

# 차량 토션빔의 동적 특성을 고려한 신뢰성 분석 및 최적설계

## Reliability Analysis and Optimization Considering Dynamic Characteristics of Vehicle Torsion Beam

이 춘 승\* · 임 흥 재\* · 이 상 범\*

Chun Seung Lee, Hong Jae Yim, Sang Beom Lee

**Key Words :** Response Surface Method(RSM : 반응표면법), Reliability Analysis(신뢰성 해석), Torsion Beam(토션빔), Vibration Analysis(진동해석)

### ABSTRACT

This paper presents the reliability analysis technique on the dynamic characteristics of the torsion beam consisting the suspension system of passenger car. We utilize response surface method (RSM) and Monte Carlo simulation to obtain the response surface model that describes the limit state function for the natural frequencies of the torsion beam. Using the response surface model and the design optimization technique, we have obtained the optimized section considering the reliability of the torsion beam structure.

### 1. 서 론

신뢰성해석은 구조물 설계시 부재치수, 재료의 특성 그리고 외부에서 가해지는 하중 등을 어떠한 확률분포를 갖는 변수를 확률통계적으로 처리하여 구조물의 파괴확률을 정량적으로 구함으로써 기존의 설계자의 주관에 따라 안전계수를 고려하는 설계보다 객관적으로 구조물의 안전계수를 구할 수 있다. 신뢰성이론에 따라 파괴확률을 구하기 위한 근사해법으로는 평균과 표준편차만을 이용하여 구하는 2 차모멘트법이 있는데, 이 방법은 이론이 간단하면서도 비교적 정확한 파괴확률을 구할 수 있다. 하지만 이 방법은 성능평가함수(limit state function)가 기본확률변수의 함수로 명시적으로 표현되어야 파괴확률을 구할 수 있으며, 성능평가함수를 명시적으로 표현하기가 힘든 복잡한 구조물에 대해서는 파괴확률을 구하기가 쉽지 않다. 일반적으로 복잡한 구조물에 대한 파괴확률을 구하

는 방법인 몬테카를로 시뮬레이션(Monte Carlo simulation)은 정확한 파괴확률을 구할 수 있다는 장점은 있으나 계산 시간이 너무 많이 소요되어 또한 복잡한 구조물에 대한 신뢰성 해석이 어렵다.

본 논문에서는 통계적 회귀분석의 한 방법인 반응표면법(response surface method: RSM)<sup>(1)</sup>을 이용하여 구조물의 신뢰성 해석<sup>(2-3)</sup>에 적용하였다. 즉, 반응표면모델을 정식화 하여 차량 토션빔의 동적 특성에 대한 신뢰성해석을 수행하였다. 또한 확률 변수의 평균이나 표준편차가 어느 범위 내에서 변하는 경우, 구조해석을 다시 하지 않고 구해진 성능평가함수를 직접 이용하여 확률론적 최적설계 수행하였다.

### 2. 반응표면법과 신뢰성 해석

#### 2.1 반응표면법

반응표면법은 전체적인 설계공간에 걸쳐있는 입력과 출력의 대응관계를 표현하는 반응표면을 구성하여 새로운 입력에 대한 근사적 결과를 얻는 실험계획방법이다. 즉, 어떤 구조물에 대한 확률변수(예를 들면, 구조물에 가해지는 하중, 구조 부재의 길이, 두께, 재료의 특성 등의 설계 변수들)와

\* 국민대학교 자동차공학전문대학원  
E-mail: chunlee2@orgio.net  
Tel: (02) 914-8812, Fax: (02) 910-4718

반응특성에 대한 관계를 명시적 근사식으로 표현하여 어느 범위 내에서는 확률변수의 변화에 따른 반응특성 결과를 예상할 수 있게 한다. 이때 얻어진 명시적 근사식을 반응표면(response surface)라 한다. 이런 반응표면을 구성하기 위해서는 먼저 설계공간에서 몇 개의 데이터 점을 선정하고 이점들을 이용하여 표현하고자 하는 대응관계에 있는 반응값을 근사적으로 구한다. 이때 고려되는 것은 설계공간 중 어느 데이터 점을 몇 개 선택하여 이를 근사식 생성에 이용할 것인가 하는 것이다. 반응표면법은 준비된 데이터가 많을수록 더욱 정확한 응답면을 얻을 수 있다.

## 2.2 신뢰성 해석

구조신뢰성 해석에서는 안전성에 대한 정량적인 지표로 파괴확률( $P_f$ ) 또는 신뢰도지수( $\beta$ )를 산출해 준다. 파괴확률을 구하는 첫 번째 과정은 기본 확률 변수들을 표준화하는 것이다. 기본 확률 변수  $\bar{X} = (X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$  를 이용하여 새롭게 표준화된 정규변수를  $\bar{Z} = (Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n)$  이라 하면 다음과 같이 정의 된다.

$$Z_i = \frac{X_i - \mu_{xi}}{\sigma_{xi}} \quad i=1,2,3,\dots,n \quad (1)$$

여기서  $\mu_{xi}$  와  $\sigma_{xi}$  는 각각  $X_i$  의 평균과 표준편차이다.  $Z_i$  의 평균과 표준편차가 모두 0으로 된다. 이 표준화를 통해  $X$  좌표계의 파괴표면이  $Z$  좌표계에 대응된다. 이러한  $Z$  좌표계의 파괴표면도  $X$  좌표계의 파괴표면과 마찬가지로  $Z$  공간을 둘로 나눈다. 이때 원점은 언제나 안전영역에 있음을 볼 수 있다.

Fig. 1 은 기본 확률변수공간에서의 유용영역과 불용영역을 나타낸 것이고, Fig. 2 는 표준화된 정규변수  $Z$  공간으로 변환된 그림이다.

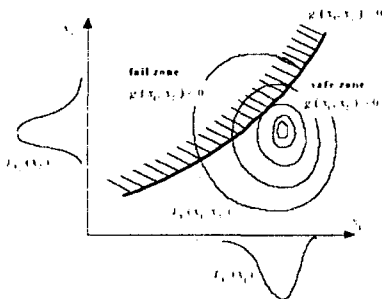


Fig. 1 Original x space

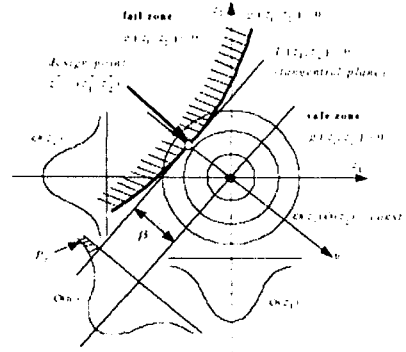


Fig. 2 Transformed uncorrelated standard normal Z space

신뢰도지수  $\beta$  는 원점으로부터 선형화된 성능평가함수까지 거리로 정의된다. 이때의 접점을 MPFP(most probability failure point)라고 부른다. 결국 파괴확률을 구하는 것은  $\beta$  를 구하는 것으로 귀결된다.  $\beta$  를 구하는 것은 일종의 최적화 문제가 되는 셈이다.

불확정성을 포함한 신뢰도 평가를 위해서는 성능에 대해 평가할 수 있는 함수가 존재해야 한다. 이를 성능평가함수  $g(z)$  라고 정의한다. 파괴확률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_f = P\{g(z) \leq 0\} = \int_{\Omega} f_z(Z) dz \quad (2)$$

여기에서  $\Omega$  는 파괴 적분영역을 의미하며  $f_z(Z)$  는 상관확률밀도함수(joint probability density function)를 나타내고 있다.

실제 해석적 방법을 통한 공학적 문제의 신뢰성 평가에서는 상관확률밀도 함수에 대해 정확히 알고 있지 못하므로 성능평가 함수를 1 차 또는 2 차식으로 근사화하여 신뢰성을 평가하는 해석적인 방법을 사용하고 있다.

## 3. 토션빔 현가계의 구조적 특성

토션빔 차축은 차량에 있어서 효율적인 공간활용과 설계자가 요구하는 기하학적인 특성을 갖는 거동 및 컴플라이언스 특성을 확보할 수 있다<sup>(4,5)</sup>. 토션빔은 일반적으로 U 및 V 단면형상을 갖고 있다. Fig. 3 은 본 연구에서 이용된 V 형 토션빔의 단면형상을 나타내고 있다. Fig. 3 에서 보는 바와 같이 단면형상을 나타내는 인자를 두께  $t$ , 단면 중심선 길이  $L$ , 원호반경  $R$ , 그리고 플랜지부의 벌어진 각을 나타내는 반개각  $\gamma$  로 나타냈으며, 단

면의 총 길이  $L$ 은  $2(b + \lambda R)$ 로써 나타내었다.

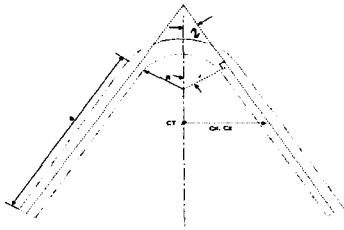


Fig. 3 Section profile of torsion beam

#### 4. 토션빔의 신뢰성 해석

구조신뢰성을 수행하기 위해서는 단면해석 프로그램, 구조해석 프로그램 그리고 통계 프로그램이 필요하며, 이들을 서로 연결하는 프로그램이 필요하다. 단면해석 프로그램을 이용하여 초기 단면형상에 대한 단면계수를 구하고 이를 구조해석 프로그램에 입력하여 목적함수와 구속조건 그리고 설계 변수들에 대해 정의하고 또한 토션빔의 진동 특성값을 얻는다.

진동 특성값을 신뢰성 해석에 필요한 성능평가함수로 정의하고 또한 신뢰성 해석에 필요한 확률설계변수를 정의하여 토션빔에 대한 신뢰성 해석을 수행한다. Fig. 4는 토션빔의 신뢰성 해석 과정을 나타내고 있다.

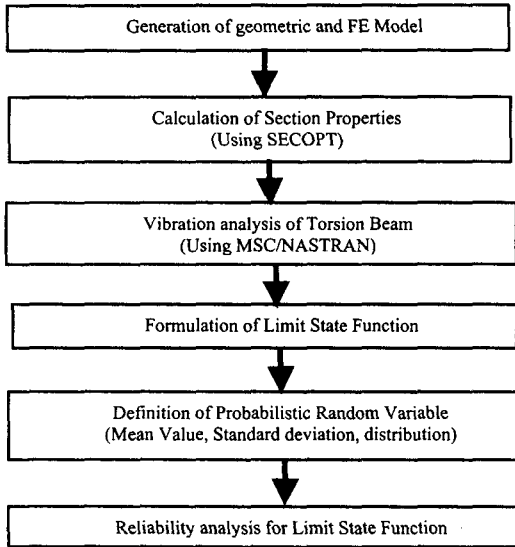


Fig. 4 Process of reliability analysis

초기 설계값으로 생성된 토션빔의 유한요소 모

델을 이용하여 신뢰성 해석에 사용하고자 한다. 이런 유한요소모델 중 보 요소를 사용하여 토션빔의 단면 계수들을 유한요소모델에 입력한다. 이런 단면 계수들은 단면 최적프로그램인 SECOPT을 사용하여 계산하였다. 성능 평가함수로 토션빔의 강성값을 찾기위해 구조해석 프로그램인 MSC/NASTRAN을 이용하여 고유진동해석을 수행하였다. 토션빔의 초기 설계값으로 유한요소를 생성하여 고유진동해석을 수행하여 토션빔의 초기 주파수를 평가하여 성능평가함수로 이용하였다.

Tables 1-2는 초기 설계시 유한요소모델의 단면계수와 진동특성을 나타내고 있다.

Table 1 Properties of Torsion beam

Properties	Initial design
Thickness (mm)	6.0
Midline length (mm)	77.0
Arc inner radius (mm)	20.0
Sector half angle (deg)	25.0
Area (mm <sup>2</sup> )	1196.32
I <sub>y</sub> (mm <sup>4</sup> )	1213867.0
I <sub>z</sub> (mm <sup>4</sup> )	759653.1
Torsional constant (mm <sup>4</sup> )	14143.92
Warping constant	33244280.0
Centroid (x,z)	-17.64, -13.13
Shear center (x,z)	-17.64, 39.33

Table 2 Mode shape of Torsion beam

Mode No.	Frequency (Hz)	Mode Shape
1	143.82	Torsion
2	249.11	1 <sup>st</sup> bending
3	287.65	2 <sup>nd</sup> bending
Mass (kg)		8.42

본 논문에서는 성능평가함수를 토션빔의 주파수로 정하고 반응표면법을 이용하여 주파수 특성을 설계 인자들만의 명시적인 함수로 나타내어 정식화 하였다.

반응표면법은 데이터가 많을수록 더욱 정확한 반응표면을 그려줄 수 있지만 실제에서는 가능한 적은 계산 시간을 요하고, 또 아무런 점에서의 데이터가 다 필요한 것이 아니라 관심 있는 영역

에 대해 설계자가 최소의 데이터로써 최선의 반응 표면을 그리는 것이 필요하다. 본 연구에서는 실험계획법 중 중심합성법을 이용하여 단면계수를 계산하였고, 계산된 단면계수를 토션빔의 진동해석에 적용하여 실험인자에 대한 진동특성을 명시적인 함수로 나타내었다.

토션빔의 진동 모드 중 차량 특성에 가장 영향이 많은 낮은 주파수 3 개에 대한 성능평가함수를 정식화 하였다. 이렇게 반응표면법에 의해 구해진 함수들에 의해 설계초기 단계에서 설계변수에 따른 전체 시스템의 성능변화를 실시간으로 볼 수 있을 정도로 그 해석이 빨라진다. 확률변수로는 토션빔 단면의 반개각( $\gamma_1, \gamma_2$ ), 두께 t 등 3 개를 설정하였으며 이들의 통계적 특성들은 Table 3 에 정리하였는데 확률 변수들간의 상관관계는 없는 것으로 가정하였다.

Table 3 Statistical Property of the Torsion beam

Variable	Distribution	Mean	STD
$\gamma_1$	Normal	0.436	0.05
$\gamma_2$	Normal	0.436	0.05
T	Normal	6.0	0.05

본 논문에서는 구조물의 신뢰성 지수를  $\beta = 3.0$  로 하여 신뢰성 해석을 수행하였다. 신뢰성 지수  $\beta = 3.0$  는 신뢰성 99.875%를 의미한다.

Table 4 는 각 확률변수별 파괴확률이 가장 선형점 (most probability failure point; MPFP)과 민감도 정보를 나타내고 있다. Table 4 에서 보인 민감도는 확률 변수들의 평균값을 단위량 만큼 증가시켰을 때의 신뢰도 지수의 증감 정도를 나타내는 양이다.

Table 4 MPFP, Reliability index and sensitivity information

Variable	MPFP	Sensitivity [+1]
$\gamma_1$ (radian)	0.459	-0.15354
$\gamma_2$ (radian)	0.543	-0.72959
T(mm)	6.10	-0.66643
$\beta = 3.0$		
$P_f = 1.25E - 03$		

민감도 해석 결과를 참조하여 신뢰도 지수의 가

장 큰 영향이 클 것으로 기대된다. 신뢰성 해석 결과를 바탕으로 토션빔의 형상을 다시 생성시키면 Table 5 와 같은 단면계수를 나타낼 수 있다. 이런 단면 계수를 이용하여 위에서 언급했던 해석 과정을 반복하여 Table 6 과 같은 변경된 설계 인자에 대한 토션빔의 진동 특성을 얻을 수 있었다.

위에서 구한 가장 파괴 확률이 높은 점 MPFP 를 이용하여 실제 응용 분야에서 초기 설계 조건으로 이용한다면 신뢰성이 고려 되는 최적 설계점을 찾을 수 있다.

Figs. 5-7 은 토션빔 유한요소모델에 대한 각 모드별 모드형상을 나타내고 있다.

토션 빔의 진동특성에 대한 신뢰성 해석 수행 후 변경된 인자를 바탕으로 재 해석을 수행한 결과 3 개의 모드에서 고유 주파수가 줄어들었음을 보였다. 물론 두께의 변화에 따라 질량도 증가하였지만 초기 구조물 설계시에 신뢰성 99.875%를 확보할 수 있었다. 이런 MPFP 값은 신뢰성이 고려된 최적설계시 초기 설계값으로 쓰인다.

Table 5 Properties of torsion beam

Properties	Initial design
Thickness (mm)	6.1
Midline length (mm)	77.0
Arc inner radius (mm)	20
Sector half angle (deg)	28.7
Area (mm <sup>2</sup> )	1200.565
$I_y$ (mm <sup>4</sup> )	1361196.6
$I_z$ (mm <sup>4</sup> )	698924.5
Torsional constant (mm <sup>4</sup> )	14687.63
Warping constant	26622490.0
Centroid (x,z)	-17.6435, 6.4916
Shear center (x,z)	-17.635, 55.205

Table 6 Mode shape of Torsion beam

Mode No.	Frequency (Hz)	Mode shape
1	143.46	Torsion
2	248.48	1 <sup>st</sup> bending
3	286.92	2 <sup>nd</sup> bending
Mass (Kg)		8.44

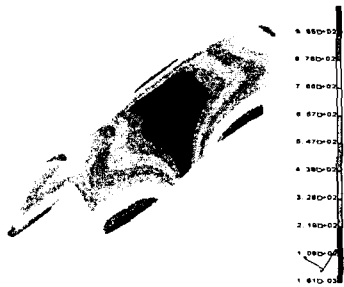


Fig. 5 Torsion vibration mode (143.46Hz)

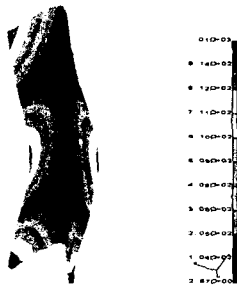


Fig. 6 1<sup>st</sup> Bending vibration mode (248.48Hz)

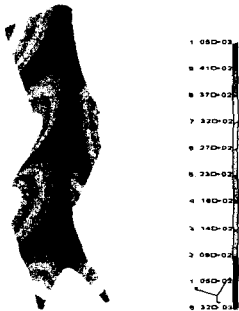


Fig. 7 2<sup>nd</sup> Bending vibration mode (286.92Hz)

## 5. 결 론

본 연구에서는 차량 토션빔의 시스템의 안전성을 고려한 구조 신뢰성해석을 수행하였다. 이를 위해 통계적 실험계획법 중의 하나인 반응표면법을 이용하여 근사적인 성능평가 함수를 생성하였다. 또한 신뢰성 지수에 따른 설계인자들의 초기 설계값인 MPFP를 찾았다.

추후 연구로는 차량의 기구학적 및 동역학적

특성과 설계인자의 성능평가 함수를 정식화 하여 초기 차량 현가 장치 설계시 신뢰성을 고려할 수 있을 것이다.

## 후 기

본 논문은 2002년도 두뇌한국 21 사업에 의하여 지원되었음

## 참 고 문 헌

- (1) 박성현, 1998, 현대실험계획법, 민영사.
- (2) S.S.Rao, 1992, *Reliability-Based Design*, McGraw-Hill, Inc.
- (3) "Getting Started Manual NESSUS and FPI, 1998, Southwest Research Institute.
- (4) T.L. Satchell, "The Design of Trailing Twist axles", pp. 1-8, SAE 810420.
- (5) J.Reimpell and H.Stoll, 1996, *The Automotive Chassis: Engineering Principles*, 2<sup>nd</sup> edition, SAE Inc.