

극 저주파 범위에서의 인체 머리부 6 자유도 진동 측정 및 추정시의 문제점에 대한 연구

Study on Some Problems in the Measurement and Estimation of 6 Degree of Freedom Head Vibration in Very Low Frequency Range

°이정훈*·고홍석*·김광준*·장한기**

Jeung-hoon Lee, Hong-Seok Ko, Kwang-Joon Kim and Han-Kee Jang

Key Words : human vibration(인체 진동), six degree of freedom(6 자유도), centripetal and cross-coupled acceleration(원심 및 교차 가속도), gravity(중력)

ABSTRACT

Two problems in the measurement of 6-DOF head vibration in very low frequency range were investigated in this study. One is how much error was involved in the estimation of three rotational and three translational motion at any specified point from measured 6 translational accelerations. The other is quantitative and qualitative influence of gravity on DC and AC component of the estimated accelerations in 6 degree of freedom, which were derived from pick-ups fixed on a helmet. In the study the effect of nonlinear terms on the estimation of 6 degree of freedom accelerations was negligible but gravity effect must be considered carefully.

1. 서 론

최근 운송 및 환경 분야에서 인체 진동에 관한 관심이 증가되고 있다. 특히, 머리에서의 정확한 진동 측정은 승차감(ride quality) 평가나 멀미 현상(motion sickness) 평가에 있어서 그 중요성이 커지고 있다. 기존의 인체 머리부의 진동 측정과 관련된 연구에서는 수직 방향 등 주로 단축 방향의 진동 측정이 많았다[1,2]. 그러나, 일반적으로 인체 머리부의 수직 또는 수평 방향 운동을 롤, 피치, 요 방향 운동과 함께 발생하므로, 인체 머리의 6 자유도 운동을 측정할 필요가 있다.

기존의 연구들에서는, 인체 머리 내부에 가속도계를 직접 부착시킬 수가 없으므로, 머리 주위의 세 지점에 6 개의 가속도계를 부착한 후, 측정된 6 축의 병진 방향 가속도 신호를 이용하여 6 자유도 운동을 추정하였다[1,2,3]. 기존의 연구에서는, 머리의 6 자유도 운동 추정식의 간략화를 위하여, 가속도계의 비 대칭적인 배치로 인해 발생하는 비선형 항(원심 및 교차 가속도 항)의 효과를 무시하였다. 본 연구에서는 헬멧 위의 세 지점에 6 개의 가속도계를 부착한 후, 인체 머리부의 6 자유도 운동 추정 시에 발생하는 비선형 항의 영향을 정량적, 정성적으로 파악하였다.

머리의 진동 측정에서는 멀미 현상 등과 관련하여, 일반적인 진동 문제에서 다루지 않았던 0.5Hz 미만의 극 저주파 진동 측정도 요구된다 [1]. 이를 위해 본 연구에서는 DC(0Hz)부터 측

정 가능한 압전-저항형(Piezo-resistive type) 가속도계를 사용하였는데, 이 가속도계는 감도 측에 해당하는 관성력을 측정하여 가속도 신호로 환산 할 수 있도록 하고 있다. 그러나, 가속도계의 구조상 중력의 영향을 받게 되어 있어서, 헬멧 위에 고정되어 공간 상에서 움직일 때, 중력의 영향이 출력되는 가속도 신호의 DC 성분 뿐만이 아니라 저주파수의 AC 성분에도 크게 영향을 미친다. 일반적인 멀미 현상이 0.5Hz 이하의 극 저주파수 대역에서 발생함을 고려할 때, 이 현상에 대한 정확한 규명이 필요하다. 본 논문에서 DC 부터 측정이 가능한 가속도계를 사용할 때 중력의 영향을 정량적, 정성적으로 분석하였다.

2. 인체 머리부 6 자유도 진동의 측정 시 발생하는 문제점에 대한 분석

2.1 인체 머리부의 6 자유도 진동 측정 방법

ISO-8727[1]에서는 머리부에서의 진동 측정 기준 좌표를 Fig 2.1 과 같이 제시하고 있다. 그러나, ISO가 제시한 기준 좌표의 원점 O에 실제로 가속도계를 부착하여 측정을 하기는 곤란하므로, 본 연구에서는 롤러 블레이드 용 헬멧 표면 위의 3 지점에, 6 개의 가속도계를 부착하여, 6 축에 대한 신호 획득 후, 인체 머리부의 6 자유도 운동을 추정하였다. Fig 2.2 의 헬멧의 형상을 고려하여, 1 축, 3 축, 2 축 가속도계를 A, B, C 지점에 배치 한다. 강체 내 임의의 점에 대한 가속도 식(식 (2.1))을 이용하여 각 점에서의 가속도를 표현하면 식 (2.2) 와 같다[4].

* 한국과학기술원 기계공학과
E-mail : olo@mail.kaist.ac.kr

** 고등기술연구원 소음진동기술센터

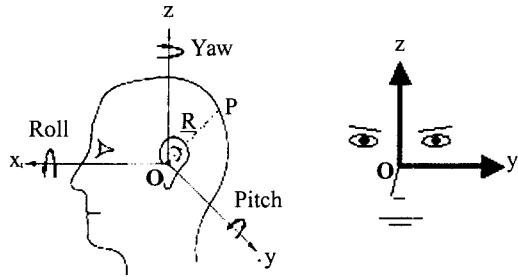


Fig 2.1 Biodynamic coordinate system in the human head proposed by ISO 8727

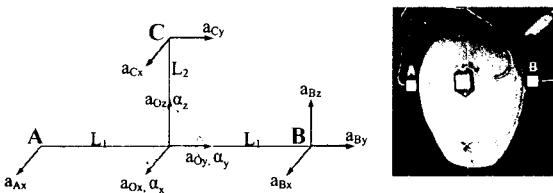


Fig 2.2 Six translational accelerometers arrangement on the helmet

$$\underline{a}_p = \underline{a}_o + \underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{R}) + \underline{\alpha} \times \underline{R} \quad (2.1)$$

\underline{a}_p : 가속도계 부착 위치의 가속도

\underline{a}_o : O점에서의 가속도

$\underline{\omega}$: 머리의 각속도

$\underline{\alpha}$: 머리의 각 가속도

\underline{R} : O에서 P까지의 거리

$$\begin{aligned} a_{ox} &= a_{ox} - L_1 \omega_x \omega_y + L_1 \alpha_z \\ a_{bx} &= a_{ox} + L_1 \omega_x \omega_y - L_1 \alpha_z \\ a_{by} &= a_{oy} - L_1 (\omega_x^2 + \omega_z^2) \\ a_{bz} &= a_{oz} + L_1 \omega_y \omega_z + L_1 \alpha_y \\ a_{cx} &= a_{ox} + L_2 \omega_x \omega_z + L_2 \alpha_y \\ a_{cy} &= a_{oy} + L_2 \omega_y \omega_z - L_2 \alpha_x \end{aligned} \quad (2.2)$$

식(2.2)를 a_{ox} , a_{oy} , a_{oz} , α_x , α_y , α_z 에 대해 풀면, 식(2.3)과 같이 원점 O의 가속도를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} a_{ox} &= \frac{a_{ax} + a_{bx}}{2} \\ a_{oy} &= a_{by} + L_1 (\omega_x^2 + \omega_z^2) \\ a_{oz} &= a_{bz} - \frac{L_1}{L_2} (a_{by} - a_{cy}) - \frac{L_1^2}{L_2} (\omega_x^2 + \omega_z^2) \\ &\quad - 2 L_1 \omega_y \omega_z \end{aligned} \quad (2.3)$$

마찬가지로, 머리부의 각 가속도를 식(2.4)와 같

이 구할 수 있다.

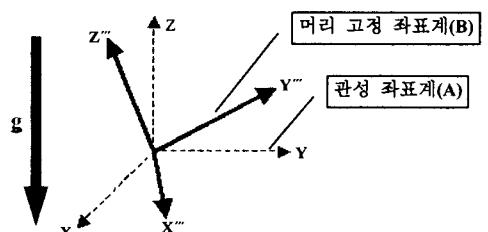
$$\begin{aligned} \alpha_x &= \frac{a_{by} - a_{cy}}{L_2} + \frac{L_1}{L_2} (\omega_x^2 + \omega_z^2) + \omega_y \omega_z \\ \alpha_y &= -\frac{a_{ax} + a_{bx} - 2a_{cz}}{2L_2} + \omega_x \omega_z \\ \alpha_z &= \frac{a_{ax} - a_{bx}}{2L_1} + \omega_x \omega_y \end{aligned} \quad (2.4)$$

2.2 비선형 항의 영향 분석 방법

식(2.3)의 첫번째 식을 제외한 나머지 식에 각 속도 항이 곱의 형태로 나타나 있음을 확인할 수 있다. 이들은 1 절에서 언급한 비선형 항으로서 각각 원심 가속도(Centripetal acceleration), 교차 가속도(Cross-coupled acceleration)이다. 비선형 항을 구하기 위해서는 측정한 가속도 신호를 이용하여 식(2.4)의 비선형 연립 1 차 미분 방정식을 풀어서 머리부의 각속도 ω_x , ω_y , ω_z 를 구해야 한다. 즉, 미분 방정식을 풀어야 하는 신호 처리상의 불편 때문에 머리부의 6 자유도 운동 추정이 어려워 진다. 비선형 항의 크기가 측정한 가속도에 비해 작다면, 그 항을 무시하여 머리부의 6 자유도 운동 추정이 매우 간편해지므로, 그 항의 기여 정도를 파악할 필요가 있다[5].

2.3 중력의 영향 분석 방법

1 장에서 언급했듯이, 이 연구에서 사용된 가속도계는 압전-저항형 가속도계로서, 이것이 헬멧 위에 고정되어 3 차원 공간상에서 움직일 때, 가속도계로부터 출력되는 신호의 DC 성분과 저주파 AC 성분에 중력의 영향이 포함되어 있다. 따라서, 가속도계로부터 출력되는 신호는 이미 중력의 영향을 받고 있으므로, 원점 O에서의 가속도 식(식(2.3))의 선형(비선형 항을 제외한 부분) 성분은 중력의 영향을 받고 있다. 그러나, 머리부 각 가속도의 경우는, 식(2.4)의 선형 각 가속도 성분이 같은 방향의 두 개의 가속도계 신호의 차이로부터 계산되기 때문에, 중력의 영향을 받지 않는다[6]. 중력의 분력 성분을 정의하기 위해, Fig 2.3과 같이 관성 좌표계(A)와 3 차원 공간에서 움직이는 머리 고정 좌표계(B)를 정의하자.



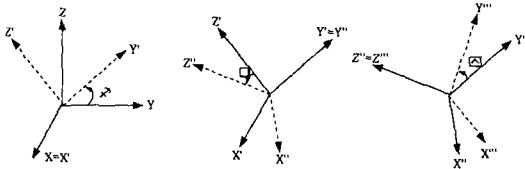


Fig 2.3 Inertial reference frame and head fixed frame, body axis rotation $\{X-Y'-Z''\}$ using Tait-Bryan angle ϕ (roll angle), θ (pitch angle), ψ (yaw angle)

A에서 B로의 변환은 Tait-Bryan 각 ϕ (롤 각변위), θ (피치 각변위), ψ (요 각변위)를 이용해서 정의 할 수 있다[7]. 즉, Fig 2.3에서 A에서 B로 가는 변환을, $X-Y'-Z''$ 의 순서로 축 회전을 정의하였다[7]. Y' 과 Z'' 는 변환 시 사용되는 보조 기준 좌표계로서 Fig 2.3에 표시되어 있다. 이때, 변환 행렬 $[R]_{A \rightarrow B}$ 는 다음과 같이 계산 된다.

$$[R]_{A \rightarrow B} = \begin{bmatrix} \cos\theta \cos\psi & \sin\phi \sin\theta \cos\psi + \cos\phi \sin\psi \\ -\cos\theta \sin\psi & -\sin\phi \sin\theta \sin\psi + \cos\phi \cos\psi \\ \sin\theta & -\sin\phi \cos\theta \\ -\cos\phi \sin\theta \cos\psi + \sin\phi \sin\psi & \cos\phi \sin\theta \sin\psi + \sin\phi \cos\psi \\ \cos\phi \cos\theta & \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

g_x^*, g_y^*, g_z^* 를 머리 고정 좌표계에서 정의 되는, 중력 벡터의 각 축 방향 성분이라고 하면, 그 성분들은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} g_x^* &= -g(-\cos\phi \sin\theta \cos\psi + \sin\phi \sin\psi) \\ g_y^* &= -g(\cos\phi \sin\theta \sin\psi + \sin\phi \cos\psi) \\ g_z^* &= -g(\cos\phi \cos\theta) \end{aligned} \quad (2.6)$$

여기서, Tait-Bryan 각 ϕ, θ, ψ 는, 다음과 같이 식(2.7)의 각속도와 Tait-Bryan 각 사이의 관계에서 도출해 낼 수 있다[4].

$$\begin{aligned} \omega^{(B)} &= \dot{\phi}\hat{x} + \dot{\theta}\hat{y}' + \dot{\psi}\hat{z}'' \\ &= \begin{bmatrix} \cos\theta \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\cos\theta \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ \sin\theta & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.7)$$

$\hat{x}, \hat{y}', \hat{z}''$ 는 Fig 2.3에서 축 회전을 할 때 사용되는 보조 기준 좌표계들의 단위 벡터이다. 식(2.7)은 다시 식(2.8)과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi \sec\theta & -\sin\psi \sec\theta & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ -\cos\psi \tan\theta & \sin\psi \tan\theta & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_x^{(B)} \\ \omega_y^{(B)} \\ \omega_z^{(B)} \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

$\omega_x^{(B)}, \omega_y^{(B)}, \omega_z^{(B)}$ 는 비선형 항을 구하면서 이미 구한 데이터이다. 따라서, 식(2.8)의 연립 1차 미분 방정식을 풀어서 Tait-Bryan 각 ϕ, θ, ψ 를 구한 다음, 식(2.6)을 이용해서 머리 고정 좌표계에서의 중력 성분을 구할 수 있다.

3. 헬멧 가진 실험을 통한 분석

3.1 실험 방법 및 신호 처리

머리부의 각 가속도와 원점 O의 가속도 추정에서, 비선형 항과 중력의 영향을 분석하기 위한 데이터를 얻기 위해 다음과 같은 헬멧 가진기 실험을 수행하였다.

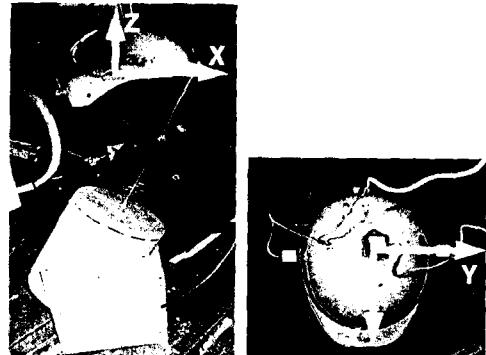


Fig 3.1 Experimental set-up for the measurement of six DOF head vibration

Fig 2.2의 가속도계 배치를 참고하여, A, B, C 지점의 세 곳에 가속도계를 부착한 헬멧에, Fig 3.1에 나타낸 바와 같이, 가진기(MB Dynamics MODAL 50A)와 헬멧의 끝 단을, 주로 수직 방향과 피치 방향의 운동 발생하게 가진 봉과 연결한다. 함수 발생기(Hewlett Packard 3567A)를 이용해 2.55m/s^2 의 실효치(r.m.s.)를 갖는 백색 잡음(White noise) 신호를 생성하여, 신호 증폭기(MB Dynamics, SL500VCF)를 통과시켜 가진기에 입력 시킨 후, 가속도계에서 출력되는 6 채널의 신호를 100Hz로 표본화 하여 30초 동안의 데이터를 획득 및 저장한다. 그 데이터를 이용, 비선형 항과 중력의 영향을 파워 스펙트럼 밀도(Power spectral density)로 관찰하였다. 주파수 분석은 0~10Hz에서 수행하였고, 주파수 해상도는 대략 0.1Hz이고, Hanning 창문 함수와 75%

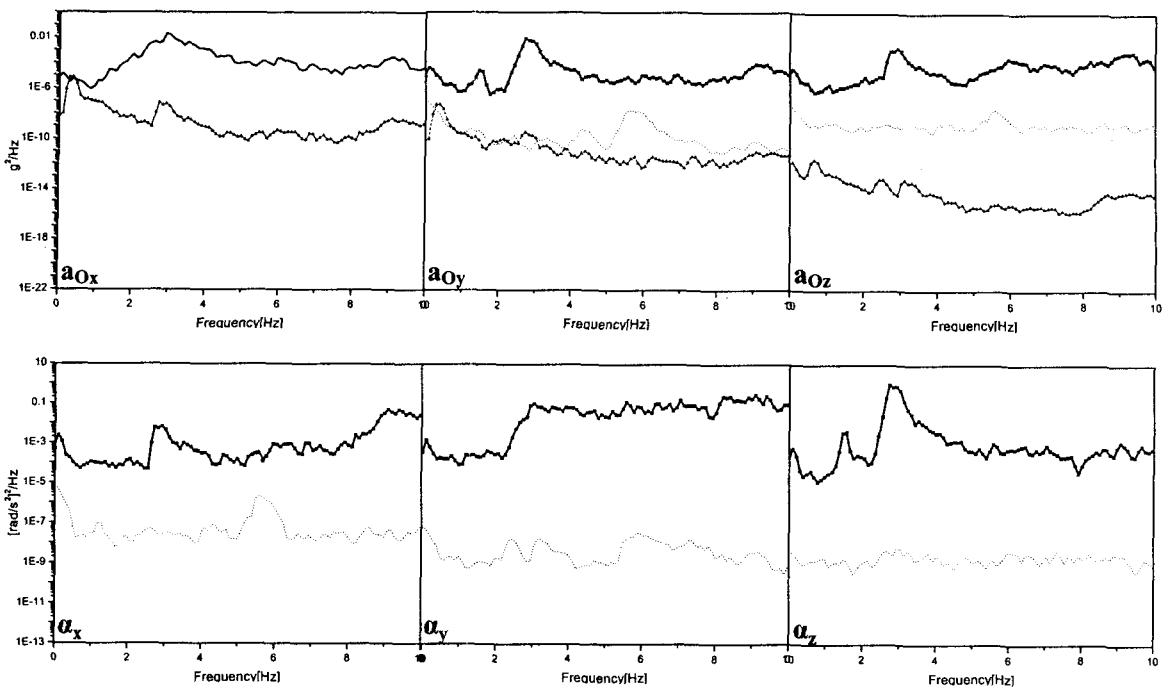


Fig. 3.2 Estimation of linear accelerations at the origin O and head angular accelerations(— : with non-linear term, - - - : without non-linear term, — : gravity term)

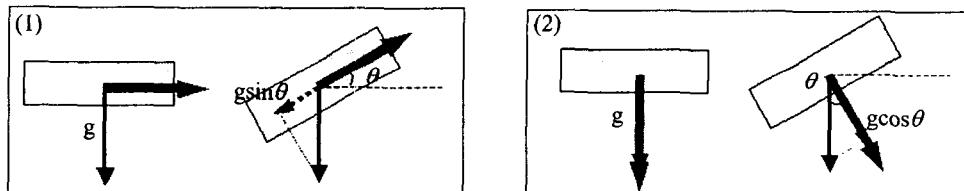


Fig. 3.3 Gravity input to tilted accelerometer((1)sensitivity axis arranged orthogonally w.r.t. gravity vector, (2) sensitivity axis arranged parallel to gravity vector, : Sensitivity axis of accelerometers)

의 Overlapping 을 적용하여 10 회의 평균화를 취했다.

3.2 비선형 항의 영향 분석

식(2.3)과 식(2.4)에 나타나 있는 비선형 항의 크기를 평가하고, 그 항의 무시 가능 여부를 따져 보기 위해, 비선형 항을 무시했을 경우와 그렇지 않을 경우의 결과를 Fig. 3.2 에 도시하였다. a_{Ox} 에 대해서는, 그것이 비선형 항을 포함하지 않으므로 도시하지 않았다. 결과를 보면 비선형 항(Fig 3.2 의 non-linear term)의 크기가, 머리부의 각 가속도 및 원점 O 의 가속도 데이터의 $1/10^2 \sim 1/10^8$ 수준이며, 선형 스펙트럼(Linear spectrum)으로 보더라도 $1/10^1 \sim 1/10^4$ 정도로 매우 작음을 알 수 있다. 이는, 각속도의 곱의 형태

로 나타나는 비선형 항이 측정한 가속도 신호에 비해 비교적 작기 때문이다.

이 실험 결과에서는 머리부의 6 자유도 운동 추정에서 비선형 항의 상대적인 크기가 0.01~10% 정도로 크지 않지만, 그 영향은 가진 방향과 각속도의 크기에 따라서 달라짐을 알 수 있었다. 따라서, 가진 방향의 영향을 받지 않으면서 비선형 항의 영향을 최소화 할 수 있는 가속도계의 배치에 대한 연구와, 각속도의 크기에 따른 비선형 항의 영향 평가에 대한 추가적인 연구가 필요하다.

3.3 중력의 영향 분석

2.3 절에서 설명한 중력의 영향 분석 과정을 통해 계산된 결과를 Fig. 3.2(gravity term)에 도시하였다. 도시된 결과를 관찰하면, a_{Oz} 에 대한 중

력의 영향 역시 가속도 데이터에 비해 매우 작음을 알 수가 있다. 그러나, a_{ox} 와 a_{oy} 에 대한, 0.5Hz 미만 극 저주파 구간에서 중력의 영향은 a_{oz} 에 대한 그것에 비해 크고, 특히 a_{ox} 에 대한 중력의 영향이 상당히 크다는 것을 관찰할 수 있다. 이것의 원인은 가속도계에 나타나는 중력의 영향을 생각해 볼 필요가 있다. 즉, Fig 3.3 에서와 같이 감도 축을 중력 방향과 수직하게 배치하여 θ 만큼 기울인 경우를 (1)이라 하고, 감도 축을 중력 방향과 평행하게 배치하고 θ 만큼 기울인 경우를 (2)라면, (1)의 감도 축에는 $g\sin\theta$ 의 중력이 작용하게 되고, (2)의 경우에서는 $g\cos\theta$ 의 중력이 작용하게 된다. 만약, θ 가 작을 때에는 $\cos\theta$ 보다는 $\sin\theta$ 의 변화폭이 크게 되는데, 만약 θ 가 $\pm 6^\circ$ 사이의 변화를 보인다면 (1)의 경우에서는 $1m/s^2$ 의 중력에 의한 가속도 변화가 나타나게 되며, (2)의 경우에서는 $0.05m/s^2$ 의 중력에 의한 가속도 변화가 발생하게 된다. 따라서, 중력 방향과 수직으로 배치되어 있는 감도 축에 대해서 중력의 영향이 크게 나타난다고 볼 수 있다. 식 (2.3)과 Fig 2.2 의 가속도계의 배치를 참고하면, a_{ox} 와 a_{oy} 의 선형 가속도 성분은, 중력 방향과 수직으로 배치되어 있는 감도 축의 신호로부터 계산되므로 중력의 영향이 크게 나타났다고 판단할 수 있다.

한편, a_{ox} 에 대한 중력의 영향이 특히 크게 나타난 이유는 다음과 같이 생각할 수 있다. 식 (2.6)에서의 g_x^* 는 식(3.1)과 같이 피치 방향으로의 각변위, θ 의 영향을 크게 받는다

$$\begin{aligned}\frac{\partial g_x^*}{\partial \phi} &= -\sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi \square 0 \\ \frac{\partial g_x^*}{\partial \theta} &= \cos\phi\cos\theta\cos\psi \square 1 \\ \frac{\partial g_x^*}{\partial \psi} &= -\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi \square 0\end{aligned}\quad (3.1)$$

피치 방향의 회전 운동이 주로 발생하는 실험 조건을 고려하면, 피치 방향의 각변위가 다른 방향의 각변위 보다 크다. 이때, g_x^* 가 큰 피치 방향 각변위의 영향을 받아, a_{ox} 에 대한 중력의 영향이 크게 나타난 것이다. 마찬가지로, g_y^* 는 식 (3.2)와 같이 룰 방향의 각 변위, ϕ 에 크게 영향을 받는다.

$$\frac{\partial g_y^*}{\partial \phi} = \sin\phi\sin\theta\sin\psi - \cos\phi\cos\psi \square -1$$

$$\frac{\partial g_y^*}{\partial \theta} = -\cos\phi\cos\theta\sin\psi + \sin\phi\sin\psi \square 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial g_y^*}{\partial \psi} = -\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi \square 0$$

그러나, 피치 방향의 각변위에 비해, 룰 방향의 각변위가 작으므로 a_{oy} 에 대한 중력의 영향은 a_{ox} 에 대한 그것에 비해 매우 작게 나타난다. 참고로 a_{oz} 는, 식(3.3)과 같이 어떤 방향으로의 각변위도 g_z^* 에 영향을 미치지 못할 뿐더러, a_{oz} 의 선형 가속도 성분은 중력 방향과 평행하게 놓여져 있는 감도 축의 신호로부터 계산되기 때문에 중력의 영향을 크게 받는다.

$$\begin{aligned}\frac{\partial g_z^*}{\partial \phi} &= \sin\phi\cos\theta \square 0 \\ \frac{\partial g_z^*}{\partial \theta} &= \cos\phi\sin\theta\sin\psi \square 0 \\ \frac{\partial g_z^*}{\partial \psi} &= 0\end{aligned}\quad (3.3)$$

원점 O 의 가속도 신호에 포함되어 있는 중력의 영향에 대해 살펴본 바와 같이, 각변위의 크기에 따라 머리 고정 좌표계 X 또는 Y 방향으로 중력의 영향이 0.5Hz 미만의 극 저주파 영역에서 크게 나타날 수 있다.

4. 결론

6 축의 병진 방향 가속도 신호를 이용하여 인체 머리부의 6 자유도 운동 추정 과정에서 발생하는 비선형 항의 영향과 중력이 가속도 신호에 미치는 영향에 대해서 분석하였다.

헬멧 가진 실험 결과를 통해서 볼 때, 비선형 항의 크기가 작다면, 식(2.3)과 (2.4) 보다는 좀 더 간략화 하여 식(4.1)과 같이 원점 O 의 가속도 및 머리부의 각 가속도를 추정할 수 있다. 그러나 비선형 항의 영향은 가진 방향과 각속도의 크기에 따라서 달라질 수 있으므로, 이와 관련한 추가적인 연구가 필요함을 3.2 절에서 지적하였다.

$$\begin{aligned}a_{ox} &= \frac{a_{Ax} + a_{Bx}}{2}, \quad \alpha_x = \frac{a_{By} - a_{Cy}}{L_2} \\ a_{oy} &= a_{By}, \quad \alpha_y = -\frac{a_{Ax} + a_{Bx} - 2a_{Cx}}{2L_2}\end{aligned}$$

$$a_{Oz} = a_{Bz} - \frac{L_1}{L_2} (a_{By} - a_{Cy}) , \quad \alpha_z = \frac{a_{Ax} - a_{Bx}}{2L_1}$$

(4.1)

또한, 피치 방향의 가진이 크게 발생하는 실험 조건의 영향으로, a_{Ox} 에 대한 중력의 영향이 0.5Hz 미만의 극 저주파 영역에서 크게 나타났다. 가진 방향과 크기에 따라, 머리 고정 좌표계 X 또는 Y 방향에 대한 중력의 영향이 저주파 영역에서 크게 나타날 수 있으므로, 극 저주파 영역에서 발생하는 멀미 현상의 정확한 원인 규명을 위해, 가속도계에 대한 중력의 영향을 정확히 평가해야 함을 알 수 있었다.

후기

본 연구는 (사)고등기술연구원의 국가 지정 연구실 사업의 연구비를 지원 받아 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) M. J. Griffin, 1990, Handbook of Human Vibration, Academic Press, London
- (2) G. S. Paddan, M. J. Griffin, 1998, "A Review of The Transmission of Translational Seat Vibration to The Head", Journal of Sound and Vibration, Vol. 215, No. 4, pp. 863-882
- (3) G. S. Paddan, M. J. Griffin, 2000, "Transmission of Yaw Seat Vibration to the Head", Journal of Sound and Vibration, Vol. 229, No. 5, pp. 1077-1095
- (4) T. R. Kane, D. A. Levinson, 1985, Dynamics : Theory and Applications, McGraw-Hill book company
- (5) A. Lawther, M. J. Griffin, 1980, " Measurement of Ship Motion", Human Factors in Transport Research, Academic Press, London, Vol. 2, pp. 131-139
- (6) G. S. Paddan, M. J. Griffin, 1994, "Transmission of Roll and Pitch Seat Vibration to the Head", Ergonomics, Vol. 37, No. 9, pp. 1513-1531
- (7) R. E. Roberson, R. Schwertassek, 1988, Dynamics of Multibody Systems Springer-Verlag