

Kirchhoff Surface 변화에 따른 송풍기 소음의 BEM 해석

⁰박 용 민*, 이 승 배**

Acoustic Analysis of Axial Fan using BEM based on Kirchhoff Surface

⁰Y.-M. Park*, and S. Lee**

Key Words: BEM(Boundary Element Method), Kirchhoff Surface, FW-H(Ffowcs Williams-Hawkings) 방정식, Monopole Source(단극자 음원), Dipole Source(이극자 음원), Thickness Noise(두께 소음), Loading Noise(하중 소음), Frounhofer region

ABSTRACT

A BEM is highly efficient method in the sense of economic computation. However, boundary integration is not easy for the complex and moving surface e.g. in a rotating blade. Thus, Kirchhoff surface is designed in an effort to overcome the difficulty resulting from complex boundary conditions. A Kirchhoff surface is a fictitious surface which envelopes acoustic sources of main concern. Acoustic sources may be distributed on each Kirchhoff surface element depending on its acoustic characteristics. In this study, an axial fan is assumed to have loading noise as a dominant source. Dipole sources can be computed based on the FW-H equation. Acoustic field is then computed by changing Kirchhoff surfaces on which near-field is implemented, to analyze the effect of Kirchhoff surface on it.

1. 서 론

산업사회의 기술이 발전함에 따라 많은 소음원이 발생하게 생활의 질적인 향상이 요구되는 선진 사회에서 그에 대한 인간의 개선욕구는 날로 커져 가고 있다. 더욱이 소음원이 다양해지면서 그 수준도 점차 높아가고 있는 실정이다. 초기에 항공기

등에 이용되는 축류형 프롭 팬의 성능 및 소음을 향상시키려는 시도들이 많은 성과를 거두면서, 최근에는 산업용, 사무기기, 가전제품에 적용되는 축류형 팬의 성능 향상과 저소음화에도 많은 연구가 진행되고 있다. 그러나 많은 변수들로 인해 각 변수들의 소음에 대한 기여도 평가 및 이를 고려한 설계는 어려운 실정이다. 외국에서는 터보기계의 설계 단계 중 기초설계에서 다양한 소프트웨어(Mean-line Analysis, FEA, CFD, 3D Blade Design, Rapid Prototyping)등의 OLE(Object Linking Embedding)를 이용한 조합 및 DFMA(Design For Manufacturing and

* 인하대학교, 기계공학과 대학원

** 정희원, 인하대학교, 기계공학과, 에어로네트

Assembly) 기법 적용의 Concurrent Engineering 이 도입되고 있다⁽¹⁾. 이러한 통합설계의 중요 모듈인 저소음 설계의 보조적 수단으로써 주어진 웬형상 및 작동조건으로부터 웬소음을 예측할 수 있는 소음 해석 소프트웨어들이 최근 많이 개발되고 있다. 현재 국내에서 개발된 웬소음 해석 소프트웨어는 다음의 방법들을 기초로 하고 있다. 우선 웬날개 주위의 비정상 와동을 비점성적 방법으로 계산한 후, 이를 바탕으로 음향학적 상사성 이론 및 웬 캐이싱 등에 의한 산란, 반사 및 회절을 계산하는 경계요소법을 이용하여 소음장을 예측하는 방법⁽²⁾과 설계변수에 의해 예측되는 양력계수분포를 이용하여 정상하중소음을 예측하는 방법⁽³⁾, 그리고 날개후단에서의 와동모델을 바탕으로 한 비정상양력에 의한 소음 예측방법⁽⁴⁾, 그리고 삼차원 난류유동을 계산한 후, 이와 함께 CAA(Computational Aero-Acoustics)방법을 이용하여 FW-H(Ffowcs Williams-Hawkings)방정식을 적용하는 방법이다⁽⁵⁾. 본 연구에서는 웬소음의 시간영역에서의 다차원 음향역설계의 기초 기술이라 할 수 있는 Kirchhoff surface를 이용한 음향장을 예측하는 경계요소법을 분석한다.

2. 본 론

2.1 연구방법

회전하는 날개 주위의 복잡한 삼차원, 비정상 유동에 의해 발생하는 소음을 예측하기 위해서는 소음원에 해당하는 유동장에 대한 정확한 정보가 필요하다. 유동에 의해 유발되는 공기역학적 힘이나 운동에 의해 생성된 음향에 관련된 문제를 다루는 공력음향학을 연구하는 방법은 크게 세가지로 대변된다. 첫째는 움직이는 매질 속에 있는 고체경계면에 작용하는 압력변동의 영향을 선형화하는 방법이며⁽⁶⁾, 둘째는 Lighthill⁽⁷⁾이 제안한 바와 같이 지배방정식으로부터 유도된 소음상사식을 사용하는 것이며, 셋째는 유동장과 음장을 고해상도 수치기법을 사용하여 직접 계산하는 방법이다. 그러나 자유유장에서의 송풍기 소음을 예측하기 위해 적용 가능한 현실적이며 효과적인 방법은 Lighthill 이론에 기초하여 비 정지 매질 속에 움직이는 고체표면에

의한 소음식인 Ffowcs Williams-Hawkings⁽⁸⁾의 방정식을 사용하는 것이다.

2.2 경계요소법의 지배방정식

유체의 연속방정식과 운동방정식으로부터 유도된 파동방정식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} = 0 \quad (1)$$

여기서 c_0 는 매질의 음속을 나타내며, 주어진 음압이 시간에 대해 주기적인 조화함수의 중첩이라 가정하면 잘 알려진 Helmholtz방정식이 유도된다.

$$\nabla^2 p(\vec{x}) + k_0^2 p(\vec{x}) = 0 \quad (2)$$

이와 같은 Helmholtz방정식의 해를 위해 Green함수를 도입한다. Green함수는 어떤 음원(source)이 주어졌을 때 그 음원과 공간사이의 관계를 나타내주는 일종의 응답함수이다. Green함수는 공간의 형태와 차원에 따라 각기 다르게 나타나며, 이를 이용하여 Helmholtz방정식을 전 영역에 대해 적분하고 Green's 2nd theorem을 이용하면 경계요소법의 기본방정식인 Kirchhoff-Helmholtz방정식이 유도된다.

$$c(x)p(x) = \int_{s_n} \left[G(x|y) \frac{\partial p(y)}{\partial y} - \frac{\partial G(x,y)}{\partial y} p(y) \right] dS(y) \quad (3)$$

이 식은 $[\alpha][p] + [\beta] \left[\frac{\partial p}{\partial n} \right] = [f]$ 와 같은 형태의 선형행렬의 조합으로 정리될 수 있고, 이와 같이 경계요소법의 특징은 계산이 전 영역에 걸치지 않고 경계에만 국한되는데 있다.

2.3 Ffowcs Williams-Hawkings방정식

송풍기의 날개와 같이 움직이는 물체에 대한 유동소음의 해석적 연구는 Ffowcs Williams와 Hawkings⁽⁸⁾에 의하여 이루어졌다. 움직이는 물체의 표면을 $f(x, t) = 0$ 으로 표시한다면, 연속방정식 및 운동량 보존방정식은 다음과 같은 형태로 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = \rho_0 u_i \delta(f) \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j + P_{ij}) = P_{ij} \delta(f) \frac{\partial f}{\partial x_j} \quad (5)$$

식 (4)의 시간미분과 식(5)의 공간미분을 조합하여 비균일(non-homogeneous) 파동방정식을 유도하면 다음과 같은 Ffowcs Williams-Hawkings(FW-H) 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_j^2} &= \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \\ &- \frac{\partial}{\partial x_i} (P_{ij} \delta(f) \frac{\partial f}{\partial x_j}) \\ &+ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_0 u_i \delta(f) \frac{\partial f}{\partial x_i}) \end{aligned} \quad (6)$$

FW-H 방정식의 가장 큰 특징은 파동방정식의 소음원(source)항인 우변이 수학적, 물리적으로 그 특성에 따라 단극자(monopole), 이극자(dipole), 사극자(quadrupole) 음원으로 분리하여 표현함에 있다. 즉, 우변의 첫째항은 Lighthill의 음향학적 상사성에 의한 난류 응력항으로 사극자 음원이며, 둘째항은 물체표면에 의해 유체에 단위 면적당 작용하는 하중소음/loading noise)인 이극자 음원을 나타내며, 셋째항은 물체의 표면에서 수직방향으로의 가속도에 의한 공기 체적의 이동의 두께소음(thickness noise)인 단극자 음원의 기여를 나타낸다. 본 연구에서는 뢰소음 계산시 사극자 음원을 제외한 단극자와 이극자 음원만을 가정한다. 위 식을 풀기 위하여 시·공간 변수들에 대해서 시간영역 방법(Time-domain method)이 사용되었다. 이는 주파수영역 방법(Frequency-domain method)에 비해 임의의 물체 표면 형상에 대해 더욱 정확하게 적용될 수 있기 때문에 널리 사용되고 있다. Farassat 등⁽⁹⁾은 시간영역 방법을 이용하여 수치 계산이 가능하도록 개선된 형태의 FW-H 방정식을 발표 하였다. 이 제안된 음압의 해는 다음과 같은 각 음원들의 합으로 표현되는데 이는 음원끼리 서로 독립적이고 중첩의 효과에 의해 음향장을 구성한다는 파동의 선형적 특성에 근거한 것이다.

$$p(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^n p_{t,i}(t) + p_{ln,i}(t) + p_{lf,i}(t) \quad (7)$$

$p_{t,i}(t)$, $p_{ln,i}(t)$, $p_{lf,i}(t)$ 는 각각 두께소음, 근 거리장의 하중소음, 원거리장의 하중소음을 나타내며, 다음의 식과 같이 각 요소의 음원들과 관측지점

사이의 기하학적 위치와 하중들의 함수로써 나타내어진다.

$$p_{t,i}(t) = \frac{\rho V_0}{4\pi} \left[\frac{1}{r} \frac{1}{1-M_r} \times \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{1}{1-M_r} \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{1}{1-M_r} \right) \right) \right]_{ret} \quad (8)$$

$$p_{ln,i}(t) = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{1}{(1-M_r)^2 r^2} \times \left(\vec{r}_i \cdot \vec{f}_i \frac{1-\bar{M}_i \cdot \bar{M}_i}{1-M_r} - \vec{f}_i \cdot \bar{M}_i \right) \right]_{ret} \quad (9)$$

$$p_{lf,i}(t) = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{1}{(1-M_r)^2 r} \times \left(\frac{\vec{r}_i}{c_0} \frac{\partial \vec{f}_i}{\partial \tau} + \frac{\vec{r}_i \vec{f}_i}{1-M_r} \left(\frac{\vec{r}_i}{c} \cdot \frac{\partial \bar{M}_i}{\partial \tau} \right) \right) \right]_{ret} \quad (10)$$

여기서 'ret'는 지연시간(retarded time)을 의미한다. 시간 t에서 음압을 계산하기 위해서는 관찰자 위치까지 음파가 도달하는 지연시간을 계산하기 위한 t 시간에서의 모든 소음원의 위치가 결정되어야 하며, $t = \tau + \frac{r(\tau)}{c_0}$ 의 관계가 있다.

2.4 Kirchhoff Surface의 정의

뢰과 같이 그 형상이 복잡하고 회전하는 물체는 그 소음원을 식으로 규명하기가 어렵다. 이러한 실제 물리적 소음원을 가진 물체를 감싸는 가상의 경계를 생각할 수 있는데, 이를 Kirchhoff 면이라고 한다. Kirchhoff 면은 적절한 요소들로 나뉘진 경계면이며, 실제소음원의 소음특성에 따라 비균질 파동방정식을 만족시키는 음압이나 그 미분값이 우선 계산되어 그 표면에 경계조건으로 분포하게 된다. 이러한 가상 경계면에 분포될 값의 계산은 복잡한 뢰 형상을 고려한 전산유체역학(CFD)이나 실험값 등으로부터 얻을 수 있는데, 본 연구에서는 앞서 언급한 FW-H 방정식에 의해 얻은 해 중 뢰의 두께소음과 정상하중소음 해를 이용하도록 한다. 이는 뢰의 주요 소음원으로 이극자 음원이 지배적이며, 비정상하중 소음원의 기여를 무시할 수

는 없으나 Lee 등⁽¹⁰⁾에 의하면 정상하중 소음원으로
 도 거의 비슷한 레벨의 소음예측이 가능하다. 이
 와 같은 Kirchhoff 면의 각 요소에 분포된 값을 새
 로운 음원으로 하는 원거리 음장을 경계요소법을
 이용하여 계산하게 된다.

2.5 연구조건

본 연구는 (주)에어로네트에서 개발한 날개 수 7
 개, 스윙 각 15.0°, 팁 직경 0.075m, 허브 직경
 0.0345m, 허브/팁 비(hub/tip-ratio) 0.46인 튜브형
 축류팬을 모델로 하였으며 회전수는 3,350rpm으로
 고정하였다. Figure 1에 나타난 바와 같이
 Kirchhoff 면상에 위치하게 될 관측점을 x-z평면
 (1-3평면)상에서 0°부터 360°까지 이동하면서 각
 위치에 FW-H 방정식을 적용하여 음압을 계산한
 후, 이를 다시 음원의 경계조건으로 이용하였다.
 본 연구에서는 Kirchhoff 면의 모양을 원형과 사각
 형 두 종류로 가정하여 각각 그 크기를 변화시키
 면서 적절한 Kirchhoff 면의 모양과 크기의 분석을
 시도하였다.

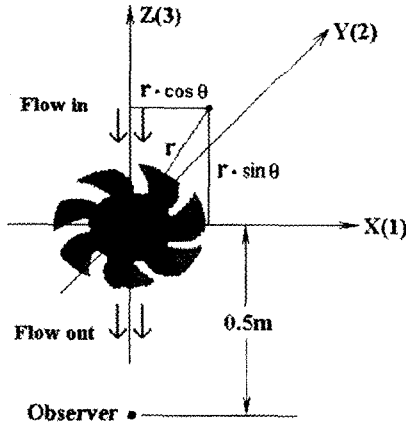


Fig. 1 Tested Fan and Geometries

Figure 2는 Fig.1의 2차원 x-z평면 위의 원형
 Kirchhoff 면 요소들을 보여준다. 이 요소를 다시
 경계요소법의 적분영역으로 하여 계산을 수행한다.
 이때 각 요소의 중앙에 FW-H 방정식으로부터 구
 한 음압을 분포시켜 음원으로 사용한다. FW-H 방
 정식은 시간영역에서 계산되는 특징이 있다. 따라

서 주파수영역에서의 계산 기법인 경계요소법에
 각 음원을 적용시키려면 FW-H 방정식으로부터
 구한 시간영역의 음압을 FFT(Fast Fourier
 Transform)를 통해 각 위치에서의 주파수영역 음
 압으로 변환시켜 주어야 한다. 이때 변환된 주파수
 의 함수의 음압은 시간영역에서 팬의 회전에 대한
 정보를 이미 가지고 있는 경계조건이 된다. 따라서
 고정된 Kirchhoff 면을 이용하여 회전체의 소음계
 산이 가능하게 된다.

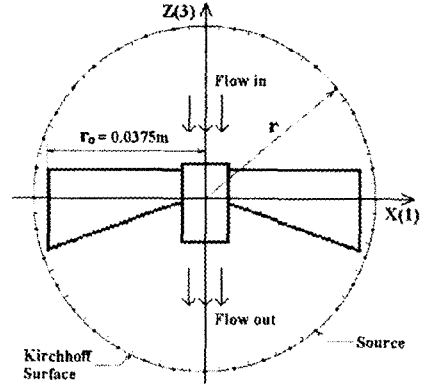


Fig. 2 Circular Kirchhoff Surface

Kirchhoff 면은 음원에 근접한 가상의 면이기 때문
 에 원거리 음장에 대한 계산식을 적용하기 위해 다
 음의 Fraunhofer 영역의 정의에 따른 원거리 음장
 의 가정을 확인하는 절차를 거치게 된다⁽¹¹⁾.

$$\frac{r_0}{\lambda} \cdot \frac{r_0}{r_c} \ll 1 \quad (11)$$

여기서 r_0 는 팬의 반지름, r_c 는 중심으로부터
 Kirchhoff 면 요소까지의 거리, λ 는 주어진 회전수
 에 해당하는 날개통과주파수(BPF)의 파장이다. 이
 팬의 BPF의 계산치는 다음과 같고, λ 는 0.87m이
 다.

$$BPF = \frac{rpm}{60} \cdot Z = \frac{3350}{60} \cdot 7 = 390.83Hz \quad (12)$$

Kirchhoff 면의 크기 변화에 따른 소음을 계산하기
 위해서 그 크기를 스케일링할 필요가 있으며, 고정
 된 값인 팬의 반지름에 대한 Kirchhoff surface요
 소까지의 거리의 비인 r_c/r_0 를 이용한다. Figure 3
 은 Fig.1의 2차원 x-z평면의 사각형 Kirchhoff 면
 요소를 보여주며 원형의 Kirchhoff 면에서 사용된

동일한 조건을 사용한다.

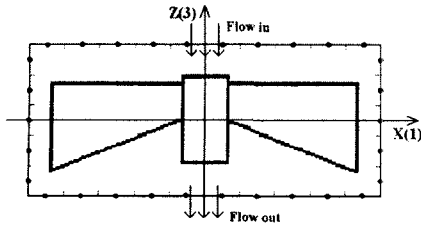


Fig. 3 Rectangular Kirchhoff Surface

2.6 계산 및 실험 결과

유동출구로부터 0.5m떨어진 곳에서 각각의 경우에 대한 음압의 계산을 Table 1에 주어진 경우에 대하여 수행하였다. 여기서 Kirchhoff 면상의 계산이 Frounhoffer 영역의 가정을 만족하므로 Kirchhoff 면상의 소음원에 의한 쉐널 날개에서의 산란(scattering) 등의 영향은 무시할 수가 있다.

Table 1 수행된 Kirchhoff Surfaces

	$r(m)$	r/r_o	Frounhoffer region	비 고
CASE 1	0.050	1.33	$0.03225(\ll 1)$	Far-field가정
CASE 2	0.058	1.55	$0.02780(\ll 1)$	Far-field가정
CASE 3	0.075	2.00	$0.02150(\ll 1)$	Far-field가정

Figure 4에서 Fig.6은 각각 CASE 1부터 CASE 3에 대한 결과를 보여준다. BPF는 이론치에 근사한 390.1Hz이고, 그 조화성분이 나타나는 것을 확인할 수 있다.

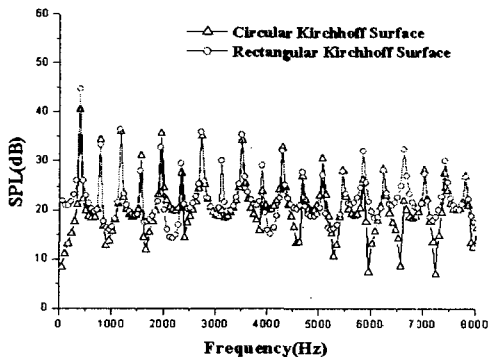


Fig. 4 CASE 1 ($r/r_o=1.33$)

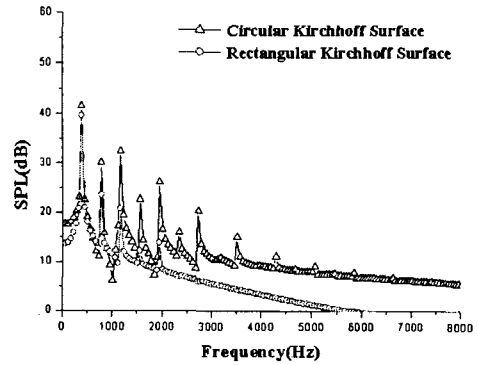


Fig. 5 CASE 2 ($r/r_o=1.55$)

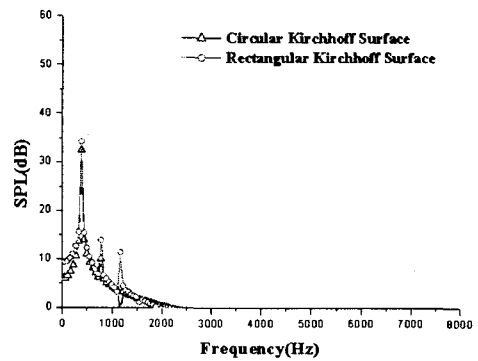


Fig. 6 CASE 3 ($r/r_o=2.0$)

Figure 6으로부터 r/r_o 가 2.0인 경우 즉, Kirchhoff 면의 위치가 쉐널 반지름의 2배 이상 되면 고주파영역에서의 특성은 계산이 어려워짐을 알 수 있다. 이것은 FW-H 방정식 계산 시 저주파영역에서 우세한 단극자와 이극자 음원만을 가정했기 때문에 고주파에서 잘 맞지 않는 것이라 분석된다. 또한 주요 주파수의 최대 음압 값이 현저히 낮게 계산되는 것을 볼 수 있다. 따라서 r/r_o 가 대략 1.5전후일 때 계산이 이상적임을 확인할 수 있다. 계산결과와의 비교를 위해 실험을 수행하였는데 모델이 된 쉐널을 같은 조건인 3500rpm으로 회전하여 0.5m떨어진 곳에서의 음압을 측정하였다. Figure 7로부터 CASE 2의 원형 Kirchhoff 면의 계산이 실험치의 경향을 잘 따르는 것을 알 수 있고, r/r_o 가 1.5전후인 경우 Kirchhoff 면의 위치가 적절하다는 것을 확인할 수 있다.

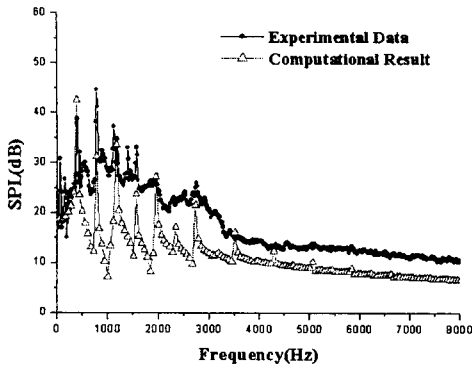


Fig. 7 Comparison with Experimental Data

회전수가 높아지면 BPF는 고주파 영역으로 이동하며 파장은 짧아진다. 따라서 음원에 근접한 Kirchhoff 면의 원거리 음장의 타당성을 다시 확인하였다. CASE 2의 회전수를 2500rpm씩 두 번 높였을 때 BPF는 각각 681Hz, 970Hz의 고주파영역으로 이동하며 음압도 약간 높아지는 것을 Fig.8로 확인할 수 있다. 파장은 각각 0.50m, 0.35m로 짧아지고, Frounhoffer 영역은 각각 0.048, 0.069로써 원거리 음장의 가정이 여전히 타당함을 알 수 있다.

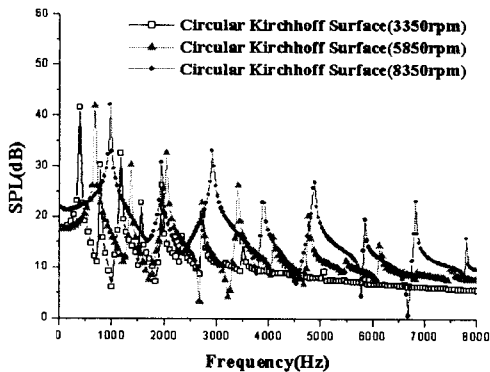


Fig. 8 Frequency Characteristics depending on rpm

3. 결론

본 연구에서는 2차원 Kirchhoff 면의 여러 경우에 대하여 경계요소법을 통한 소음장 계산을 수행하였다. 그 결과 Fig.4부터 Fig.6과 같이 사각형

Kirchhoff 면의 경우 고주파영역으로 이동 할수록 원형 Kirchhoff 면에 비해 상대적으로 음압이 낮게 계산되는 것을 확인할 수 있었다. 또한 같은 형태의 Kirchhoff 면은 크기가 커질수록 역시 고주파영역에서 음압이 낮아지는 것을 확인할 수 있었다. 본 연구는 깊이방향으로 일정한 2차원 문제의 가정으로 계산을 하여 무리가 없지 않았으나, 여러 경우의 Kirchhoff 면의 경향을 확인할 수 있었다.

참고문헌

- (1) Japikse, D., 1996, "Agile Design System in the age of Concurrent Engineering," presented to the 1996 JANNAF Propulsion Subcommittee Meetings, Albuquerque, New Mexico.
- (2) 전완호, 이덕주, 2000, "덕트가 있는 축류팬의 유동 및 음향장 해석," 유체기계저널, 제3권 제2호, pp. 15-23.
- (3) Sharland, I.J., 1964, "Sources of Noise in Axial Flow Fans," J. of Sound & Vib., Vol. 1, pp. 302-322.
- (4) Lee, C., Chung, M.K. and Kim, Y.H., 1993, "A Prediction Model for the Vortex Shedding Noise from the Wake of an Airfoil or Axial Flow Fan Blades," J. of Sound & Vib., Vol. 164, pp. 327-336.
- (5) 배일성, 장성욱, 이승배, 2001, "DRL 축류팬 주위의 난류유동 및 공력소음의 계산," 소음진동학회 춘계학술대회 논문집, pp. 762-767.
- (6) Goldstein, M.E., 1976, *Aeroacoustics*, McGraw-Hill Inc., New York.
- (7) Lighthill, M.J., 1952, "On Sound Generated Aerodynamically; I. General Theory," Proc. Roy. Soc. London Ser. A., Vol. 211, pp. 564-587.
- (8) Ffowcs Williams, J.E. and Hawkings, D.L., 1969, "Theory Relating to the Noise of Rotating Machinery," J. of Sound and Vib., Vol. 10, pp. 10.
- (9) Brentner, K.S., Farassat, F., 1998, "An Analytical Comparison of the Acoustic Analogy and Kirchhoff Formulation for Moving Surfaces," AIAA J., Vol. 36, No. 8, pp. 1379-1386.
- (10) Bae, I.S., Kim, H.-J., Lee, S., 2002, "Computation of Turbulent Flows and Aero-Acoustics from an Axial Fan," ASME FEDSM2002-31327, Montreal.
- (11) Jenkins, F.A., White, H.E., 1937, *Fundamental of Physical Optics*, McGraw-Hill Inc.
- (12) Wagner, S., Bareiß, R., Guidati, G., 1996, *Wind Turbine Noise*, Springer.