한국소음진동공학회 2002년도 춘계학술대회논문집, pp. 429~434

불연속 변단면을 갖는 원호 곡선부재의 자유진동

○오 상 진* · 진 태 기** · 최 규 문*** · 이 종 국****

Free Vibrations of Stepped Circular Arcs

Sang Jin Oh, Tae Ki Jin, Kou Moon Choi, and Jong Kook Lee

ABSTRACT

The differential equations governing in-plane free vibrations of stepped circular arcs, including the effects of axial deformation, rotatory inertia and shear deformation, are derived and solved numerically to obtain frequencies and mode shapes. Numerical results are calculated for the clamped-clamped symmetric and unsymmetric circular arcs with thickness varying in a discontinuous fashion. The lowest four natural frequencies and mode shapes are presented over a range of non-dimensional system parameters: the subtended angle, the slenderness ratio, the section ratio and the ratio of discontinuous section.

1. 서 론

곡선부재는 구조적, 기능적 이유로 각종 구조공학 관련분야에서 단위구조로 이용되고 있어 곡선부재의 동적거동에 관한 폭넓은 연구가 이루어져 왔다.[1-7] 문헌 [1-3]에서는 여러 가지 선형을 갖는 등단면 곡선부재, 문헌 [4, 5]에서는 단면이 연속적으로 변화하는 곡선부재에 대한 연구가 이루어졌다.

실제 구조물에서 곡선부재를 다른 부재에 연결하거나 부재축상 일부분을 보강하는 경우에는 불연속적으로 단면이 변화하며, 문헌 [6, 7]에서는 불연속 변단면을 갖는 곡선부재의 진동특성에 관한 연구가 수행되었다. 그러나 곡선부재의 실제 거동특성을 정확하게 표현할 수 있는 해석모형(축변형, 회전관성 및 전단변형의 영향을 고려한 모형)을 채택한 연구결과는 부족한 실정이다.

* 정회원, 담양대학 토목과

** (주) 제일건설

*** 백두 Plant

**** COMES기술단

이에 본 연구에서는 축변형, 회전관성 및 전단변형의 영향을 고려하여 불연속 변화단면을 갖는 원호 곡선부재의 고유진동수 및 진동형을 산출함으로서 대상구조의 자유진동 특성을 분석하고자 한다.

2. 지배방정식

Fig. 1은 불연속 변화단면을 갖는 원호형 곡선부재를 나타낸 것이다. 이 그림에서 a와 α는 각각 원호의 반경 및 중심각이며, ϕ는 부재축상 임의점의 위치를 나타내는 각도이다. 그리고 d_1, A_1과 I_1은 각각 $\phi=0$에서 $\phi=\alpha_1$ 및 $\phi=\alpha_1+\alpha_2$에서 $\phi=\alpha$ 구간에서의 단면높이, 단면적 및 단면2차모멘트이며, d_2, A_2와 I_2는 $\phi=\alpha_1$에서 $\phi=\alpha_1+\alpha_2$ 구간에서의 단면높이, 단면적 및 단면2차모멘트를 나타내고 있다. 한편 w, v 및 ψ는 각각 진동시 부재축상 임의점에서의 곡률중심방향 변위, 접선방향 변위 및 순수휨에 의한 단면회전각을 나타낸다.

곡선부재가 면내에서 진동하면 진동변위 w, v 및 ψ에 의해 부재단면에는 축방향력 N, 전단력 Q 및 휨모멘트 M의 합응력이 발생하게 된다. 또한 질량

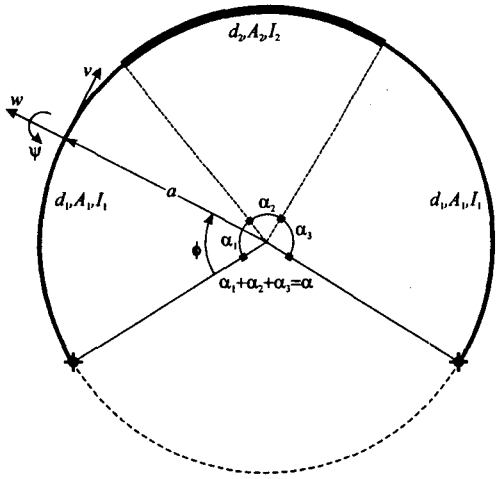

Fig. 1 Circular arc considered in the present study.

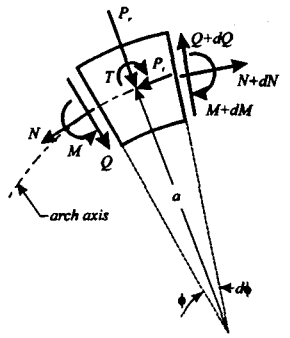

Fig. 2 Loads on an arc element.

을 가지고 있는 부재가 진동함으로서 부재미소요소에는 곡률중심방향 관성력 P_r, 접선방향 관성력 P_t 및 회전관성 우력 T가 발생하게 된다. Fig. 2는 부재미소요소에 발생하는 이들 합웅력과 관성력을 나타낸 것으로 이 힘들의 동적 평형방정식을 세우면 식(1)~(3)과 같다.

$$N' + Q - aP_t = 0 \tag{1}$$

$$Q' - N - aP_r = 0 \tag{2}$$

$$a^{-1}M' - Q + T = 0 \tag{3}$$

위의 식에서 $(') = d/d\phi$이다.

부재단면에 발생하는 휨모멘트 및 축방향력을 변위항으로 표현하면 다음 식과 같다.[8]

$$M = -EIa^{-1}\psi' = -EI_1Ha^{-1}\psi' \tag{4}$$

$$N = EAa^{-1}(v' + w) + EIa^{-2}\phi' = EA_1Fa^{-1}(v' + w) + EI_1Ha^{-2}\phi' \tag{5}$$

위의 식에서 E는 부재재료의 탄성계수이다.

전단변형을 고려하는 경우 전단력은 다음 식과 같이 표현된다.

$$Q = kAG\beta = kAGa^{-1}(w' - v - a\phi) = kA_1FGa^{-1}(w' - v - a\phi) \tag{6}$$

위의 식에서 k는 단면형상에 따른 상수, G는 부재재료의 전단탄성계수, β는 전단변형률이다. 식(4)~(6)에서 F와 H는 부재단면의 변화를 정의해 주는 ϕ에 관한 함수로서 각각 부재축상 임의점과 부재단부에서의 단면적 및 단면2차모멘트비를 나타낸다.

$$F = A/A_1, \quad H = I/I_1 \tag{7,8}$$

부재가 조화진동을 한다고 가정하면 부재 미소요소에 발생하는 단위길이당 관성력 및 회전관성우력은 식(9)~(11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_r = -\gamma A\omega^2 w = -\gamma A_1F\omega^2 w \tag{9}$$

$$P_t = -\gamma A\omega^2 v = -\gamma A_1F\omega^2 v \tag{10}$$

$$T = -\gamma I\omega^2\phi = -\gamma I_1H\omega^2\phi \tag{11}$$

위의 식에서 γ는 부재재료의 밀도, ω는 고유각진동수(rad/s)이다.

지배방정식을 무차원 형태로 나타내기 위하여 다음의 무차원 변수들을 사용한다.

$$\delta = w/a, \quad \lambda = v/a \tag{12,13}$$

$$s = a/\sqrt{I_1/A_1}, \quad \mu = kG/E, \quad n = d_2/d_1 \tag{14-16}$$

$$C_i = \omega_i a^2\sqrt{\gamma A_1/(EI_1)} \tag{17}$$

위의 식에서 s는 세장비(slenderness ratio), μ는 전단계수(shear parameter), n은 단면비(section ratio), C_i는 무차원 고유진동수(frequency parameter), 첨자 i는 모드번호이다.

식(2)에 식(5), (6), (9), 식(1)에 식(5), (6), (10), 식(3)에 식(4), (6), (11)을 대입하고, 무차원 변수들을 이용하여 정리하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\delta'' = \mu^{-1}(1 - s^{-2}C_i^2)\delta + (1 + \mu^{-1})\lambda' + (1 + \mu^{-1}s^{-2}F^{-1}H)\phi' \tag{18}$$

$$\lambda'' = (\mu - s^{-2}C_i^2)\lambda - (1 + \mu)\delta' - s^{-2}F^{-1}H\phi'' + \mu\phi \tag{19}$$

$$\phi'' = (\mu s^2FH^{-1} - s^{-2}C_i^2)\phi - \mu s^2FH^{-1}\delta' + \mu s^2FH^{-1}\lambda \tag{20}$$

Table 1 Comparison of results between this study and other methods($\mu=0.327$)

Geometry	Reference	Frequency parameter, C_i			
		$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
α=90°, s=50	This study	21.891	34.959	53.826	71.375
n=1	Ref. [1]	21.872	34.932	53.792	71.265
α=150°, s=100	This study	6.9360	14.428	26.445	39.629
n=1	Ref. [1]	6.9351	14.425	26.439	39.618
α=180°, s=75	This study	4.3669	9.5638	17.718	26.960
n=1	Ref. [1]	4.3662	9.5612	17.712	26.949
α=360°, s=20	This study	0.61093	1.7046	3.5194	5.9170
n=1.2(A)*	SAP2000	0.61889	1.6938	3.5580	5.8768
α=270°, s=100	This study	1.5942	3.8592	7.4909	12.178
n=1.4(B)	SAP2000	1.6451	4.0050	7.8022	12.398
α=120°, s=20	This study	9.9095	14.293	23.262	28.800
n=0.8(C)	SAP2000	9.9720	15.517	23.263	30.462
α=90°, s=100	This study	23.730	42.167	79.754	89.637
n=1.2(D)	SAP2000	22.456	42.505	78.424	91.369

* A: $\alpha_1/\alpha=\alpha_2/\alpha=0.5$, B: $\alpha_1/\alpha=0.75$, $\alpha_2/\alpha=0.25$
C: $\alpha_1/\alpha=0.25$, $\alpha_2/\alpha=0.50$, $\alpha_3/\alpha=0.25$
D: $\alpha_1/\alpha=0.40$, $\alpha_2/\alpha=0.20$, $\alpha_3/\alpha=0.40$

이상에서 식(18)~(20)은 축변형, 회전관성 및 전단변형의 영향을 고려한 불연속 변화단면을 갖는 원호형 곡선부재의 자유진동을 지배하는 미분방정식이다.

식(18)~(20)에서 부재단면의 변화를 나타내는 F와 H를 단면제원에 관한 항으로 표현하면 다음과 같다. 먼저 $\phi=0$에서 $\phi=\alpha_1$ 및 $\phi=\alpha_1+\alpha_2$에서 $\phi=\alpha$ 구간에서 F와 H는 각각 다음과 같다.

$$F=1,\ \phi=0\sim\alpha_1 \text{ 및 } \phi=(\alpha_1+\alpha_2)\sim\alpha \text{에서} \quad (21)$$

$$H=1,\ \phi=0\sim\alpha_1 \text{ 및 } \phi=(\alpha_1+\alpha_2)\sim\alpha \text{에서} \quad (22)$$

폭이 b로 일정하고, 단면높이가 불연속적으로 변하는 직사각형 단면인 경우 $A_1=bd_1$, $A_2=bd_2$, $I_1=bd_1^3/12$, $I_2=bd_2^3/12$이므로 $\phi=\alpha_1$에서 $\phi=\alpha_1+\alpha_2$ 구간에서 F와 H는 각각 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$F=A_2/A_1=d_2/d_1=n,$$
$$\phi=\alpha_1\sim(\alpha_1+\alpha_2)\text{에서} \quad (23)$$

$$H=I_2/I_1=d_2^3/d_1^3=n^3,$$
$$\phi=\alpha_1\sim(\alpha_1+\alpha_2)\text{에서} \quad (24)$$

이 논문에서는 곡선부재의 양단이 고정인 경우만을 고려하였다. 고정단인 경우 진동변위 w, v 및 ψ가 발생하지 않으므로 무차원 변수들을 이용하면 다음과 같이 경계조건식을 나타낼 수 있다.

$$\delta=0,\ \lambda=0,\ \psi=0 \quad (25\text{-}27)$$

3. 해석방법 및 결과

식(18)~(20)의 지배미분방정식으로부터 해석대상구조의 고유진동수를 산출하기 위하여 사용한 수치해석방법의 개략적인 내용은 다음과 같다. 식(18)~(20)의 미분방정식에는 불확정량인 고유치 C_i항이 포함되어 있으므로 먼저 이 값을 가정하여 미분방정식에 대입한 후에 좌단의 경계조건을 이용하여 수치적분을 시행한다. 가정한 C_i값이 대상구조에 대한 고유치인지는 수치적분결과 얻어진 우단에서의 결과들이 경계조건을 만족하는지 여부로서 판단하며, 이 과정에서 행렬값 탐사법을 이용하였다. 본 연구에서 미분방정식의 수치적분은 정도가 높아 공학관련문제에서 많이 이용되고 있는 Runge-Kutta method를 이용하였으며, 행렬값 탐사법을 적용하는 과정에서 고유치 C_i를 찾기 위해서는 Regula-Falsi method를 이용하였다. 이상의 수치해석 과정을 컴퓨터 프로그램화하였으며, 본 논문에서는 최저차 4개의 무차원 고유진동수 및 진동형을 산출하였다.

Table 1은 강재의 직사각형 단면(μ=0.327)을 갖는 양단고정 곡선부재의 무차원 고유진동수를 비교한 것이다. 문헌 [1]의 결과는 본 연구에서와 같이 축변형, 회전관성 및 전단변형의 영향을 고려하여 산출한 등단면 원호 곡선부재에 대한 엄밀해이며, SAP2000의 결과는 전단면적(shear area)을 고려하고 곡선부재축을 직선보 요소로 모형화하여 얻은 충분히 수렴된 결과이다. 이 표에서 본 연구결과와 문헌들의 결과는 매우 우수하게 근접함을 알 수 있어 본 연구결과의 타당성을 검증할 수 있다.

Table 2와 3은 2개의 불연속구간을 가지며 곡선부재의 정점을 기준으로 비대칭구조인 양단고정 원호형 곡선부재의 최저차 4개의 무차원 고유진동수를 나타낸 것으로 Table 2는 $\alpha_1/\alpha=\alpha_2/\alpha=0.5$, Table 3은 $\alpha_1/\alpha=0.75$, $\alpha_2/\alpha=0.25$에 대한 결과이다.

Table 4와 5는 3개의 불연속구간을 가지며 곡선부재의 정점을 기준으로 대칭구조인 양단고정 원호형 곡선부재의 최저차 4개의 무차원 고유진동수를 나타낸 것으로 Table 4는 $\alpha_1/\alpha=0.25$, $\alpha_2/\alpha=0.50$, $\alpha_3/\alpha=0.25$, Table 5는 $\alpha_1/\alpha=0.40$, $\alpha_2/\alpha=0.20$, $\alpha_3/\alpha=0.40$에 대한 결과이다.

Table 2 Frequency parameter C_i for clamped-clamped arc with $\alpha_1/\alpha=\alpha_2/\alpha=0.5$

α	s	n	Frequency parameter, C_i			
			$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
60°	20	0.8	22.787	36.220	62.456	66.629
		1.0	23.732	38.713	62.803	69.975
		1.2	24.631	40.290	63.032	72.606
		1.4	25.466	41.323	63.183	74.705
	100	0.8	46.968	72.608	110.52	152.95
		1.0	52.784	75.977	117.81	170.81
		1.2	57.236	78.354	125.49	184.15
		1.4	60.778	80.061	133.06	194.71
90°	20	0.8	17.309	17.481	35.514	41.713
		1.0	17.823	18.908	37.881	42.266
		1.2	18.213	19.990	39.880	42.545
		1.4	18.610	20.730	41.588	42.673
	100	0.8	19.892	37.583	68.014	85.909
		1.0	22.435	41.509	76.430	88.831
		1.2	24.390	45.149	82.896	90.741
		1.4	25.934	48.465	88.239	92.046
120°	20	0.8	9.5969	14.676	23.321	29.047
		1.0	10.591	15.171	24.659	30.459
		1.2	11.310	15.538	25.917	31.154
		1.4	11.847	15.824	27.058	31.515
	100	0.8	10.459	20.935	37.647	55.641
		1.0	11.789	23.244	42.353	61.395
		1.2	12.809	25.445	45.942	66.516
		1.4	13.615	27.505	48.841	70.816
180°	20	0.8	3.7168	7.8356	14.064	17.427
		1.0	4.1551	8.5272	15.423	17.908
		1.2	4.4802	9.1411	16.358	18.267
		1.4	4.7269	9.6789	17.032	18.553
	100	0.8	3.8719	8.6337	15.774	24.450
		1.0	4.3746	9.6022	17.806	27.210
		1.2	4.7599	10.538	19.357	29.794
		1.4	5.0620	11.432	20.593	32.145
270°	20	0.8	1.2136	3.1019	5.9026	9.3420
		1.0	1.3647	3.4218	6.5757	10.215
		1.2	1.4770	3.7265	7.0595	10.979
		1.4	1.5623	4.0121	7.4218	11.625
	100	0.8	1.2339	3.2175	6.2198	10.135
		1.0	1.3937	3.5783	7.0212	11.290
		1.2	1.5141	3.9324	7.6248	12.380
		1.4	1.6066	4.2747	8.1016	13.374
360°	20	0.8	0.49837	1.4083	2.9007	4.9374
		1.0	0.56166	1.5579	3.2585	5.4487
		1.2	0.61093	1.7046	3.5194	5.9170
		1.4	0.65025	1.8468	3.7149	6.3374
	100	0.8	0.50150	1.4347	2.9858	5.1532
		1.0	0.56623	1.5937	3.3793	5.7419
		1.2	0.61675	1.7521	3.6741	6.3009
		1.4	0.65707	1.9083	3.9017	6.8200

Table 3 Frequency parameter C_i for clamped-clamped arc with $\alpha_1/\alpha=0.75$ and $\alpha_2/\alpha=0.25$

α	s	n	Frequency parameter, C_i			
			$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
60°	20	0.8	23.046	37.570	62.665	68.866
		1.0	23.732	38.713	62.803	69.975
		1.2	24.206	39.637	62.928	70.709
		1.4	24.538	40.369	63.031	71.243
	100	0.8	49.624	75.068	114.13	162.24
		1.0	52.784	75.977	117.81	170.81
		1.2	55.692	76.384	121.37	176.52
		1.4	58.266	76.561	124.85	180.94
90°	20	0.8	17.585	18.151	36.907	42.085
		1.0	17.823	18.908	37.881	42.266
		1.2	17.914	19.623	38.650	42.373
		1.4	17.961	20.218	39.291	42.448
	100	0.8	21.039	39.906	72.420	87.471
		1.0	22.435	41.509	76.430	88.831
		1.2	23.729	42.796	79.186	89.717
		1.4	24.875	43.960	81.385	90.315
120°	20	0.8	10.040	15.058	24.019	29.917
		1.0	10.591	15.171	24.659	30.459
		1.2	11.077	15.210	25.230	30.730
		1.4	11.491	15.215	25.750	30.874
	100	0.8	11.031	22.263	40.075	58.034
		1.0	11.789	23.244	42.353	61.395
		1.2	12.495	24.065	43.905	63.797
		1.4	13.124	24.832	45.128	65.424
180°	20	0.8	3.8939	8.2561	14.809	17.691
		1.0	4.1551	8.5272	15.423	17.908
		1.2	4.3940	8.7288	15.805	18.076
		1.4	4.6046	8.8972	16.066	18.214
	100	0.8	4.0720	9.1776	16.827	25.566
		1.0	4.3746	9.6022	17.806	27.210
		1.2	4.6586	9.9641	18.470	28.419
		1.4	4.9140	10.307	18.987	29.267
270°	20	0.8	1.2591	3.2808	6.2494	9.7050
		1.0	1.3647	3.4218	6.5757	10.215
		1.2	1.4634	3.5395	6.7856	10.582
		1.4	1.5519	3.6484	6.9358	10.833
	100	0.8	1.2821	3.4137	6.6242	10.589
		1.0	1.3937	3.5783	7.0212	11.290
		1.2	1.4990	3.7214	7.2876	11.810
		1.4	1.5942	3.8592	7.4909	12.178
360°	20	0.8	0.50897	1.4879	3.0805	5.1349
		1.0	0.56166	1.5579	3.2585	5.4487
		1.2	0.61071	1.6201	3.3738	5.6794
		1.4	0.65450	1.6805	3.4571	5.8407
	100	0.8	0.51247	1.5180	3.1816	5.3754
		1.0	0.56623	1.5937	3.3793	5.7419
		1.2	0.61645	1.6621	3.5106	6.0157
		1.4	0.66135	1.7299	3.6091	6.2100

Table 4 Frequency parameter C_i for clamped-clamped arc with $\alpha_1/\alpha=0.25$, $\alpha_2/\alpha=0.50$ and $\alpha_3/\alpha=0.25$

α	s	n	Frequency parameter, C_i			
			$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
60°	20	0.8	22.815	36.705	62.468	65.391
		1.0	23.732	38.713	62.803	69.975
		1.2	24.284	40.512	63.091	73.677
		1.4	24.618	42.163	63.383	76.619
	100	0.8	48.541	70.568	110.41	151.46
		1.0	52.784	75.977	117.81	170.81
		1.2	56.787	79.521	125.97	185.91
		1.4	60.741	81.772	134.16	197.51
90°	20	0.8	17.200	17.748	35.079	41.596
		1.0	17.823	18.908	37.881	42.266
		1.2	18.204	19.964	40.332	42.646
		1.4	18.435	20.962	42.402	42.927
	100	0.8	20.658	36.556	67.351	85.631
		1.0	22.435	41.509	76.430	88.831
		1.2	24.110	46.019	83.664	90.874
		1.4	25.768	49.964	89.309	92.556
120°	20	0.8	9.9095	14.293	23.262	28.800
		1.0	10.591	15.171	24.659	30.459
		1.2	11.221	15.735	26.040	31.365
		1.4	11.828	16.089	27.313	31.925
	100	0.8	10.895	20.404	37.280	55.479
		1.0	11.789	23.244	42.353	61.395
		1.2	12.636	25.874	46.384	65.891
		1.4	13.477	28.227	49.530	69.691
180°	20	0.8	3.8988	7.6225	13.921	17.383
		1.0	4.1551	8.5272	15.423	17.908
		1.2	4.3925	9.3122	16.511	18.298
		1.4	4.6248	9.9656	17.303	18.639
	100	0.8	4.0806	8.4321	15.633	24.373
		1.0	4.3746	9.6022	17.806	27.210
		1.2	4.6500	10.696	19.540	29.422
		1.4	4.9235	11.685	20.896	31.326
270°	20	0.8	1.3042	3.0355	5.8538	9.3350
		1.0	1.3647	3.4218	6.5757	10.215
		1.2	1.4183	3.7744	7.1176	10.883
		1.4	1.4703	4.0844	7.5213	11.449
	100	0.8	1.3289	3.1536	6.1720	10.133
		1.0	1.3937	3.5783	7.0212	11.290
		1.2	1.4514	3.9755	7.6856	12.195
		1.4	1.5078	4.3340	8.1966	12.978
360°	20	0.8	0.55052	1.3856	2.8857	4.9427
		1.0	0.56166	1.5579	3.2585	5.4487
		1.2	0.56766	1.7203	3.5390	5.8328
		1.4	0.57107	1.8678	3.7453	6.1559
	100	0.8	0.55458	1.4129	2.9716	5.1602
		1.0	0.56623	1.5937	3.3793	5.7419
		1.2	0.57260	1.7659	3.6940	6.1911
		1.4	0.57631	1.9242	3.9304	6.5739

Table 5 Frequency parameter C_i for clamped-clamped arc with $\alpha_1/\alpha=0.40$, $\alpha_2/\alpha=0.20$ and $\alpha_3/\alpha=0.40$

α	s	n	Frequency parameter, C_i			
			$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
60°	20	0.8	23.680	36.947	62.501	68.886
		1.0	23.732	38.713	62.803	69.975
		1.2	23.734	40.056	63.059	70.572
		1.4	23.707	41.065	63.265	70.925
	100	0.8	49.128	75.020	115.15	163.56
		1.0	52.784	75.977	117.81	170.81
		1.2	55.799	76.451	119.37	177.79
		1.4	58.211	76.700	120.34	184.28
90°	20	0.8	17.780	17.921	37.126	41.859
		1.0	17.823	18.908	37.881	42.266
		1.2	17.832	19.727	38.297	42.593
		1.4	17.797	20.358	38.540	42.844
	100	0.8	20.866	40.290	73.006	87.308
		1.0	22.435	41.509	76.430	88.831
		1.2	23.730	42.167	79.754	89.637
		1.4	24.767	42.535	82.861	90.112
120°	20	0.8	9.9509	15.065	24.199	29.703
		1.0	10.591	15.171	24.659	30.459
		1.2	11.102	15.200	24.920	31.097
		1.4	11.500	15.189	25.077	31.607
	100	0.8	10.962	22.544	40.392	58.313
		1.0	11.789	23.244	42.353	61.395
		1.2	12.471	23.611	44.260	63.346
		1.4	13.016	23.803	46.047	64.608
180°	20	0.8	3.8812	8.3548	14.788	17.633
		1.0	4.1551	8.5272	15.423	17.908
		1.2	4.3765	8.5933	16.023	18.062
		1.4	4.5510	8.6008	16.567	18.159
	100	0.8	4.0653	9.3372	16.944	25.723
		1.0	4.3746	9.6022	17.806	27.210
		1.2	4.6286	9.7230	18.647	28.167
		1.4	4.8317	9.7648	19.436	28.791
270°	20	0.8	1.2705	3.3588	6.2669	9.7268
		1.0	1.3647	3.4218	6.5757	10.215
		1.2	1.4414	3.4320	6.8737	10.518
		1.4	1.5022	3.4103	7.1499	10.710
	100	0.8	1.2945	3.5028	6.6681	10.657
		1.0	1.3937	3.5783	7.0212	11.290
		1.2	1.4750	3.5950	7.3671	11.693
		1.4	1.5399	3.5766	7.6928	11.952
360°	20	0.8	0.52999	1.5385	3.0992	5.1617
		1.0	0.56166	1.5579	3.2585	5.4487
		1.2	0.58789	1.5493	3.4144	5.6255
		1.4	0.60900	1.5221	3.5610	5.7343
	100	0.8	0.53361	1.5719	3.2077	5.4148
		1.0	0.56623	1.5937	3.3793	5.7419
		1.2	0.59337	1.5858	3.5488	5.9464
		1.4	0.61531	1.5584	3.7096	6.0736

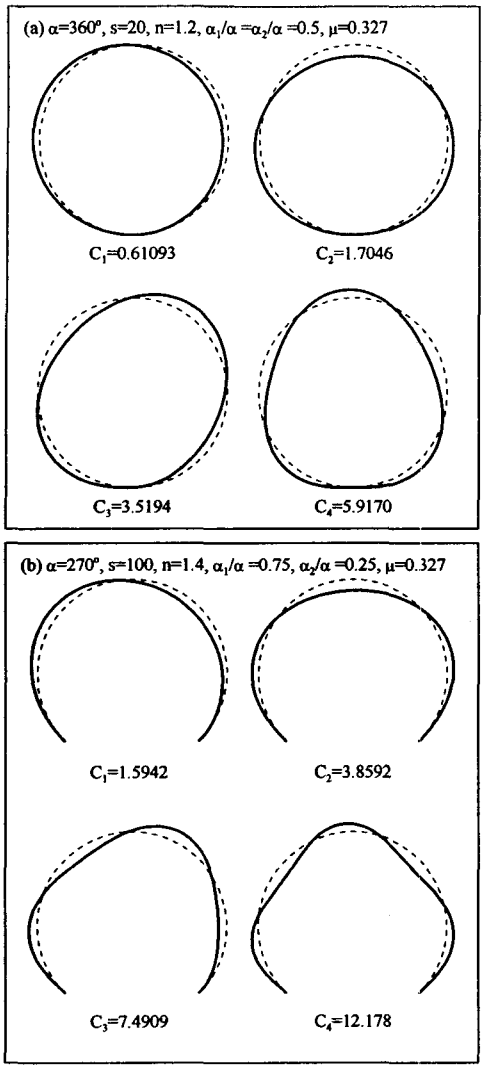

Fig. 3 Example of mode shapes.

이상의 해석 예에서 전단계수 μ는 0.327, 부재 중심각 α는 60°, 90°, 120°, 180°, 270° 및 360°를 고려하였으며, 세장비 s는 20과 100, 단면비 n은 0.8, 1.0, 1.2와 1.4를 고려하였다. Fig. 3은 본 연구에서 산출된 진동형의 예를 보인 것이다.

4. 요약 및 결론

이 논문에서는 축변형, 회전관성 및 전단변형의 영향을 고려한 불연속 변단면을 갖는 원호 곡선부재의 자유진동을 지배하는 상미분방정식을 유도하고, 이를 수치해석하여 고유진동수 및 진동형을 산출하였다. 해석 예에서는 2개의 불연속구간을 갖는 비대칭 곡선부재 및 3개의 불연속구간을 갖는 대칭 곡선부재의 중심각, 세장비, 단면비 및 불연속구간비에 변화에 따른 고유진동수 및 진동형을 구하였으며, 타문헌의 결과와 비교하여 본 연구결과의 타당성을 검증하였다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단의 목적기초연구(R05-2001-000-01369-0)지원으로 수행되었음.

참 고 문 헌

(1) Tüfekci, E. and Arpaci, A., 1998, "Exact Solution of In-Plane Vibrations of Circular Arches with account taken of Axial Extension, Transverse Shear and Rotatory Inertia Effects," Journal of Sound and Vibration, Vol. 209, pp.845-856.

(2) Oh, S.J., Lee, B.K. and Lee, I.W., 1999, "Natural Frequencies of Non-Circular Arches with Rotatory Inertia and Shear Deformation," Journal of Sound and Vibration, Vol. 219, pp.23-33.

(3) Rakowski, J. and Litewka, P., 2001, "Free Vibrations of Shear-Flexible and Compressible Arches by FEM," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 52, pp.273-286.

(4) Gutierrez, R.H. and Laura, P.A.A., 1995, "Vibrations of Non-Uniform Rings Studied by means of the Differential Quadrature Method," Journal of Sound and Vibration, Vol. 185, pp.507-513.

(5) Oh, S.J., Lee, B.K. and Lee, I.W., 2000, "Free Vibrations of Non-Circular Arches with Non-Uniform Cross-Section," International Journal of Solids and Structures, Vol. 37, pp.4871-4891.

(6) Auciello, N.M. and De Rosa, M.A., 1994, "Free Vibrations of Circular Arches: A Review," Journal of Sound and Vibration, Vol. 176, pp.433-458.

(7) Tong, X., Mrad, N. and Tabarrok, B., 1998, "In-Plane Vibration of Circular Arches with Variable Cross-Sections," Journal of Sound and Vibration, Vol. 212, pp.121-140.

(8) Borg, S.F. and Gennaro, J.J., 1959, Advanced Structural Analysis, Van Nostrand.