Bazley 의 실험식의 전파상수와 특성 임피던스를 가지고, 표면 임피던스를 구하면 아래와 같다.

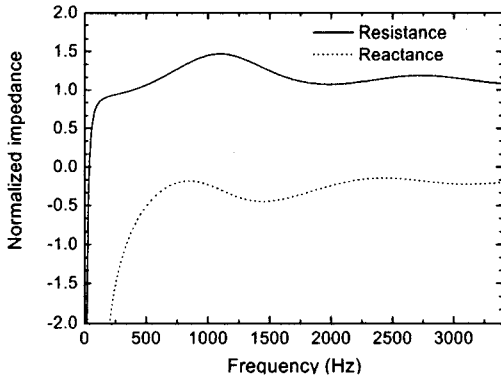


Fig. 2 Predicted normal impedance.

영역 2 의 덕트 바닥( $y=0$ )과 천장( $y=h$ )에서 임피던스 경계조건을 주면 아래와 같다:

$$\frac{p(x,0,z,t)}{-u_y(x,0,z,t)} = \frac{p(x,h,z,t)}{u_y(x,h,z,t)} = z_w \quad (2)$$

식(2)를 풀면,

$$\tan(k_y \frac{h}{2}) - j \cdot Z_{wx} \frac{k_y}{\rho c k} = 0, k_y = \frac{\pi}{h}, \frac{3\pi}{h}, \dots \quad (3)$$

$$\cot(k_y \frac{h}{2}) + j \cdot Z_{wx} \frac{k_y}{\rho c k} = 0, k_y = 0, \frac{2\pi}{h}, \dots$$

과 같다. 식 (3)은 비선형 방정식으로 일반적으로 이론해는 존재하지 않는다. 이를 풀기 위해서는 Newton 방법이나 Müller 방법과 같은 수치적인 기법을 사용하거나 [2,6],  $\tan$  와  $\cot$  함수에 근사식을 사용하는 방법을 사용하여야 한다 [3,4].

수치적인 기법을 사용하는 경우, 구해야 되는 각 모드가 초기값에 민감하며, 초기값의 위치에 따라서 구하지 못하는 모드가 존재할 수 있다.

위와 같은 문제점을 해결하기 위해서  $\tan$  와  $\cot$  함수에 근사식을 사용할 수가 있으나,  $\tan$  와  $\cot$  함수는 불연속이기 때문에 근사식을 사용하기가 어려운 형태이다. 근사식을 사용하기 위해서는 식(2)의 형태를 근사식이 적용하기 쉬운 형태로 바꾸어야 한다. 본 연구에서는 식(2)를  $\cos$  과  $\sin$  이 들어간 하나의 식으로 고쳐서 근사식이 적용하기 쉽도록 하였다. 식(2)를 보다 쉬운 형태로 바꾼 식은 아래와 같다:

$$2Y_w \frac{k_y}{\omega \rho_0} \cdot \cos(k_y a) + j \cdot \left\{ \left( \frac{k_y}{\omega \rho_0} \right)^2 + (Y_w)^2 \right\} \cdot \sin(k_y a) = 0 \quad (4)$$

식(4)의  $\cos$  과  $\sin$  함수에 근사식을 대입하여 높이방향 전파상수  $k_y$  를 구하고 이를 통하여 길이방향 전파상수  $k_x$  를 구한다. 근사식의 차수를 2 차에서 12 차까지 변화 시켜가면서, 이에 따른 길이방향 전파상수의 변화를 Heckl [5]의 근사식과 비교한 것이 아래 그림이다. 차수가 높아짐에 따라서 전파상수 값들이 하나의 값으로 수렴하고 있다. 근사식의 차수를 8 차 이상으로 할 경우, 근사식에 따른 오차는 거의 없음을 확인 할 수 있다.

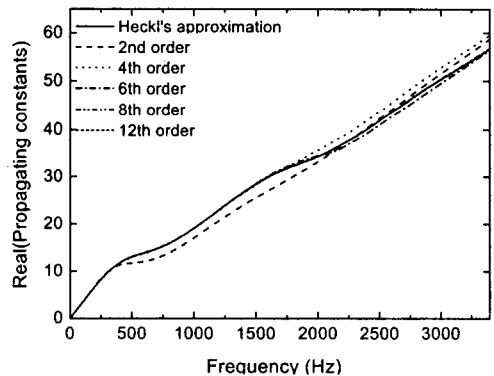


Fig. 3 Real part of the propagation constant in a lined duct.

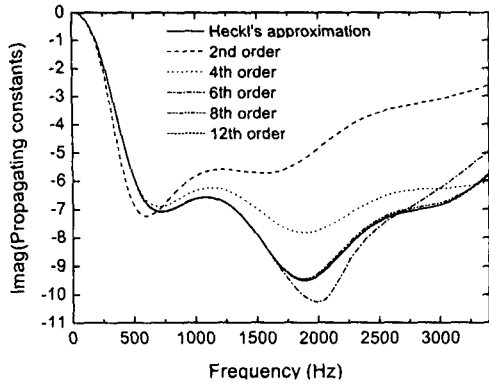


Fig. 4 Imaginary part of the propagation constant in a lined duct.

본 연구의 근사식과 기존 연구의 근사식 [4,5]과의 차이는 본 연구의 근사식은 고차 모드의 전파상수를 구할 수 있다는 것이다. 근사식의 차수를 12 차까지 올리면 아래그림과 같이 근사식의 유효범위 내에서 첫 번째 모드의 전파상수까지 구할 수 있다.

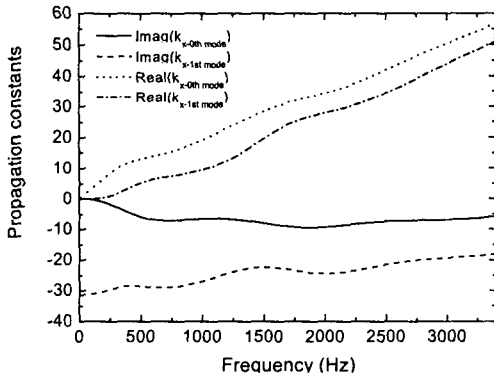


Fig. 5 Propagation constants of the fundamental and 1<sup>st</sup> mode in a lined duct.

그러나 본 근사식의 단점은 차수를 너무 많이 올리게 되면, 근사식에 포함되는 계승(factorial)때문에 해가 발산한다는 것이다.

### 3. 소음기의 전달 손실 예측

모드 매칭 방법을 사용하여, 평면파에 의한 소음기의 전달 손실을 예측하기 위해서는 그림 1의  $x$  방향으로의 전파상수를 구한 후, 영역 1 과 영역 2 가 만나는 점①

및 영역 2 와 영역 4 가 만나는 점②에서 음압과 입자속도를 매칭시키면 된다.

식(4)에서 구해진  $x$  방향으로의 전파상수를 식

(1)에 대입하면, 아래 식과 같이 영역 2 에서의  $y$  방향으로의 고유함수를 구하게 된다. 이때  $m=0$  이면 평면파를 나타낸다:

$$\Phi_m(y) = \cos(k_{y,m}y) + j \frac{\rho_0 c_0 k}{Z_{\omega} k_{y,m}} \sin(k_{y,m}y) \quad (5)$$

여기서  $\rho_0 c_0$ 는 소음기 내부 매질의 특성 임피던스이다.  $k_{y,m}$ 은  $y$  방향으로의 전파상수이고,  $x$  방향으로의 전파상수  $k_{x,m}$ 과 아래와 같은 관계에 있다:

$$k^2 = k_{x,m}^2 + k_{y,m}^2 \quad (6)$$

영역 1 과 영역 2 가 만나는 점 ①에서의 음압과 입자속도를 매칭시킨 식은 각각 아래와 같다:

$$h(p_{1i} + p_{1r}) = (p_{2i} + p_{2r}) \int_0^L \Phi_0 dy \quad (7)$$

$$kh(p_{1i} - p_{1r}) = k_{x,0}(p_{2i} - p_{2r}) \int_0^L \Phi_0 dy \quad (8)$$

영역 2 과 영역 4 가 만나는 점 ②에서의 음압과 입자속도를 매칭시킨 식은 각각 아래와 같다:

$$(p_{2i} e^{-jk_{x,0}L} + p_{2r} e^{jk_{x,0}L}) \int_0^L \Phi_0 dy = hp_{4i} \quad (9)$$

$$\beta_0 (p_{2i} e^{-jk_{x,0}L} - p_{2r} e^{jk_{x,0}L}) \int_0^L \Phi_0 dy = kh p_{4i} \quad (10)$$

소음기에 들어오는 음압  $p_{1i}$ 의 크기를 1으로 가정하면, 전달손실은 아래와 같이 표현된다:

$$TL = -20 \log_{10} |p_{4i}| \quad (11)$$

식(7-10)을 풀어서  $p_{4i}$ 을 얻은 후, 식(11)에 대입하면, 소음기의 전달 손실을 구할 수 있다.

### 4. 경계요소법에 의한 결과

소음기의 전달 손실을 구하기 위해서는 전달행렬법(4-pole parameter)에 필요한 4 단자 정수를 경계요소법에 의해서 구한다.

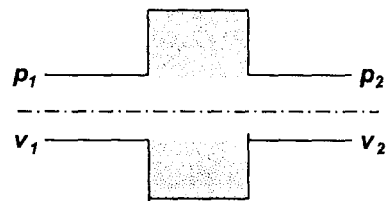


Fig. 6 Two-port representation of a dissipative muffler component to derive the four-pole parameters.

그림 6 과 같은 소음기가 있다면, 소음기의 4 단자는 아래와 같이 표현된다[1]:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

여기서  $A, B, C, D$ 는 4 단자 정수이고,  $v$ 는 체적속도,  $p$ 는 음압이다. 전달 손실은 다음과 같다:

$$TL = 20 \log_{10} \left\{ \frac{1}{2} \left[ A + \frac{B}{\rho_0 c} + C \rho_0 c + D \right] \right\} + 10 \log_{10} \frac{S_i}{S_o}. \quad (13)$$

여기서  $\rho_0 c$ 는 소음기 내부 매질의 특성 임피던스이고,  $S_i, S_o$ 는 각각 입구와 출구의 단면적이다.

본 연구에서 쓰인 경계요소법 모델의 입/출구면은 정지훈, 이정권 [1]이 제안한 방법을 사용하였다. 흡음재가 붙어있는 면은 Delaney와 Bazley의 실험식에 의해서 구해진 표면 임피던스로 경계값을 주었다. 경계요소법 요소는 길이가 0.01 m 인 선형요소로 요소 및 노드의 개수는 120 개였다. 이 경우, 고주파수 한계는 5.7 kHz로 정해진다.

그림 1의 흡음형 2 차원 덕트에 대해서 모드매칭법, 경계요소법, 음선모델법(Ray model method)[6]에 의해서 전달 손실을 각각 구하였다. 이 때, 덕트의 높이가 0.1 m, 흡음재의 두께가 0.1 m, 그리고 흡음재의 유동 저항이  $10^4$  mks rayl/m로 가정하였다.

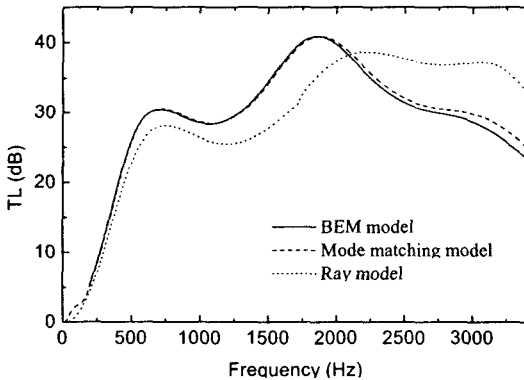


Fig. 7 A comparison of predicted TL by using three different methods ( $h = 0.1$  m).

모드매칭법과 경계요소법에 의한 결과가 거의 유사하고, 음선모델법에 의한 결과는 다른 두 개의 결과와 다른 것을 볼 수 있다. 이는 음선모델법이 고주파수에 적합하고, 저주파수에 오차를 많이 야기시키는 방법이기 때문이다. 모드 매칭법과 경계요소법은 거의 유사함을 볼 수 있는데, 이는 덕트의 높이가 0.1 m 로써 평면파 모드 및 첫 번째 모드 차단 주파수가 각각 1.7 kHz와 3.4 kHz로써 3.4 kHz까지는 고차 모드 성분이 많이 포함되지 않았기 때문이다. 실제로 첫 번째 모드가 시

작되는 약 1.7 kHz 이상부터는 평면파만을 고려한 모드매칭법과 경계요소법 사이의 차이가 조금씩 커지고 있음을 확인할 수 있다.

## 5. 결론

Locally-reacting 성질을 가진 흡음재가 장착된 2 차원 흡음형 소음기에 대해서 모드 매칭에 의한 이론해와 경계요소법에 의한 해를 구하고, 두 결과를 비교하였다. 모드 매칭에 의한 이론해를 구하기 위해서는 먼저 덕트 내 전파상수를 구하여야 하는데, 본 연구에서는 근사식이 쉽게 적용될 수 있는 수정된 임피던스 조건식을 제안하여 전파상수를 구하였다. 위의 방법을 통하여 평면파 모드 및 첫 번째 모드의 전파상수까지 구할 수 있음을 보였고, 기존의 결과와 같음을 나타냈다. 또한 평면파까지 고려한 모드매칭방법에 의해서 흡음형 소음기의 전달 손실을 구하였고, 이를 기존의 경계요소법과 음선모델법과 비교하여 유사한 결과를 얻었다.

## 후 기

본 연구는 BK 21 project와 NRL에서 일부 보조를 받았습니다.

## 참고문헌

- (1) 정지훈, 이정권, 1999, "경계요소법을 이용한 소음기의 전달 손실 예측시의 실제 문제점 및 해결방안", 추계학술발표회 논문집, 한국소음진동공학회, pp. 493~496
- (2) A. Cummings, "Sound attenuation of a finite length dissipative flow duct silencer with internal mean flow in the absorbent," J. Sound Vib. 127, 1~17 (1988).
- (3) K. S. Peat, "A transfer matrix for an absorption silencer element," J. Sound Vib. 146, 353~360 (1991).
- (4) R. Kirby, "Simplified techniques for predicting the transmission loss of a circular dissipative silencer," J. Sound Vib. 243, 403~426 (2001).
- (5) M. L. Munjal, 1987, *Acoustics of ducts and mufflers with application to exhaust and ventilation system design*, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- (6) A. Cummings, "High frequency ray acoustics models for duct silencers," J. Sound Vib. 221, 681~708 (1999).