

대화식 다목적 최적화 기법을 이용한 유한요소 모델 개선 Finite Element Model Updating using Interactive Multiobjective Optimization Technique

김 경 호* · 박 윤 식**
Gyeong-Ho Kim and Youn-sik Park

Key Words : Finite Element Model(유한요소 모델), Model Updating(모델 개선), Interactive Multiobjective Optimization(대화식 다목적 최적화)

ABSTRACT

일반적으로 유한요소 모델로부터 구한 해석결과는 대상 구조물의 모드 실험결과와 오차를 보인다. 이러한 오차로 인해서 유한요소 모델의 효용성에 한계가 발생하게 되면, 모델의 신뢰성을 높일 수 있도록 모델을 보정하는 절차가 필요하다. 유한요소 모델 개선은 이러한 오차를 줄이기 위해서 유한요소 모델을 변경하는 체계적인 접근법이다. 유한요소 모델에서 변경할 수 있는 매개변수의 개수는 실험결과의 개수보다 훨씬 많으므로 실험결과와 일치되는 개선된 모델의 수는 무한하다고 할 수 있다. 그러나, 개선된 유한요소 모델이 물리적 타당성을 갖도록 매개변수의 선택과 변경에 제한을 주면 초기 유한요소 모델에 비해서 실험결과와의 오차가 개선된 근사해만 존재하게 된다. 따라서, 모델 개선 과정을 통해서 구한 개선된 모델은 오차의 평가기준 또는 목적함수에 따라서 정해진 다양한 근사해 중 하나이다. 기존의 모델 개선 방법에서는 실험결과와의 오차를 나타내는 단 하나의 평가기준 또는 목적함수를 사용하고 이를 최소화하는 모델을 구한다. 최적화 결과를 얻기 전에는 사용된 평가기준이 타당한지 검토할 수 없으므로 대부분의 경우, 시행착오 방법으로 목적함수를 설정하게 된다. 본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해서 다목적 최적화 개념을 이용한 평가기준을 소개하고 특히, 대화식 다목적 최적화 기법을 이용하여 유한요소 모델을 개선한다.

1. 서 론

유한요소(finite element, FE) 모델 개선은 모델을 변경하여 모델의 해석결과와 실험결과와의 오차를 줄이는 과정으로 역문제의 일종이다. FE 모델 개선 방법은 모델을 변경하는 방법에 따라서 크게 두 가지로 나눌 수 있다^(1, 2). 하나는 직접적인 방법(direct methods)으로 FE 모델의 질량 및 강성행렬을 직접적으로 바꾸는 방법이다. 이러한 방법으로 개선된 모델의 해석결과는 불완전한(incomplete) 실험결과와 일치하지만 대부분의 경우, 개선된 모델은 물리적으로 타당하지 않기 때문에 구조동역학 분야에서는 사용되지 않는다. 다른 방법으로 FE 모델의 밀도, 탄성계수, 두께 또는 부행렬 보정계수(substructure parameter) 등의 매개변수를 조정하여

간접적으로 모델을 변경하는 매개변수 방법(indirect or parametric methods)이 있다. 여러 매개변수 방법의 공통점은 모델의 해석결과와 실험결과와의 오차를 나타내는 평가기준(criterion) 또는 목적함수를 설정하고 이를 최소화하는 매개변수를 반복적인 방법으로 구한다는 것이다. 결국 이와 같은 문제는 유 제한조건 최적화 문제(constrained optimization problem)라고 할 수 있다.

FE 모델 개선에서 목적함수는 주로 모델의 해석결과와 실험결과와의 차이에 가중치를 준 합으로 설정된다. 구조동역학 분야에서 이러한 차이를 평가하는데 쓰이는 물리량은 고유진동수, 모드형상 또는 주파수 응답함수 등이 있다. 목적함수의 가중치는 개별적인 실험결과의 중요성 또는 정확성에 따라 달리 설정할 수 있지만 이를 수치적으로 표현하기는 매우 힘들다. 예를 들어서 첫 번째 고유진동수의 오차를 줄이기 위해서 가중치를 많이 주고 모델을 개선한 결과, 두 번째 고유진동수와 모드형상의 오차는 만족스럽지 못할 경우가 있다. 이러한

* 정회원, 한국과학기술원 기계공학과
E-mail : gyeong@kaist.ac.kr
Tel : (042) 869-3060, Fax : (042) 869-8220
.. 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

경우, 가중치를 조정하여 만족스러운 모델 개선결과를 얻을 때까지 최적화 문제를 다시 풀어야 한다. 또 물리량이 다른 실험결과를 가중치를 이용하여 평가하는 것에는 한계가 있기 때문에 가중치를 설정하는 일반적인 방법은 존재하지 않고, 보통 만족스러운 결과를 얻을 때까지 최적화 문제를 반복적으로 푸는 시행착오에 의존한다. 이러한 문제점을 해결하기 위해, 본 연구에서는 다목적 최적화(multiobjective optimization) 개념을 도입하였다. 기존의 연구에서는 하나의 평가기준 또는 목적함수를 이용하여 이에 적합한 해를 구하는 방법을 사용하였지만, 제안된 방법을 사용하면 관심의 대상이 되는 여러 가지 평가기준 또는 다목적 함수(multiobjective function)를 설정하고 이를 최소화하는 파레토 최적해(Pareto optimal)를 구할 수 있다. 다목적 최적화 문제를 다룰 수 있는 여러 가지 방법 중, 본 연구에서는 대화식(interactive) 다목적 최적화 방법을 사용하여 FE 모델을 개선하였다.

2. 다목적 최적화

단일목적 최적화(single-objective optimization) 기법은 하나의 평가기준을 최소화 또는 최대화하기 위해 고안되었으며, 그 동안 여러 공학적 문제에 성공적으로 적용되었다. 그러나, 많은 실질적인 문제에서 평가기준이 하나일 수는 없고 또 이러한 평가기준이 서로 대립적일 경우, 평가기준을 하나로 대체하는 것이 불합리한 경우가 있다. 다목적 최적화 기법은 이러한 문제를 위해 도입되었다. 단일목적 최적화 문제의 목적은 하나의 목적함수를 최소화 또는 최대화하는 하나의 설계변수를 찾는 것으로 명확하다. 다목적 최적화 문제의 목적은 '파레토 최적해(Pareto optimal)'를 찾는 것으로 이의 개념은 아래에서 설명하기로 한다.

2.1 기본 개념⁽³⁾

목적함수 F_1 과 F_2 를 동시에 최소화하는 문제에서 다음과 같은 5개의 가용해(feasible solution)가 존재한다고 가정하자.

- $A = (2, 10)$ (F_1, F_2)
- $B = (4, 6)$
- $C = (8, 4)$
- $D = (9, 5)$
- $E = (7, 8)$

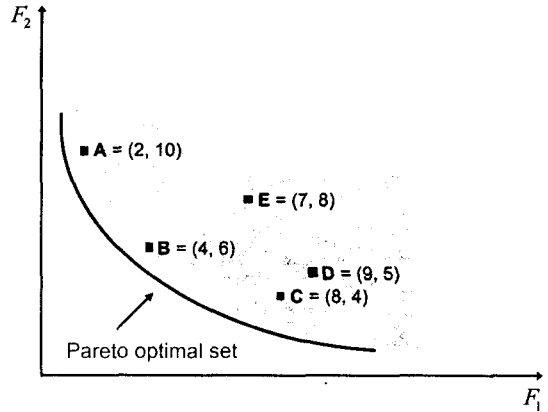


Fig. 1 Illustration of multiobjective optimization.

위의 5개의 가용해가 Fig. 1에 도시되어 있다. 이들 중 A , B 또는 C 를 선택하는 것은 바람직하다고 할 수 있지만 이들 간의 우열은 판별할 수 없다. F_1 에 많은 가중치를 준다면, A 가 최선의 선택이고 반대로 F_2 에 많은 가중치를 주면 C 가 최선의 선택이다. B 는 F_1 과 F_2 에 비슷한 가중치를 준다면, 최선의 해가 될 수 있다. 이러한 가용해를 'nondominated solution'이라고 부른다. 반면에 D 와 E 를 선택하는 것은 바람직하지 못하다. 왜냐하면, E 에 비해서 두 함수 값이 모두 작은 B 가 존재하고 D 에 비해서 두 함수 값이 모두 작은 C 가 존재하기 때문이다. 이러한 D 와 E 는 'dominated solution'이라 불린다. 일반적으로 다목적 최적화 문제에서는 단 하나의 해가 존재하지 않고 nondominated solutions 집합이 존재한다. 이러한 해를 파레토 최적해(Pareto optimal)라고 부른다.

일반적으로 다목적 최적화 문제는 벡터함수를 최소화 또는 최대화하는 설계변수를 찾는 문제로 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \text{minimize } \{F_1(x), F_2(x), \dots, F_n(x)\} \quad (1) \\ & \text{subject to } g(x) \leq 0 \end{aligned}$$

여기서, x 는 설계변수 벡터, $F_i(x)$ 는 i 번째 목적함수 그리고 $g(x)$ 는 제한조건을 나타낸다. 가용해 x^* 가 다음을 만족할 때 파레토 최적해라고 불린다.

가용해 x^* 가 존재하여 모든 $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ 에 대하여 $F_i(x) \leq F_i(x^*)$ 이고 적어도 하나의 i 에 대

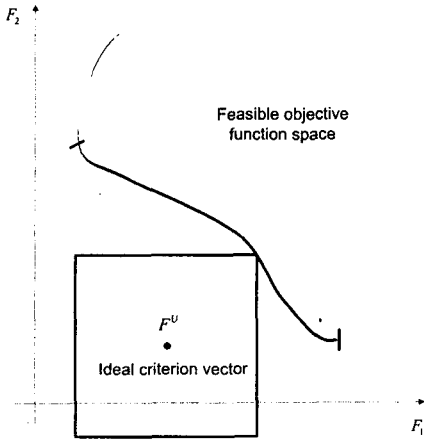


Fig. 2 Tchebychev problem.

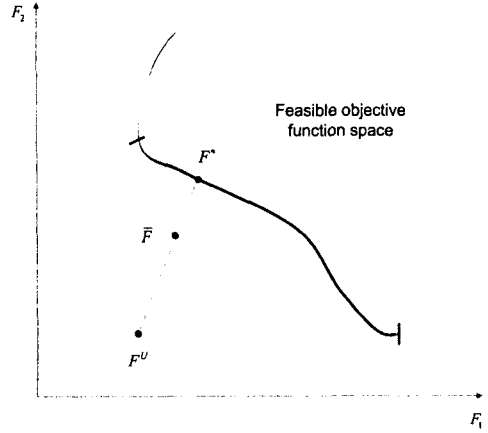


Fig. 3 Weighted Tchebychev problem.

하여 $F_i(x) < F_i(x^*)$ 이 되는 가용해 x 가 존재하지 않으면 x^* 는 파레토 최적해 이다.

Fig. 1 에서 빗금 친 영역은 가용영역을 나타내고 굵은 실선은 파레토 최적해를 나타낸다. 다목적 최적화 문제의 목적은 파레토 최적해 집합 또는 이의 일부를 구하는 것이다.

FE 모델 개선에 이와 같은 다목적 최적화 기법을 사용하면, 가중치를 이용해서 평가하는 기존의 불합리한 방법에서 오는 어려움을 해결할 수 있고 파레토 최적해에서 가장 합리적인 해를 구할 수 있게 된다.

2.2 대화식 다목적 최적화 기법⁽⁴⁾

다목적 최적화 문제를 다룰 수 있는 여러 가지 알고리즘이 개발되었다. 이들 중에는 다목적 유전자 알고리즘과 같이 파레토 최적해 집합을 먼저 계산하고, 이후에 가장 적합한 해를 선택하는 방법이 있다. 계산된 파레토 최적해를 상호 비교하여 모델 개선 목적에 가장 적합한 결과를 선정할 수 있지만, 이와 같은 방법은 전체 파레토 최적해를 계산하기 때문에 최적화 과정에 많은 비용과 시간이 요구된다. 초기 FE 모델의 실험결과와의 상관관계 그리고 모델의 사용 목적에 따라 다르지만, 개선된 모델에서 요구되는 실험결과와의 상관관계를 최적화 과정 전에 미리 결정할 수 있다. 따라서, 본 연구에서는 파레토 최적해 집합 중, 개선된 모델의 요구조건 (aspiration level)을 만족시키는 일부 해만 효과적으로 계산하는 대화식 다목적 최적화 기법(interactive multiobjective optimization procedure, IMOOP)을 도입하였다. 식 (1)과 같은 다목적 최적화 문제의 특수한 경우라고 할 수 있는 아래와 같은 문제를 고려하자.

$$\begin{aligned} & \text{minimize } \max_{i=1, \dots, k} [F_i(x) - F_i^u] \\ & \text{subject to } g(x) \leq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, $F^u = \{F_1^u, F_2^u, \dots, F_n^u\}$ 는 각각의 목적함수를 최소화 했을 때 또는 최소라고 추정되는 다목적 함수값을 나타낸다(ideal or utopia point). 따라서 F^u 는 비가용(infeasible) 영역에 나타난다. 식(2)는 Tchebychev 문제라고 불리며, Fig. 2 와 같은 파레토 해를 구한다. 즉, F^u 에 중심을 둔 정사각형이 파레토 최적해 집합과 접하는 지점을 해로 계산한다. 식 (2)에 기반을 둔 IMOOP 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \text{minimize } \max_{i=1, \dots, k} \left[\frac{1}{\bar{F}_i - F_i^u} |F_i(x) - F_i^u| \right] \\ & \text{subject to } g(x) \leq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, $\bar{F} = \{\bar{F}_1, \bar{F}_2, \dots, \bar{F}_n\}$ 는 최적화된 다목적 함수의 기대값(aspiration level)을 나타낸다. 식 (3)은 Fig. 3 와 같은 파레토 최적해를 계산한다. 즉 파레토 최적해 집합 중, 목적함수 영역에서 F^u 와 \bar{F} 를 지나는 직선과 만나는 지점을 해로 구한다. 따라서, IMOOP 를 사용하면 전체 파레토 최적해를 구하는 대신, 기대값 \bar{F} 에 가까운 최적해를 구할 수 있게 되어 최적화 비용과 시간을 줄일 수 있다. 식 (3)에서 다목적 함수는 미분 불가능한 형태이다. 이와 같은 문제는 아래와 같이 목적함수가 미분 가능한 단일 목적 최적화 문제의 형태로 변경이 가능하다. 따라서, 기존의 단일 목적 최적화 알고리즘을 활용하여 원하는 파레토 최적해를 용이하게 구할 수 있게 된다.

$$\begin{aligned} & \text{minimize } z + \alpha \sum_{i=1}^k \frac{1}{\bar{F}_i - F_i^U} F_i(x) \\ & \text{subject to } z \geq \frac{F_i(x) - F_i^U}{\bar{F}_i - F_i^U} \text{ for all } i = 1, \dots, k, \quad (4) \\ & g(x) \leq 0. \end{aligned}$$

여기서, α 는 목적함수가 최적해로 잘 수렴될 수 있도록 충분히 작은 수(예, 10^{-6})로 설정된다.

기대값을 너무 높게 설정한 경우(Fig. 5), 최적화 과정에서 구한 해는 기대값과 많은 차이를 보이게 되며 따라서 최적화 요구조건에 적합하지 않는 경우가 있다. 이와 같은 경우, 기대값을 좀 더 현실적인 값으로 변경하고 최적화 문제를 다시 풀어야 할 것이다. 현재의 최적해에서 목적함수의 민감도 정보를 이용하면, 아래와 같이 정의되는 목적함수 사이의 trade-offs 를 구할 수 있게 된다. 최적해 x^* 에서의 trade-offs 는

$$\begin{aligned} \lambda_{ij} &= \lambda_{ij}(x^*, d^*) = \lim_{\alpha \rightarrow 0^+} \Lambda_{ij}(x^* + \alpha d^*, x^*) \\ &= \frac{F_i(x^* + \alpha d^*) - F_i(x^*)}{F_j(x^* + \alpha d^*) - F_j(x^*)} = \frac{\nabla F_i(x^*)^T d^*}{\nabla F_j(x^*)^T d^*} \quad (5) \end{aligned}$$

로 정의된다. 이는 현재의 최적해 x^* 에서 목적함수의 변화가 다른 목적함수에 미치는 영향을 나타내는 것으로 불만족스러운 최적해에서 현실성 있는 기대값을 다시 설정하는데 활용될 수 있다.

IMOOP 를 적용한 하나의 예로서 아래와 같은 다목적 최적화 문제를 고려하자.

$$\begin{aligned} & \text{minimize } \{F_1(x), F_2(x)\} \\ & = \{2 + (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2, 9x_1 - (x_2 - 1)^2\} \quad (6) \\ & \text{subject to } x_1^2 + x_2^2 \leq 225, \\ & \quad x_1 - 3x_2 + 10 \leq 0, \\ & \quad -20 \leq x_1 \leq 20, \\ & \quad -20 \leq x_2 \leq 20. \end{aligned}$$

가용 영역과 파레토 최적해 집합은 Fig. 4 에 나타나 있다. Fig. 4 에서와 같이, $F^U = \{0, -300\}$ 로 설정하였으며, 기대값 $\bar{F} = \{300, -150\}$ 으로 가정하였다. 최적화 결과는 $F^* = \{200, -200\}$ 로 기대값보다 우수한 결과를 보인다. 그러나, 이들 함수값은 기대값과 많이 차이를 보인다. 최적해에서의 trade-offs 정보를 사용하면, 현실적인 기대값을 설정할 수 있게 된다. $\lambda_{12}(x^*) = -0.999$ 이므로 새로운 기대값을 $F^U = \{100, -100\}$ 로 가정하였다. 최적화 결과는 새롭게 설정된 기대값과 거의 동일하

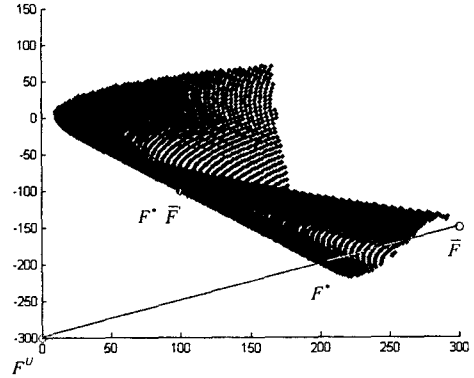


Fig. 4 Example of Paeto optimal.

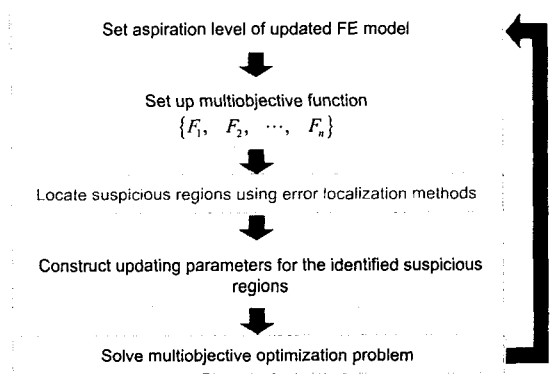


Fig. 5 Finite element model updating procedure.

게 나왔다(Fig. 4).

3. 유한요소 모델 개선

본 장에서는 FE 모델 개선 과정에 대하여 개략적으로 살펴보고, 이를 적용한다.

3.1 모델 개선 절차

IMOOP 를 이용한 FE 모델 개선 절차는 Fig. 5 와 같다. 우선 초기 FE 모델의 실험결과와의 상관관계를 파악하고, 모델을 개선할 필요가 있다고 판단되면 모델의 사용목적에 맞도록 개선된 모델의 기대치를 설정한다. 실험결과와의 상관관계에 따라서 다목적 함수와 제약조건을 설정한다. 물리적으로 타당한 모델로 개선하기 위해서는 모델링 오차가 포함된 영역을 찾아내고 그 영역에 대해새 모델을 변경하는 것이 필요하다. 이러한 목적을 위해서 오차위치측정(error localization) 방법을 활용할 수 있다. 마지막 단계로 다목적 최적화 문제를 풀고 구한 최적해를 평가하게 된다. 만일 구한 최적해가 기대치를 만족시키지 못할 경우, 목

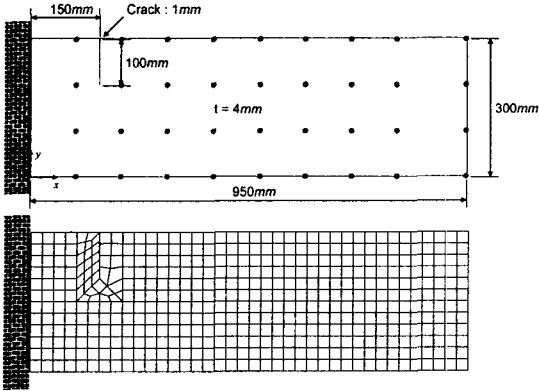


Fig. 6 Simulated test plate with a crack.

Table 1 Modal properties of test plate and initial FE model.

Mode no.	Experimental natural frequency (Hz)	Initial FE natural frequency (Hz)	Relative error (%)	MAC value
1	3.6011	3.7721	4.7488	1.0000
2	22.7184	23.5895	3.8346	0.3443
3	23.7103	24.5476	3.5315	0.5100
4	65.0973	66.3571	1.9352	0.9501

적함수 사이의 trade-offs 정보를 활용하여 기대치를 수정하고 최적화 문제를 푸는 과정을 반복하게 된다.

3.2 모델 개선 예제

모델 개선 예제로서 Fig. 6 과 같은 가상적인 평판을 고려하자. 그림에서 볼 수 있듯이 평판의 좌측 상단에는 폭 1mm, 깊이 10cm의 균열(crack)이 있다. 실험적 모드 매개변수를 얻기 위해서 그림에서처럼 균열을 포함한 상세한 FE 모델을 생성하였다. 유한 요소의 개수는 466 이며 총 자유도수는 3126 이다. 36 개 지점에서 평판에 수직방향으로의 진동이 측정되었다고 가정한다. 초기 FE 모델은 Fig. 7 과 같이 단순한 모델이다. 유한요소의 개수는 114 이며 총 자유도수는 840 이다. 초기 FE 모델에는 균열이 모델링 되지 않았기 때문에 실험결과와의 차이를 나타낸다. Table 1 은 초기 FE 모델의 해석결과와 실험결과를 비교한 것이다. 1st, 2nd 그리고 3rd 고유진동수 오차가 3% 보다 크며, 2nd 그리고 3rd 모드의 MAC 값이 0.95 보다 작게 나타난다. 이러한 상관관계를 개선하기 위해서 개선된 모델의 기대치를 고유진동수 오차 3%, MAC 값은 0.96 로 설정하였다. 이러한 기대치를 못 미치는 상관관계는 다목적 함수로 설정하였고 기대치를 미치는 상관관계는 모델 개선 과정에서 기대치보다 나빠지지 않도록 제한조건으로 설정하

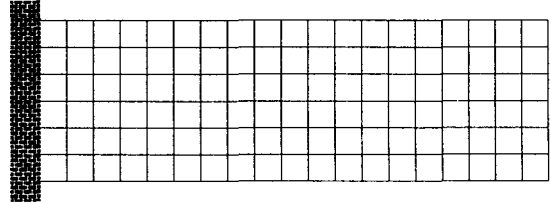


Fig. 7 Initial finite element model.

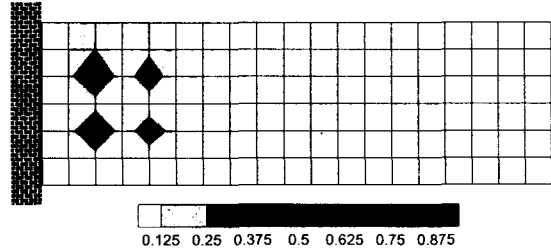


Fig. 8 Error localization using force balance method.

였다. 모델 개선을 위한 매개변수 설정을 위해서 힘 평형 방법(force balance method)⁽⁵⁾ 사용하여 모델링 오차가 포함된 영역을 Fig. 8 과 같이 규명하였다. 초기 FE 모델을 개선하기 위해서 Fig. 9 와 같이 오차 영역을 2 개의 부분구조(substructure)로 나누고 개선된 강성행렬 ΔK 는 아래와 같이 표현할 수 있다고 가정하였다⁽⁶⁾.

$$\Delta K = \sum_{i=1}^2 p_k K_i \quad (7)$$

문제를 간단히 하기 위해서 질량행렬에는 오차가 포함되지 않았다고 가정하였다. 균열이 발생된 경우이므로 이와 같은 가정은 타당하다고 할 수 있다. 식 (7)에서 p_{k_1} 과 p_{k_2} 모두 최대 0.5 까지 변할 수 있다고 가정하고 아래와 같은 최적화 문제를 IMOOP 를 사용하여 풀었다.

minimize

$$\left\{ \left(\frac{f_{a_1} - f_{m_1}}{f_{m_1}} \right)^2, \left(\frac{f_{a_2} - f_{m_2}}{f_{m_2}} \right)^2, \left(\frac{f_{a_3} - f_{m_3}}{f_{m_3}} \right)^2, 1 - MAC_{22}, 1 - MAC_{33} \right\}$$

$$\text{subject to } \left(\frac{f_{a_4} - f_{m_4}}{f_{m_4}} \right)^2 \leq 0.0009, \\ 1 - MAC_{11} \leq 0.04, \\ 1 - MAC_{44} \leq 0.04.$$

최적화 결과는 Table 2 에 나타나 있다. 고유진동수 오차의 경우 전체 모드에 대하여 3%로 줄었지만, 2nd 그리고 3rd 모드의 MAC 값은 0.96 보다 약간 작다. 계산된 파레토 최적해에서 3, 4 그리고 5

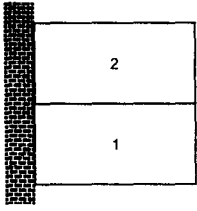


Fig. 9 Two substructure

Table 2 Test-analysis correlations of updated FE model (1st interaction).

Mode no.	Frequency error (%)	1-MAC
1	2.45	0.0001
2	2.00	0.0478
3	1.00	0.0464
4	3.00	0.0051

번째 목적함수 사이의 trade-offs 를 계산하면, 아래와 같다.

$$\lambda_{34} = -31.7817,$$

$$\lambda_{35} = -28.5597.$$

4, 5 번째 목적함수 값을 감소시키기 위해서는 3 번째 목적함수 값을 증가시켜야 된다는 것을 의미한다. 즉, 2nd 그리고 3rd 모드의 MAC 값을 0.96 보다 크게 하면서, 4th 고유진동수를 3%보다 작게 할 수 없다는 것이다. MAC 값을 0.96 보다 크게 하기 위해서 고유진동수 오차 기대치를 3.5%로 조정하고 아래와 같은 다목적 최적화 문제를 풀었다.

$$\text{minimize } \left\{ \left(\frac{f_{a_i} - f_{m_i}}{f_{m_i}} \right)^2, 1 - MAC_{22}, 1 - MAC_{33} \right\}$$

$$\text{subject to } \left(\frac{f_{a_i} - f_{m_i}}{f_{m_i}} \right)^2 \leq 0.0012, i = 1, 2, 3,$$

$$1 - MAC_{11} \leq 0.04,$$

$$1 - MAC_{44} \leq 0.04.$$

최적화 결과는 Table 3 에 정리되어 있다. MAC 값은 0.96 보다 약간 작지만 기대치와 아주 가까운 파레토 최적해를 구할 수 있었다. 이와 같이 IMOOP 를 사용함으로써, 개선된 모델의 기대치에 부합되는 일부 파레토 최적해를 비교적 쉽게 구할 수 있게 된다.

4. 결론 및 향후 과제

본 연구에서는 다목적 최적화 기법을 이용해서

Table 3 Test-analysis correlations of updated FE model (2nd interaction).

Mode no.	Frequency error (%)	1-MAC
1	3.46	0.0001
2	2.24	0.0426
3	0	0.0417
4	3.32	0.0048

FE 모델을 개선하였다. 다목적 최적화 기법을 사용하면, 목적함수를 설정할 때 가중치를 선택하는 어려움을 피할 수 있게 된다. 특히, 여러 가지 기법 중 IMOOP 를 사용함으로써 개선된 모델의 기대치에 부합되는 일부 파레토 최적해를 비교적 쉽게 구하였다. 모델 개선 예제로서 균열된 평판을 사용하였으면 성공적으로 모델을 개선할 수 있었다. 이러한 모델 개선 방법을 실제적인 대상물(real engineering structure)에 적용하는 연구를 수행하고 있다(7).

후 기

본 연구는 국가지정연구사업 “진동저감을 위한 동특성 변경기술(M1-0001-00-0139)”의 지원에 의한 것이다.

참고문헌

- (1) Friswell, M. J. and Mottershead, J. E., “Finite Element Model Updating in Structural Dynamics,” Kluwer Academic Publishers, 1995.
- (2) Friswell, M. J. and Mottershead, J. E., “Model Updating in Structural Dynamics,” Journal of Sound and Vibration, Vol. 167, No. 2. pp. 347~375, 1993.
- (3) Kaisa Miettinen, “Nonlinear multiobjective optimization,” Kluwer Academic Publishers, 1999.
- (4) Tappeta, R. V. and Renaud, J. E., “Interactive Multiobjective Optimization Procedure,” AIAA Journal, Vol. 37, No. 7, pp. 881~889, 1999.
- (5) Fissette, E., Stavrinidis, C. and Ibrahim, S., “Error Location and Updating of Analytical Dynamic Models using a Force Balance Method,” Proceedings of the 6th International Modal Analysis Conference, pp. 1183-1190, 1988.
- (6) Kim, G. H. and Park, Y. S., “Finite Element Model Updating Using Multiobjective Optimization Technique,” Proceedings of the 19th International Modal Analysis Conference, pp. 348~354, 2001.
- (7) 김경호, 박윤식, “다목적 최적화 기법을 이용한 하드디스크 커버 유한요소 모델 개선,” 한국소음진동학회공학회 춘계학술대회논문집, pp. 565~570, 2001.