

실험적 연구를 통한 확률제어기 구현

A Experimental Study of Stochastic Controller Realizing Technique

⁰이종복* · 김용관** · 윤영수* · 최원석* · 허 훈***

⁰J. B. Lee*, Y. K. Kim**, Y. S. Yoon*, W. S. Choi* and H. Heo***

Key Words : Stochastic Controller(확률 제어기), White Noise(백색 잡음), Monte Carlo Method(몬테카를로 방법 F-P-K(Fokker-Plank-Kolmogorov) Equation(포커-프랑크-콜모고로프 방정식),

ABSTRACT

A control strategy for a dynamic system under irregular disturbance by using stochastic controller is developed. In order to design stochastic controller, system dynamic model in real domain is transformed dynamic moment equation in stochastic domain by F-P-K approach. A study of real time control technique for stochastic controller is presented. The performance of stochastic controller is verified through experiment used by real time control technique method.

1. 서론

자연계의 구조물들은 외란에 노출되어 있다. 특히 불규칙 가진은 자주 볼 수 있는 경우이다. 불규칙 외란에 노출된 구조물로는 우주공간에서의 인공위성 등의 우주구조물, 대기 중의 난류나 제트유동에 노출된 항공기, 파도에 영향받는 시추선 등의 해양구조물 등이 있다. 이때 각각의 물리적 변수들은 시간과 공간 모두에서 불규칙적으로 변동된다.⁽¹⁾⁽²⁾

불규칙 외란에 노출된 시스템을 제어하기 위해서 F-P-K(Fokker-Plank-Kolmogorov)방법에 의한 확률 추정기 설계로 확률제어기 설계에 대한 연구가 진행되었으며, 선형 및 비선형 시스템에 대해서 그 성능 및 확률제어기의 구현에 관한 가능성을 확인하였다.⁽³⁾⁽⁴⁾

F-P-K 방법은 내, 외부 및 상호 영향적인 불규칙 교란에

노출되는 계의 확률밀도 함수의 거동을 해석하는 방법 중에 하나이다. F-P-K방법에 의해서 불규칙 외란에 대한 정보는 확률영역에서 상수형태의 PSD(Power Spectral Density)로 나타내어지며, 확률영역에서 제어기 설계가 이루어진다. 이때 제어 신호는 PSD값 형태가 되며, 이 신호는 시간영역의 제어 신호로 사용되기 위해서 Monte Carlo⁽⁵⁾와 같은 랜덤 신호 발생 알고리즘에 의해 구현될 수 있다.

확률제어기의 실시간 구현을 위해서 PSD값 형태의 제어신호를 시간영역의 제어신호로 변환시키는 알고리즘과 시간영역의 모델을 확률영역의 동적 모멘트 방정식으로 변환하는 알고리즘 등이 구현되어야 한다.

본 논문에서는 이러한 확률제어기의 실시간 구현 방법에 대한 새로운 알고리즘을 제안하며, 이를 실험적으로 확인하여 결과를 수록하였다.

2. 확률 영역 해석 과정

2.1 확률 제어기 구조

확률제어기의 구조를 살펴보면 다음의 [그림 1]과 같이 설명할 수 있다.

* 고려대학교 제어계측공학과 대학원
(Grad. Stud. Dept. of Control & Instrumentation Eng.)

E-mail : drlee@cie.korea.ac.kr

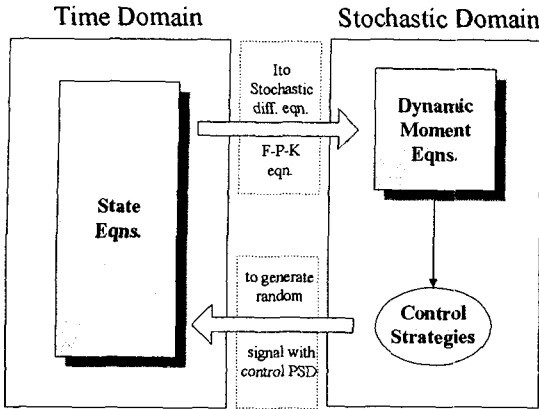
Tel) 02-3290-3995, Fax) 02-929-7808

** 고려대학교 제어계측공학과 대학원 박사과정

(Grad. Stud. Dept. of Control & Instrumentation Eng.)

*** 고려대학교 제어계측공학과 교수

(Professor Dept. of Control & Instrumentation Eng.)



[그림 1] 확률제어기의 개념도

2.2 확률 영역 해석

시스템 방정식은 식[2-1]과 같이 정의한다.

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = f(t) \quad [2-1]$$

$f(t)$: random disturbance(white noise)

백색잡음은 브라운(Brown) 운동의 미분형태로 나타날 수 있다. 또한 다음과 같은 특성을 갖는 위너(Wiener) 과정으로 가정한다.

$$\dot{z}(t) = \frac{dB_z(t)}{dt}$$

$$E[dB_z^2(t)] = D_z \Delta t$$

여기서 $B_z(t)$: 브라운운동 과정

D_z : PSD (power spectral density)를 말한다.

식[2-1]을 다음과 같은 좌표변환을 이용하여 확률 미분방정식의 형태로 구할 수 있겠다.

$$x = X_1 \quad \dot{x} = X_2$$

$$\dot{X}_1 = d\frac{X_1}{dt}$$

$$\rightarrow dX_1 = \dot{X}_1 dt = X_2 dt$$

$$\dot{X}_2 = d\frac{X_2}{dt}$$

$$\rightarrow dX_2 = \{ -\omega_n^2 X_1 - 2\zeta\omega_n X_2 + f(t) \} dt \quad [2-2]$$

F-P-K 과정은 내·외부 및 상호 영향적인 불규칙 교란에 노출되는 계의 확률밀도 함수의 거동을 해석하는 방법 중의 하나이다. 이러한 F-P-K 방정식의 해는 계 응답의 확률적인 거동을 제공해준다. F-P-K 방정식을 유도하는데는 두 가지의 기본적인 가정이 필요하다.

첫째, 교란되는 움직임이 불규칙 변동의 1차 미소 값의 중첩으로 연속적인 궤적의 형태로 표현될 수 있도록 불규칙 입력은 항상 충분히 작아야한다.

두 번째로 랜덤과정은 과거에 영향을 받지 않는 마코프 과정이어야 한다. 부유(1차증분모멘트)계수와 확산(2차증분모멘트)계수로 구성된 일반적인 형태의 F-P-K 방정식은 식 [2-3]과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial t} p(X, t)$$

$$= - \sum_{i=1}^n a_i(X, t) \frac{\partial}{\partial X_i} p(X, t) \quad [2-3]$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij}(X, t) \frac{\partial^2}{\partial X_i \partial X_j} p(X, t)$$

$$a_i(X, t)$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} E[x_i(t + \Delta t) - x_i(t)]$$

$$b_{ij}(X, t) \quad [2-4]$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} E[\{ x_i(t + \Delta t) - x_i(t) \} \{ x_j(t + \Delta t) - x_j(t) \}]$$

여기서 $a_i(X, t)$ 는 부유계수이고 $b_{ij}(X, t)$ 는 확산계수이다.

시간 영역에서의 시스템을 확률영역으로 해석하기 위해 식 [2-4]를 사용하여 다음과 같이 부유계수와 확산계수를 구할 수 있다.

$$a_1 = X_2,$$

$$a_2 = -\omega_n^2 X_1 - 2\zeta\omega_n X_2,$$

$$b_{11} = 0, \quad b_{12} = b_{21} = 0, \quad b_{22} = \sigma^2$$

F-P-K 방정식은 정상 백색잡음 형태의 불규칙 가진에만 사용할 수 있으며, 방정식의 해는 계 응답의 확률론적인 거동을 나타내어준다.

F-P-K 방정식의 정상(定常: stationary) 혹은 비정상(非定常: nonstationary) 확률밀도함수의 해를 구하는 대신, 모멘트 응답으로 나타내어지는 미분방정식의 형태로 표현할 수 있다. $\phi(X)$ 를 일반적인 좌표계 X에 대한 응답이라고 하면

$$\phi(X) = X_1^{k_1} X_2^{k_2} \cdots X_n^{k_n}$$

$$= \prod_{i=1}^n X_i^{k_i} \quad [2-5]$$

k_i 차 모멘트는 다음과 같이 표현된다.

$$m_{k_1, k_2, \dots, k_n}$$

$$= E[\phi(X)] \quad [2-6]$$

$$= \int \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(X) p(X, t) dX_1 dX_2 \cdots dX_n$$

위에서 구한 확산계수와 부유계수를 식 [2-3]에 대입하면 다음과 같은 확률영역에서의 모멘트 방정식을 구할 수 있다.

$$\dot{m} = A_m m + P_m D_z + B_m D_v \quad [2-7]$$

여기서 D_z 는 인가된 외란의 PSD이고, D_v 는 제어입력의 PSD이다.

$$m = [m_{10} \ m_{01} \ m_{11} \ m_{20} \ m_{02}]^T$$

확률 영역에서의 시스템 행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2\zeta\omega_n & -\omega_n^2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2\omega_n^2 & 0 & -4\zeta\omega_n \end{bmatrix} \quad [2-8]$$

확률 영역에서의 제어기 설계는 기존의 모든 제어 방법을 사용할 수 있으며, 본 논문에서는 일반적인 PID 제어기를 사용하였다.

2.3 실시간 적용 방법

- 확률 영역으로의 변환 알고리즘

시간 영역에서의 값을 확률영역의 모멘트로 변환하기 위해서 식[2-5]과 [2-6]을 이용하여 구할 수 있다.

$$m_{10} = E[X_1] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X_1 p(X) dX_1 dX_2$$

$$m_{01} = E[X_2] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X_2 p(X) dX_1 dX_2$$

$$m_{11} = E[X_1 X_2] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X_1 X_2 p(X) dX_1 dX_2 \quad [2-9]$$

$$m_{20} = E[X_1^2] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X_1^2 p(X) dX_1 dX_2$$

$$m_{02} = E[X_2^2] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X_2^2 p(X) dX_1 dX_2$$

위의 식을 실시간으로 구현하기 위해서 입력받은 변위를 이용하여, x_1 의 제곱 평균값을 구하면 확률 영역에서의 모멘트 m_{20} 을 구할 수 있다.⁽⁶⁾ 위의 과정을 거친다면 시간영역에서의 변위와 속도에 대한 확률영역에서의 모멘트를 모두 구할 수 있다.

- 시간 영역으로의 변환 알고리즘

확률영역에서 제어된 값은 PSD값의 형태를 갖는다. 이 값은 Monte Carlo 랜덤 신호 생성 알고리즘을 통해서 시간영역에서의 제어 신호로 바뀌게 된다. 사용된 알고리즘에서 시간 단축을 위하여 프로그램 최적화 방법을 이용하였으며, seed수는 1000개로 하였다. 또한 오름차순 정리를 하는데 있어서 정렬시간을 고려하여 퀵소트 알고리즘을 사용하였다.

3. 실험

3.1 실험 방법

본 연구에서 사용한 알루미늄 보와 압전세라믹의 재원은 다음의 표[1-1]과 [1-2]와 같다. 실험에 사용한 압전세라믹(작동기)은 Piezo System, Inc의 PSI-5A-S3 piezoelectric single sheet를 사용하였으며, 작동기는 알루미늄 보의 기저 부분에 설치하였다. 또한 시스템에 외란을 적용하기 위해서 B&K사의 Mini Shaker를 사용하였으며, 인가된 신호는 다양한 주파수를 가지는 백색잡음(white noise)이며, Monte Carlo방법을 사용하였다.

[표 1-1] 알루미늄 보의 재원

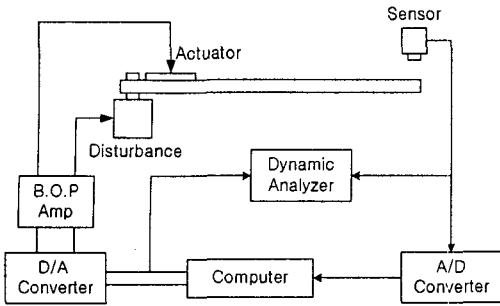
Parameter	Value
Length, L_b	0.3 [m]
Width, W_b	0.055 [m]
Thickness, T_b	0.0003 [m]
Density, ρ_b	2700 [kg/m ³]
Young's Modulus, E_b	69 [GPa]

[표 1-2] 압전세라믹(작동기)의 재원

Parameter	Value
Length, L_p	0.0546 [m]
Width, W_p	0.0546 [m]
Thickness, T_p	0.191×10^{-3} [m]
Density, ρ_p	7700 [kg/m ³]
Young's Modulus, E_p	70 [GPa]

감지기(Sensor)로는 마츠시타사의 레이저 센서(laser sensor)로써 LM100-ANL1651C를 사용하였으며 측정 값은 100mV/mm의 형태로 나타나며 알루미늄 보의 진동 변위를 mm 단위로 측정할 수 있다. 감지기는 알루미늄 보의 다중모드 진동을 가장 잘 측정할 수 있는 자유단 모서리에 설치하였다

알루미늄 보에 외란을 가하며, 작동기와 감지기로부터의 신호를 얻기 위해서, NI-6024 DAQ Card를 사용하였으며, Data Acquisition을 위한 감지기와 작동기의 샘플링 주파수는 1kHz를 사용하였다.

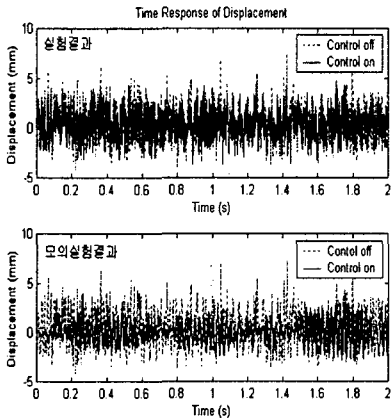


[그림 2] 실험 장치 구성도

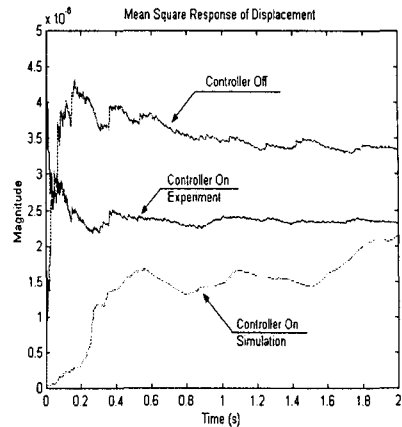
외란에 사용된 신호는 Data File로 저장하여 실험 시작 전 data를 입력받은 후 실험이 진행된다. 알루미늄 보에 외란을 적용하면, 그에 따른 시스템의 진동이 시작된다. 알루미늄 보의 다중 모드를 관찰할 수 있으며, 센서로부터 시스템의 변위를 입력받은 후 식[2-9]을 이용하여 확률영역에서의 모멘트 값을 얻을 수 있다. 이 값을 가지고 확률영역에서 제어기를 설계한 뒤 제어 이득 값을 Monte Carlo방법을 이용하여 시간영역의 랜덤 제어 신호를 생성한다. 이 때 사용한 제어기는 소프트웨어적으로 구성하였으며, 일반적인 PID방법을 적용하였다.

3.2 실험 결과

모의 실험 및 실제 실험을 통한 확률제어기의 성능을 비교하였다. [그림 3]은 시간에 대한 변위 응답이며, [그림 4]는 시간에 대한 변위의 제곱 평균값이다. 결과에서 보는 바와 같이 제어기를 사용하였을 경우 외란에 대한 응답 특성이 향상되었으며, 모의 실험 결과 보다 실제 실험 응답 특성이 좋지 않은 것은 센서 노이즈, 모의 실험 시 첫 번째 진동 모드만 고려한 모델링 오차 등의 영향이라 판단된다.



[그림 3] 확률제어기의 변위 응답



[그림 4] 확률제어기의 변위 제곱 평균 응답

4. 결 론

현재까지 제시된 확률제어기는 선형 및 비선형 모델에 다양한 제어방식을 적용하여 설계되어 왔으며, 제어방식의 가능성 및 성능이 확인되었다. 이러한 확률제어기의 실시간 구현을 위해 아직은 시작단계 이지만, 실시간으로 F-P-K 방정식의 해를 구하기 위한 알고리즘 및 확률영역의 PSD 제어 이득을 실시간 랜덤 제어 신호로 생성하는 방법을 이용한 실험으로 확률제어기의 성능 및 실시간 구현 가능성을 확인하였다.

추후 제시된 알고리즘의 개선을 통하여, 확률제어기의 성능 개선을 위한 연구를 지속적으로 수행할 예정이다.

참 고 문 헌

- (1) R. A Ibrahim, H. Heo, "Stochastic Response of Nonlinear Structures with Parameter Random Fluctuations" AIAA Journal Vol. 25, No.2, February 1987
- (2) N.C. Nigam, S. Narayanan, "Applications of Random Vibrations", Addison-Wesley, 1994
- (3) 한정엽, "확률론적 동력학계의 해석과 제어기법에 대한 이론 및 실험적 연구", 고려대학교, 석사학위 논문, 1996
- (4) 허훈, 조운현, 양재혁, "Stochastic Control on Random Parametric System.", Journal of Dynamic System and Control
- (5) Peter Hellekalek, "The WWW Virtual Library Random Numbers and Monte Carlo methods", University of Salzburg.
- (6) Peyton Z. Peebles, JR., "Probability, Random variables, and Random Signal Principles", McGraw-Hill.