

빔 단면형상에 대한 구조물 신뢰성 최적설계

Reliability Based Design Optimization for Section Shape of Simple Structures

임 준 수^{*} · 임 홍 재^{*} · 이 상 범^{*} · 허 승 진^{*}

Jun Su Lim, Hong Jae Yim, Sang Beom Lee, Seung Jin Heo

Key Words : Limit State Function(성능평가함수), Probability Density Function(확률밀도함수), Reliability Based Design Optimization(신뢰성 최적설계), Response Surface Method(반응표면법)

ABSTRACT

In this paper, a reliability-based design optimization method, which enables the determination of optimum design that incorporate confidence range for structures, is studied. Response surface method and Monte Carlo simulation are utilized to determine limit state function. The proposed method is applied to the I-type steel structure for reliability based optimal design.

1. 서 론

일반적으로 최적설계에서는 설계에 대한 구속조건을 나타내는 유용영역의 경계조건에서 목적함수의 최소값을 찾기 때문에 목적함수 및 구속조건함수를 구성하는 설계변수의 예상치 못한 변화로 인하여 구속조건을 위배할 가능성이 있다⁽¹⁾. 이러한 의도치 않은 변화의 가장 대표적인 예로는 생산과정에서의 부재의 치수나 형상이 정확한 설계 값으로 생산되지 못할 때 발생할 수 있다. 이러한 생산과정의 오차는 설계변수 값의 변화를 의미하고 이는 곧 설계변수로 이루어진 목적함수 및 구속조건함수의 변화를 초래하게 된다. 특히 목적함수 및 구속조건함수 안에서 이러한 설계변수의 차수가 높은 경우, 즉 민감도가 큰 경우에는 설계변수의 변동에

의해 전체 시스템의 성능에 심각한 문제를 발생시킬 수 있다. 이러한 문제점을 보완하기 위해 설계변수의 확률론적 개념을 고려한 신뢰성 최적설계(reliability based design optimization: RBDO)의 개념이 등장하였다⁽²⁻³⁾.

신뢰성 최적설계를 수행하기 위해서는 시스템의 성능을 명시적으로 표현하는 근사화 기법이 필요한데 이를 위해 일반적으로 실험계획법(design of experiments: DOE)을 이용하게 된다⁽⁴⁾.

본 논문에서는 산업현장에서 흔히 사용되는 I-형강을 사용한 구조물에 대하여 설계자가 설정한 신뢰수준 범위 내에서 요구하는 반응특성을 얻기 위한 신뢰성 최적설계를 수행한다. 이를 위해 반응특성을 하중의 작용에 따른 변위로 선택하고 이를 명시적 함수로 표현하기 위해 실험계획법 및 몬테카를로 시뮬레이션을 이용하여 변위에 대한 근사적 명시함수를 구한다. 명시적 근사함수를 최적설계 프로그램 DOT⁽⁵⁾를 이용하여 신뢰성 최적설계를 수행한다.

* 국민대학교 자동차공학 전문대학원

E-mail: lim7516@hanmail.net

Tel: (02)912-4045, Fax: (02)910-4718

2. 신뢰성 공학의 이론 및 적용

2.1 신뢰성 이론

구조물의 신뢰도는 구조 시스템이 원하는 성능에 얼마나 만족하는지를 나타내는 성능지수로 나타낼 수 있으며 요구하는 설계 영역을 만족할 확률로서 표현된다. 이러한 신뢰성을 평가하기 위해서는 여러 가지 방법을 적용할 수 있다.

본 연구에서는 신뢰성을 평가하고자 하는 대상에 대한 성능함수를 찾아서 성능함수에 대해 신뢰성을 평가하는 해석적 방법을 사용하였다.

불확정성을 포함하는 구조물의 해석적 방법을 통한 신뢰도 평가를 위해서는 위에서 언급했듯이 성능에 대해 평가할 수 있는 함수가 존재해야 한다. 이를 성능 평가 함수(limit state function) $g(z)$ 라고 정의하면 여기에서 z 는 확률 변수를 의미한다. $g(z) = 0$ 인 구간이 존재하게 되는데 이는 실패영역(failure region)과 안전영역(safe region)으로 나누어지는 제한영역(limit state)을 의미한다. 실패할 확률을 $g(z) \geq 0$ 영역으로 정의한다면 안전 영역 안에 들어 올 확률은 다음과 같이 나타낼 수 있다⁽⁶⁻⁷⁾

$$P_f = P\{g(z) \leq 0\} = \int_{\Omega} f_z(z) dz \quad (1)$$

여기에서 Ω 는 실패 적분 영역을 의미하며 $f_z(z)$ 는 상관 확률 밀도 함수(joint probability density function)를 나타내고 있다. 그러나 실제 해석적 방법을 통한 공학적 문제의 신뢰성 평가에서는 식 (1)의 상관 확률 밀도 함수에 대해 정확히 알고 있지 못하므로 성능 평가 함수를 1차 또는 2차로 근사하여 신뢰성을 평가하는 해석적인 방법을 사용하고 있다. 이러한 근사적 해석을 위해서 Rackwitz와 Fissler에 의하면 성능평가 함수인 $g(z)$ 는 테일러 급수 전개(Taylor's series expansion)를 통해 다음과 같이 근사화 할 수 있다.

$$\begin{aligned} g(z) &= g(\mu) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial z_i} \right) \cdot (z_i - \mu_i) + H(z) \\ &= a_0 + \sum_{i=1}^n a_i z_i + H(z) = g_1(z) + H(z) \end{aligned} \quad (2)$$

위의 식 (2)로부터 성능 평가 함수의 평균값과 분산값은

$$\mu_g \approx a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \cdot \mu_{z_i}, \quad \sigma_g^2 \approx \sum_{i=1}^n a_i^2 \cdot \sigma_{z_i}^2 \quad (3)$$

으로 정의되며 식 (3)으로부터 구한 평균과 분산을 이용해서 신뢰성 지수 β (reliability index)를 구할 수 있다.

$$\beta = \frac{g(\mu)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial z_i} \right)^2 (\sigma_{z_i})^2}} = \frac{\mu_g}{\sigma_g} \quad (4)$$

Fig. 1은 실패 영역에서의 MPP(most probable point) 탐색과 MPP 실패함수의 근사화를 1차식으로 가정한 FORM(first-order reliability method)에 대해 보여주고 있다.

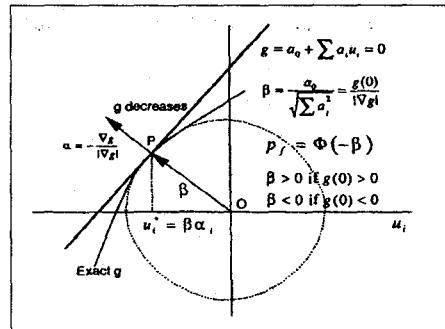


Fig. 1 FORM(first order reliability method)

2.2 확정론적 최적설계

구조물의 확정론적 최적설계 방법에 대해 수식을 전개를 하면 다음과 같다.

Minimize $F(d)$

Subject to $G_j(d) \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots$

$H_k(d) = 0 \quad k = 1, 2, \dots$

$(d_i)^L < d_i < (d_i)^U \quad i = 1, 2, \dots$ (5)

식 (5)에서 $F(d)$ 는 목적함수, $G_j(d)$ 는 부등호 구속 조건(inequality constraint), $H_k(d)$ 는 등호 구속조건(equality constraint)이며 d_i 는 설계변수이고 $(d_i)^L$ 및 $(d_i)^U$ 는 설계 변수가 가지는 최소, 최대값을 나타내는 주변 구속 조건으로 정의된다.

본 연구에서는 보 구조물의 목적함수인 무게를 최소화하고 변위에 대한 구속조건을 만족하는 범위 내에서 하중작용에 따른 변위에 대해 반응표면법(response surface method)을 사용하여 근사적으로 수식화하고 이를 이용하여 최적설계를 수행한다.

위에서 언급한 방법으로 확정론적 최적 설계를 수행하면 설계 변수인 단면의 두께에 대해 최적값을 찾을 수 있다. Fig. 2에 본 연구에서 이용한 I-형 구조물의 하중조건과 경계조건을 나타내고 있으며 Fig. 3은 초기 단면형상을 나타내고 있다.

Fig. 4는 MSC/NASTRAN⁽⁸⁾을 이용한 정적해석 결과를 나타내고 있다.

최적설계 조건으로서 목적함수는 구조물 질량을 최소화하는 것으로 설정하였고, 구속조건은 구조물의 노드 3에 대한 y방향 최대변위가 60mm보다 작게 발생하도록 설정하였으며, 설계변수는 Fig. 3에서 나타낸 범 단면형상의 각 치수인

h , w_1 , w_2 , t_1 , t_2 , t_3 를 각각 설정하였다. 이와 같은 방법으로 최적 설계를 수행하여 설계 변수인 빔 단면의 치수들을 구 할 수 있었다. Fig.5 는 최적설계 수행에 따른 무게 이력을 나타낸다.

최적설계 수행결과, 변위는 구속조건인 60mm를 만족하며 목적함수인 질량은 31,280 kg에서 8,996 kg으로 크게 감소하였다. Fig. 6과 Table 1에 최적설계가 수행된 후의 결과값들을 보여주고 있다.

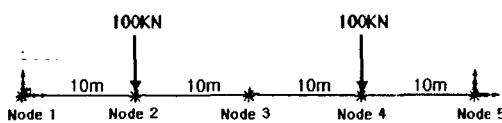


Fig. 2 Load and boundary conditions of beam structure

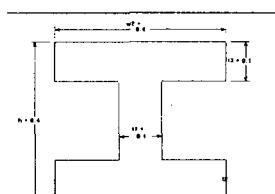


Fig. 3 Initial shape of beam section

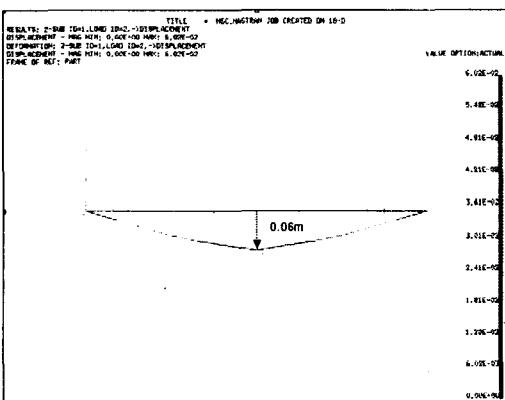


Fig. 4 Deformation result

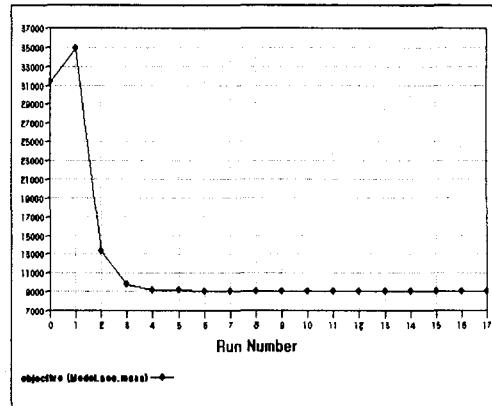


Fig. 5 Design objective history

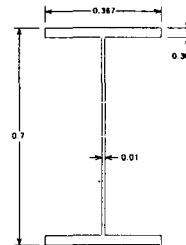


Fig. 6 Optimized section shape

Table 1 Comparison of design objective and design constraint

	initial	optimized
displacement (mm)	82.72	60.00
mass (kg)	31,280	8,996
I_z ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	0.001933	0.002726

2.3 신뢰성 최적 설계

신뢰성을 고려한 최적설계는 확정론적 최적설계에 설계변수의 불확정성이 고려된 설계이다. 구조물의 설계변수에 따른 최대변위의 특성을 MINITAB을 이용하여 근사적으로 수식화 하였다. 설계변수 값을 바꿔가며 MSC/NASTRAN을 이용하여 50회 실행하였다. 실행한 결과의 일부를 Table 2에 나타내었으며 이러한 과정을 통해 결정된 최대 변위(MD)의 근사함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
MD = & 10736508 + 2043674 * h + 343183222 * t_1 \\
& - 8469968 * t_2 - 43586938 * t_3 - 6567089 * w_1 \\
& - 96841224 * w_2 - 5.13334 * h^2 - 566897969 * t_1^2 \\
& - 22.6488 * t_2^2 - 13.9062 * t_3^2 - 1.55007 * w_1^2 \\
& + 37408299 * w_2^2 + 68541355 * h * t_1 - 13.9249 * h * t_2 \\
& - 12.3581 * h * t_3 - 2.84806 * h * w_1 - 17606955 * h * w_2 \\
& - 284070210 * t_1 * t_2 - 1461839259 * t_1 * t_3 \\
& - 220250186 * t_1 * w_1 - 3.72235 * t_2 * t_3 \\
& - 4.30171 * t_2 * w_1 + 72972159 * t_2 * w_2 \\
& - 3.28365 * t_3 * w_1 + 375518338 * t_3 * w_2 \\
& + 56578028 * w_1 * w_2
\end{aligned}$$

설계 변수에 대한 분포형태, 평균값, 그리고 표준편차는 Table 3과 같이 가정하였다. 설계변수 평균값은 최적설계에서 구해진 값을 이용하였다.

Table 2 Comparison of maximum displacement

$h(m)$	$t_1(m)$	$t_2(m)$	$t_3(m)$	$w_1(m)$	$w_2(m)$	최대변위 (m)	근사식에 의한최대 변위(m)	오차
0.19	0.01	0.08	0.07	0.47	0.16	-1.07	-1.12	4.40%
0.29	0.11	0.11	0.11	0.54	0.56	-0.15	-0.16	4.48%
0.39	0.05	0.12	0.14	0.19	0.32	-0.14	-0.15	5.43%
0.19	0.04	0.07	0.02	0.23	0.26	-1.74	-1.65	5.82%
0.19	0.01	0.07	0.05	0.42	0.17	-1.32	-1.41	6.98%
0.18	0.03	0.08	0.06	0.31	0.25	-1.21	-1.26	4.11%
0.23	0.14	0.13	0.10	0.29	0.67	-0.13	-0.13	1.97%
0.29	0.12	0.06	0.13	0.31	0.57	-0.22	-0.22	3.55%
0.30	0.07	0.11	0.12	0.33	0.41	-0.21	-0.21	2.89%
0.34	0.14	0.12	0.01	0.51	0.65	-0.14	-0.14	4.92%

Table 3 Distribution of design variables

	h	t_1	t_2	t_3	w_1	w_2
distribution	normal	normal	normal	normal	normal	normal
mean value (m)	0.7	0.367	0.367	0.01	0.03	0.03
standard deviation	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005

NESSUS⁽⁹⁾에 적용한 성능평가함수는 다음과 같다. 여기서 안전영역은 최대변위가 0.06m보다 작을 경우를 안전영역으로 설정하였다.

$$g(y) = 0.06 - 10736508 + 2043674 * h + 343183222 * t_1 \\
- 8469968 * t_2 - 43586938 * t_3 - 6567089 * w_1$$

$$\begin{aligned}
& - 96841224 * w_2 - 5.13334 * h^2 - 566897969 * t_1^2 \\
& - 22.6488 * t_2^2 - 13.9062 * t_3^2 - 1.55007 * w_1^2 \\
& + 37408299 * w_2^2 + 68541355 * h * t_1 - 13.9249 * h * t_2 \\
& - 12.3581 * h * t_3 - 2.84806 * h * w_1 - 17606955 * h * w_2 \\
& - 284070210 * t_1 * t_2 - 1461839259 * t_1 * t_3 \\
& - 220250186 * t_1 * w_1 - 3.72235 * t_2 * t_3 \\
& - 4.30171 * t_2 * w_1 + 72972159 * t_2 * w_2 \\
& - 3.28365 * t_3 * w_1 + 375518338 * t_3 * w_2 \\
& + 56578028 * w_1 * w_2
\end{aligned}$$

Fig. 7과 Table 4는 신뢰도가 95%일 경우 신뢰성 최적설계의 결과를 나타낸다. Table 4에서 보는 바와 같이 구조물의 빔 단면형상을 신뢰성을 고려하여 평가하면 최대변위는 더욱 감소됨을 볼 수 있다. 그러나 해석결과 무게는 약간 증가된 것으로 나타났다. 또한 빔의 치수는 t_1 에서 가장 많은 증가를 보였다.

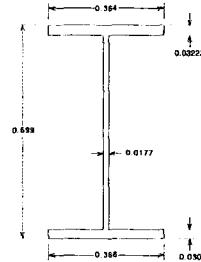


Fig. 7 Beam section shape after reliability based design optimization

Table 4 Comparison of design variables

	max displacement (m)	design variables (m)					
		h	w_1	w_2	t_1	t_2	t_3
initial	0.083	0.400	0.400	0.400	0.100	0.100	0.100
deterministic optimization	0.060	0.700	0.367	0.367	0.010	0.030	0.030
RBDO (95%)	0.057	0.699	0.366	0.364	0.017	0.030	0.032

3. 결 론

본 연구에서는 I-형강 보 구조물의 변위 구속조건에 대한 신뢰성을 고려한 신뢰성 최적설계 기법을 제시하였다. 본 연구를 통하여 신뢰성을 고려한 최적설계에서 몬테카를로 시뮬레이션을 이용하여 빔 단면을 구성하는 설계변수의 확률분포는 정규분포임을 알 수 있으며 기존의 확정론적 최적설계의 결과와는 달리 신뢰성 지수에 따른 최적화 된 값을 얻

을 수 있었다. 이러한 결과들을 이용하여 생산 원가와 제품에 대한 신뢰성을 적절히 고려하여 생산한다면 원가 및 신뢰성을 고려한 제품을 생산할 수 있을 것이다.

후기

이 논문은 2002년도 두뇌한국21 사업에 의하여 지원되었음.

참고문헌

- (1) C.Onwubiko, 2000, *Introduction to Engineering Design Optimization*, Prentice Hall.
- (2) J.S.Siddal, 1983, *Probabilistic Engineering Design*, Marcel Dekker Inc.
- (3) S.S.Rao, 1992, *Reliability-Based Design*, McGraw Hill Inc.
- (4) D.C.Montgomery, 2001, *Design and Analysis of Experiments*, John Willey & Sons Inc.
- (5) "DOT User's Manual Ver.5.0", 1999, Vanderplaats Research Institute.
- (6) P.B.Thanedar and S.Kodiyalam, 1992, "Structural Optimization Using Probabilistic Consideration", Structural Optimization 4, pp.236-240.
- (7) 최진호, 1998, "평면 기구의 기계적 오차 및 신뢰도 해석에 의한 공차 최적 설계", 박사학위 논문, 한양대학교.
- (8) "MSC/NASTRAN Design Sensitivity and Optimization User's Guide", 1993, MacNeal Schwendler Co.
- (9) "Getting started manual NESSUS and FPI", 1998, Southwest Research institute.