

## 일정체적 변단면 기둥의 자유진동

### Free Vibrations of Tapered Columns with Constant Volume

이 병 구\* · 오 이 태 은\*\* · 최 규 문\*\*\* · 송 주 한\*\*\*\*

Byoung Koo Lee, Tae Eun Lee, Kou Moon Choi and Ju Han Song

**Key Words** : free vibration(자유진동), constant volume(일정체적), mode shape(진동형), dynamic optimal shape(동적 최적단면), regular polygon cross-section(정다각형 단면)

#### ABSTRACT

The main purpose of this paper is to determine the dynamic optimal shapes of tapered column with constant volume. The linear, parabolic and sinusoidal tapers with the regular polygon cross-section are considered, whose material volume and span length are always held constant. The ordinary differential equation including the effect of axial load is applied to calculate the natural frequencies. The Runge-Kutta method and Regula-Falsi methods are used to integrate the differential equation and compute the frequencies, respectively. Then the dynamic optimal shape whose lowest natural frequency is highest is determined by reading the critical value of the frequency versus section ratio curve plotted by the frequency data. In the numerical examples, the tapered columns are analysed and the numerical result of this study are shown in table and figures.

#### 1. 서 론

보는 기둥, 평판과 함께 구조공학 관련 분야에서 가장 기본이 되는 구조단위이며, 토목, 기계, 선박, 항공 등 각종 공학분야에서 뼈대 구조물로 많이 이용되고 있다. 복잡하고 거대한 구조물도 이러한 단위구조의 결합체로 이루어지므로 이들 단위구조의 정적, 동적 거동을 나타내는 결과들을 이용하면, 전체 구조물의 거동결과를 예측하는 등의 사전정보를 얻을 수 있다. 이러한 단위구조물에 동하중이 작용하는 경우 구조물의 고유한 특성 중의 하나인 고유진동수를 산출하는 것은 무엇보다 먼저 선행되어야 할 해석과정이다. 또한 최대 고유진동수나 최대하중을 갖게 되는 구조물의 단면형상을 찾는 문제도 매우 중요한 연구과제이다.<sup>(1-3)</sup>

변단면은 전체 구조물의 자중을 줄이면서 작용하중에 대한 내하능력 증진, 구조물의 미적 감각 및 경제적 측면 등 특정한 목적 때문에 변단면의 이용은 날로 증가하는 추세이다.

이러한 연구배경으로 본 논문은 최대 고유진동수를 갖는 변단면 기둥의 동적 최적단면을 결정하는데 연구목적이 있다. 일반적으로 구조물의 고유진동수들 중에서 가장 작은 값인 제 1고유진동수가 구조물의 동적거동에 비교적 큰 영향을 미친다. 따라서 이 연구에서 동적 최적단면은 최대의 제 1고유진동수를 갖는 단면형상으로 정의한다.<sup>(4)</sup>

이를 위하여 일정체적 변단면 기둥의 자유진동을 지배하는 미분방정식을 유도하고, 이로부터 대상 기둥의 고유진동수를 산출할 수 있는 수치해석 프로그램을 개발하였다. 해석 결과 얻어지는 고유진동수와 단면비와의 관계로부터 최대 고유진동수를 갖는 기둥의 동적 최적단면을 결정하였다. 상미분방정식에는 기둥의 압축하중효과를 고려하였고, Runge-Kutta method<sup>(5)</sup>를 이용하여 수치적분하였다. 미분방정식에 포함되어 있는 기둥의 고유치인 고유진동수는 Regula-Falsi method<sup>(6)</sup>를 이용한 행렬값 탐사법으로 산출하였다.

이 연구에서 대상부재는 동일한 지간길이와 체적을 갖고, 단면깊이가 선형, 포물선 및 정현 함수로 변화하는 일정체적 변단면 고정-고정 기둥을 택하였다. 또한 기둥의 재료는 선형탄성체이며 자유진동은 조화진동으로 가정하였다.

실제의 수치해석에는 고정-고정 기둥에 대하여 적용하였으며, 수치해석의 결과로 하중단계별 단면비-고유진동수 곡선, 동적 최적단면비 및 각종 동적 안정영역을 무차원화하여 표 및 그림에 나타내었다.

\* 원광대학교 토목환경 및 도시공학부  
E-mail : bklee@wonkwang.ac.kr  
Tel : (063) 850-6718, Fax : (063) 857-7204

\*\* 원광대학교 대학원

\*\*\* (주)백두 Plant

\*\*\*\*(주)제일건설

## 2. 변단면의 정의

그림 1(a)는 본 연구에서 대상으로 하고 있는 지간길이  $l$ 이고, 체적이  $V$ 로 일정한 기둥의 단면길이의 변화를 나타낸 것이다. 본 연구에서 기둥의 단면은 정다각형 단면이며, 단면의 도심에서 꼭지점까지의 단면길이는  $h$ 이다. 본 연구에서  $h$ 는 단면의 축방향 좌표  $x$ 에 따라서 변화하는 변단면 기둥이므로 기둥의 단면적  $A$  및 단면 이차모멘트  $I$ 는  $x$ 에 따라서 변화한다.

그림 1(a)에서와 같이  $x=0$  즉, 기둥의 하단에서  $h=h_b$ 이고,  $x=l$  즉, 기둥의 상단에서  $h=h_t$ 이다. 기둥의 기하학적 형상을 정의하기 위하여 단면비로 정의되는 무차원량  $\alpha$ 를 다음과 같이 도입한다.

$$\alpha = h_t / h_b \quad (1)$$

단면길이가  $h$ 인 정다각형의 단면적  $A$  및 단면 이차모멘트  $I$ 는 다음 식들과 같이 나타낼 수 있다.

$$A = c_1 h^2, \quad I = c_2 h^4 \quad (2.3)$$

여기서,

$$c_1 = n \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) \cos\left(\frac{\pi}{n}\right) \quad (4)$$

$$c_2 = \frac{n}{4} \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) \cos^3\left(\frac{\pi}{n}\right) \left[1 + \frac{\tan^2(\pi/n)}{3}\right] \quad (5)$$

식 (4), (5)에서  $n$ 은 정다각형의 변수이며  $n$ 이  $\infty$ 이면 즉, 원형 단면이면  $c_1$  값과  $c_2$  값은 각각  $\pi$ 와  $\pi/4$ 로 수렴한다.

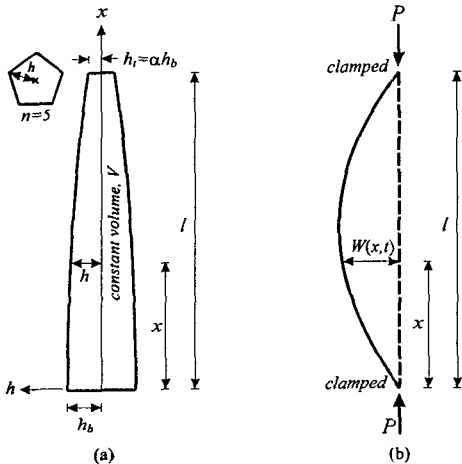


그림 1. (a) 단면길이의 변화  
(b) 축하중을 받는 기둥의 진동형

또한 정다각형 단면의 도심을 통과하는 축은 모두 주축이며, 따라서 (3)식으로 주어지는 단면 이차모멘트는 도심축에 상관없이 모두 동일한 값을 갖고 주단면 이차모멘트이다.

이제 단면길이가  $h$ 를 결정해주는  $x$ 에 관한  $h$ 의 함수식을 정의한다. 본 연구에서는 연구의 대상부재로  $h$ 가 선형, 포물선 및 정현 함수로 변화하는 변단면 기둥을 채택하였다.

그림 1에서 변단면 기둥의 함수식  $h$ 는 적교좌표계  $(x, h)$ 에서  $(0, h_b)$ ,  $(l, \alpha h_t)$ 를 통과하므로 직선, 포물선 및 정현 함수의 방정식은 다음과 같다.

$$\text{직선 변단면 : } h = h_b \left[ c_3 \left( \frac{x}{l} \right) + 1 \right], \quad 0 \leq x \leq l \quad (6)$$

$$\text{포물선 변단면 : } h = h_b \left[ c_3 \left( \frac{x}{l} \right)^2 + 1 \right], \quad 0 \leq x \leq l \quad (7)$$

$$\text{정현 변단면 : } h = h_b \left[ c_3 \sin\left(\frac{\pi x}{2l}\right) + 1 \right], \quad 0 \leq x \leq l \quad (8)$$

여기서,

$$c_3 = \alpha - 1 \quad (9)$$

주어진 단면비  $\alpha$  및 단면길이변화식  $h$ 로 정의되는 변단면 기둥의 체적  $V$ 는 식 (6)~(8)을 이용하면 다음과 같이 산출되고 이 체적  $V$ 는 모두 일정하다.

$$V = \int_0^l A dx = c_4 (c_1 h_b^2 l) \quad (10)$$

위의 식에서  $c_4$ 는 단면길이가  $h_b$ 로 일정한 기둥의 체적  $V$ 에 대한 직선, 포물선 및 정현 변단면 기둥의 체적의 비율로 그 값은 각각 식 (11), (12), (13)과 같다.

$$\text{직선 변단면 : } c_4 = (a^2 + a + 1)/3 \quad (11)$$

$$\text{포물선 변단면 : } c_4 = (3a^2 + 4a + 8)/15 \quad (12)$$

$$\text{정현 변단면 : } c_4 = c_3^2/2 + 4c_3/\pi + 1 \quad (13)$$

## 3. 지배미분방정식

그림 1(b)는 축압축하중  $P$ 가 작용하고 있는 변단면 기둥의 진동형을 나타낸 것이다. 기둥의 양단은 고정지점으로 지지되어 있다. 기둥의 자유진동을 조화진동으로 가정하면 동적변위  $W(x, t)$ 는 다음과 같이 표시된다.<sup>(6)</sup>

$$W(x, t) = w(x) \sin(\omega t) \quad (14)$$

위의 식에서  $w(x)$ 는 조화진동의 진폭,  $\omega$ 는 고유각진동수,  $t$ 는 시간이다.

식 (14)와 식 (14)의 편미분식들을 이용하여 기둥의 자유진동을 지배하는 미분방정식을 유도하면 다음 식과 같고, 축압축하중  $P$ 의 효과를 고려한다.<sup>(7)</sup>

$$EI \frac{d^4 w(x)}{dx^4} + 2E \frac{dI}{dx} \frac{d^3 w(x)}{dx^3} + \left( E \frac{d^2 I}{dx^2} + P \right) \frac{d^2 w(x)}{dx^2} - \rho A \omega^2 w(x) = 0 \quad (15)$$

본 연구에서 대상 기둥의 양단은 고정-고정의 단부조건을 채택하였으므로 양단 ( $x=0$ ,  $x=l$ )에서의 경계조건은 다음과 같다.

$$w(x) = 0, \quad x=0 \text{ 및 } x=l \text{에서} \quad (16)$$

$$dw(x)/dx = 0, \quad x=0 \text{ 및 } x=l \text{에서} \quad (17)$$

지배미분방정식을 무차원량으로 유도하기 위하여 다음과 같은 무차원 변수들을 도입하였다.

$$\xi = x/l, \quad \eta = w(x)/l \quad (18,19)$$

$$p = Pl^2/(EV^2), \quad C = \sqrt{\rho \omega^2 l^5 / (EV)} \quad (20,21)$$

여기서  $\xi$ 와  $\eta$ 는  $x$ 와  $w(x)$ 를 시간길이  $l$ 로 정규화한 것이고,  $p$ 는 무차원 하중,  $C$ 는 무차원 고유진동수이다.

상미분방정식 식 (15)에 식 (6-8)을 이용한 식 (2, 3) 및 식 (3)으로부터 구한  $dI/dx$ ,  $d^2I/dx^2$ 를 대입하고, 위의 무차원 변수들을 이용하면 다음 식과 같은 변단면 기둥의 자유진동을 지배하는 무차원 상미분방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d^4 \eta}{d\xi^4} = a_1 \frac{d^3 \eta}{d\xi^3} + (a_2 + a_3 p) \frac{d^2 \eta}{d\xi^2} + a_4 C^2 \eta \quad (22)$$

여기서 상미분방정식에 포함되어 있는 계수  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$ 는 각 변단면에 대하여 다음의 식들과 같다.

● 직선 변단면

$$a_1 = -\frac{8c_3}{i}, \quad a_2 = -\frac{12c_3^2}{i^2} \quad (23,24)$$

$$a_3 = -\frac{c_1^2 c_4^2}{c_2 i^4}, \quad a_4 = \frac{c_1^2 c_4}{c_2 i^2} \quad (25,26)$$

● 포물선 변단면

$$a_1 = -\frac{16c_3 \xi}{i}, \quad a_2 = -\left( \frac{8c_3}{i} + \frac{48c_3^2 \xi^2}{i^2} \right) \quad (27,28)$$

$$a_3 = -\frac{c_1^2 c_4^2}{c_2 i^4}, \quad a_4 = \frac{c_1^2 c_4}{c_2 i^2} \quad (29,30)$$

● 정현 변단면

$$a_1 = -\frac{4c_3 \pi}{i} \cos\left(\frac{\pi \xi}{2}\right) \quad (31)$$

$$a_2 = -\frac{c_3 \pi^2}{i^2} \left[ 3c_3 \cos^2\left(\frac{\pi \xi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\pi \xi}{2}\right) i \right] \quad (32)$$

$$a_3 = -\frac{c_1^2 c_4^2}{c_2 i^4}, \quad a_4 = \frac{c_1^2 c_4}{c_2 i^2} \quad (33,34)$$

식 (16), (17)의 경계조건을 식 (18), (19)의 무차원 변수를 이용하여 무차원 경계조건으로 표현하면 다음과 같다.

$$\eta = 0, \quad \xi = 0 \text{ 및 } \xi = 1 \text{에서} \quad (35)$$

$$d\eta/d\xi = 0, \quad \xi = 0 \text{ 및 } \xi = 1 \text{에서} \quad (36)$$

#### 4. 수치해석 결과 및 고찰

이상의 과정에서 본 연구 대상기둥의 자유진동을 지배하는 상미분방정식을 유도하였으므로, 이제 이 상미분방정식을 푸는 문제는 자유진동의 고유치인  $C$ 와 그에 대응하는 진동형  $\eta$ 를 구하는 문제로 귀결된다.

상미분방정식에 포함되어 있는 고유치  $C$ 와 진동형  $\eta$ 를 구하기 위한 수치해석 방법을 간단히 설명하면 다음과 같다.

먼저 입력변수인 정다각형의 변수  $n$ , 단면비  $\alpha$  및 무차원 하중  $p$ 를 입력하고, 미분방정식에 포함되어 있는 계수값을 계산한다.

$C$ 값을 시행착오적 방법으로 가정하여 식 (22)의 미분방정식에 대입한 후 식 (35), (36)의 경계조건을 초기치로 하여 Runge-Kutta method<sup>(5)</sup>로  $\xi=0$ 에서  $\xi=1$ 까지 수치적분하여 진동형  $\eta$ 를 구한다.

이때 가정한  $C$ 값이 자유진동의 고유치인지는 수치적분의 수행결과로 얻어진 경계조건이  $\xi=1$ 에서의 실제경계조건인 식 (35), (36)을 만족하는지의 여부로 판단한다. 이는 문에서 고유치인  $C$ 의 산정에는 행렬값 탐사법을 결합한 Regula-Falsi method<sup>(5)</sup>를 이용하였다.

이상의 과정에 의해  $C$  및  $\eta$ 를 산출할 수 있는 컴퓨터 프로그램을 작성하였으며, 본 연구에서 기둥의 무차원 고유진동수  $C$ 는 최저차의 제 1고유진동수만 산출하였다. 또한 고유진동수-단면비 곡선을 고찰하여 최대의 고유진동수  $C_{max}$ 를 갖는 최적단면비  $\alpha_{opt}$ 를 산출하였다.

그림 2는 정3각형 단면에 대하여 하중단계별 ( $p=0, 0.5, 1, 2, 3$ )로  $C$ 와  $\alpha$ 사이의 관계를 나타낸 것이다. 이 그림에서  $C$ 값은  $\alpha$ 값이 증가함에 따라서 증가하다가 최대값을 보인 후에 다시 감소한다. 따라서  $C$ 값이 최대값을 갖는  $\alpha$ 값이 최적단면비  $\alpha_{opt}$ 가 된다. 각 하중단계별  $C-\alpha$ 곡선

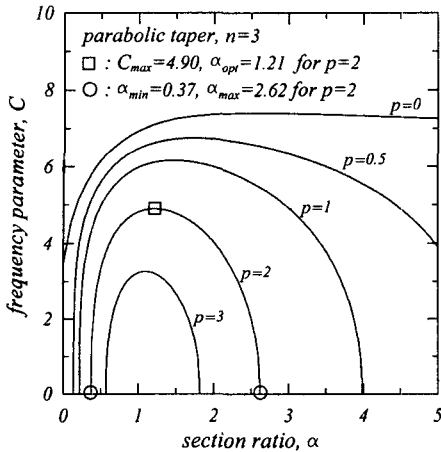


그림 2. 하중단계별 고유진동수-단면비 곡선

은 모두 임계점에서 최대값을 보이고 있어 각 하중단계별로 최적단면비  $\alpha_{opt}$ 가 존재함을 알 수 있다. 예로서  $p=2$ 인 경우에  $\square$ 로 표시된  $C_{max}$  값은  $\alpha=1.21$ 에서 4.90으로 나타나고 있다. 따라서  $p=2$ 인 경우에 최적단면비  $\alpha_{opt}$ 는 1.21이며, 4.90보다 큰  $C$ 는 존재하지 않는다. 또한  $p=2$ 인 경우에  $\circ$ 로 표시된 최소단면비  $\alpha_{min}$ 과 최대단면비  $\alpha_{max}$ 가 있음을 알 수 있다.  $C$ 값은  $\alpha_{min}$ ,  $\alpha_{max}$  사이에서만 존재하며,  $\alpha_{min}$  이하,  $\alpha_{max}$  이상의  $\alpha$ 값에 대해서는 제 1고유진동수가 존재하지 않는다. 따라서 각 하중단계별로  $C-\alpha$  곡선으로 둘러싸인 곳이 동적 안정영역이며,  $C-\alpha$  곡선을 벗어난 부분은 불안정영역이 된다.

그림 2는 정3각형 단면을 갖는 포물선형 기둥의 무차원 하중과 단면비의 변화에 따른 무차원 고유진동수값의 변화를 나타낸 것이다. 이 그림에서 무차원 하중이 증가함에 따라 고유진동수는 감소함을 알 수 있으며, 각각의 하중에 따라 최대의 고유진동수값을 갖는 최적단면비가 존재함을 알 수 있다. 그림 2에서  $\alpha-p$ 평면의 level이 0인 곳은 무차원 고유진동수가 0인 면으로 이는 동적개념에 의해 산출된 무차원 좌굴하중을 의미한다. 단면비가 증가함에 따라 무차원 좌

표 1. 하중변화에 따른 최적단면비 ( $n=3$ )

선형	$p$	$\alpha_{opt}$	$C_{max}$
직선	0	1.00	6.94
	1	1.00	5.98
	2	1.00	4.82
	3	1.00	3.23
	3.8	1.00	0.00
포물선	0	2.59	7.40
	1	1.39	6.16
	2	1.21	4.90
	3	1.09	3.26
	3.8	1.00	0.00
정현	0	0.47	7.23
	1	0.77	6.09
	2	0.88	4.90
	3	0.93	3.25
	3.8	1.00	0.00

굴하중은 증가하다가 정점( $p=3.80$ )을 보인 후에 다시 감소하게 된다. 이는 일정한 체적과 동일한 지간길이를 갖는 포물선형 기둥을 단면비를 달리하여 설계하는 경우 단면비에 따른 무차원 좌굴하중이 모두 다르며, 정점에서의 단면비에 해당하는 제원을 갖는 기둥이 가장 큰 좌굴하중을 갖는 최강기둥임을 알 수 있다.

표 1은 하중의 변화에 따른 선형별 최대고유진동수와 최적단면비를 나타낸 것이다. 이 표에서 하중이 증가함에 따라 기둥이 가질 수 있는  $C_{max}$  값은 작아짐을 알 수 있으며,  $C_{max}$ 가 0이 되는 하중  $p$ 가 동적 안정영역에서의 최대하중이 된다. 직선 변단면의 경우 하중의 증가에 따라  $C_{max}$ 는 감소하나 최적단면비  $\alpha_{opt}$  값은 항상 '1'을 나타내었다. 즉 직선 변단면은 어떠한 하중조건에 대하여 가장 큰 고유진동수를 얻기 위해서는 기둥을 등단면으로 설계하는 것이 바람직하다. 포물선 변단면의 경우 하중의 증가에 따라 최대 고유진동수를 갖는 최적단면비는 감소하고, 정현 변단면은 그와 반대로 증가하며, 두 경우 모두 최적단면비가 '1'로 수렴해감을 알 수 있다. 또한 각각의 하중에 따른 최대고유진동수는 포물선, 정현, 직선 변단면 순으로 크게 나타났다.

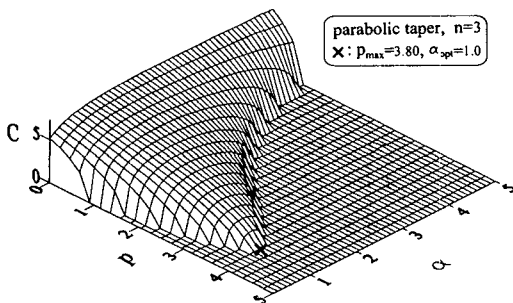


그림 3. 하중 및 단면비 변화에 따른 무차원 고유진동수

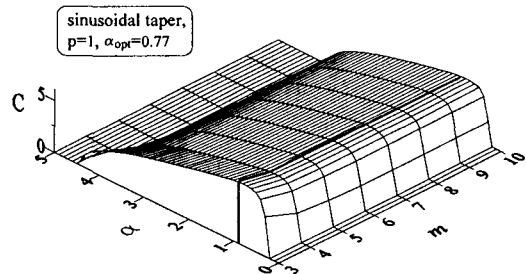


그림 4. 정다각형의 변수에 따른 최적단면비

그림 4는 정다각형의 변수와 단면비 변화에 따른 무차원 고유진동수의 변화를 나타낸 그림이다. 이 그림에서 단면비가 증가함에 따라 무차원 고유진동수는 증가하다가 최고값을 나타낸 후 감소함을 알 수 있다. 정다각형의 변수  $n=3$  일 때  $C_{max}$ 는 가장 큰 값을 가지며,  $n$ 이 증가함에 따라  $C_{max}$ 는 감소하나 그 때의  $\alpha_{opt}$ 는 항상 일정함을 알 수 있다. 그림에서 정현 변단면 기둥에 무차원 하중  $p=1$ 이 작용하는 경우 최대고유진동수를 갖는 최적단면비  $\alpha_{opt}=0.77$ 로 정다각형의 변수에 상관없이 항상 일정하게 나타났다.

표 2는 정다각형의 변수변화에 따른 선형별 최대고유진동수와 최적단면비를 나타낸 것이다. 정다각형의 변수가 증가하면  $C_{max}$  값은 감소하게 된다. 그러나 각각의  $C_{max}$ 에 대응하는  $\alpha_{opt}$  값은 정다각형의 변수에 상관없이 항상 일정하다. 기둥에 무차원 하중  $p=1$ 이 작용하는 경우 직선 변단면은  $\alpha=1.00$ , 포물선 변단면은  $\alpha=1.39$ , 정현 변단면은  $\alpha=0.77$ 에서 가장 큰 고유진동수를 나타내었으며, 각각의 정다각형에 대해  $C_{max}$  값은 포물선, 정현 및 선형의 순으로 크게 나타났다. 정3각형 단면의 경우 원형단면( $n=c$ )에 비해  $C_{max}$  값이 약 15%정도 크게 나타나 정3각형 단면이 진동에 가장 유리한 단면임을 알 수 있다. 또한  $n=5$ 이상에서는  $C_{max}$  값의 변화가 거의 나타나지 않으며, 정5각형과 원형단면의  $C_{max}$  값의 비는 직선 변단면 1.1%, 포물선 변단면 1.3%, 정현 변단면 1.3%로 나타나 정5각형 이상의 단면은 원형단면으로 대체하여도 동역학적으로 무리가 없을 것으로 사료된다.

그림 5는 직선 변단면 기둥의 무차원 하중 증가에 따른 최대고유진동수의 변화를 나타낸 것이다.  $C_{max}$  값은 하중이

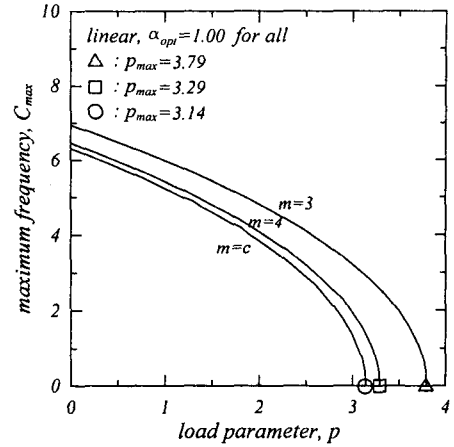


그림 5. 하중단계별 최대 고유진동수 곡선

작을수록 크게 나타나며,  $p$  값이 증가하면 감소한다. 이 곡선으로부터 기둥이 가질 수 있는 최대고유진동수  $C_{max}$ 와 최대하중  $p_{max}$ 를 구할 수 있다. 예로서 정3각형 단면에서 최대  $C_{max}$  값은 6.94이며,  $p_{max}$ 는 3.79이다. 이는 정3각형 단면의 경우 무차원 고유진동수는 0~6.94, 무차원 하중은 0~3.79 사이에 분포함을 의미한다.

그림 6은 단면비 변화에 따른 진동형의 변화를 나타낸 것이다. 그림에서의 대상 기둥은 정3각형 단면을 갖고 무차원 하중  $p=2$ 가 작용하는 포물선형 변단면 기둥이다. 그림에서의 수직축은 자유진동의 상대진폭을 나타낸다. 이 그림으로부터 진폭의 크기가 가장 큰 최대진폭의 위치를 파악할 수 있으며, 단면비의 증가에 따라 진동형의 최대진폭은 감소하다 다시 증가하게 된다. 최대진폭이 감소하여 최소가 되는 점의 단면비가 진동형상에 대한 최적단면비이다. 일정하중에 대하여 단면비가 계속 증가 또는 감소하게 되면 최대진폭은 계속 증가하여 안정영역을 벗어나게 된다. 따라서 단면비에 따른 진동형의 변화를 고찰함으로써 최대진폭의 크기 및 위치 등을 효과적으로 제어할 수 있을 것으로 사료된다.

표 2. 정다각형 변수변화에 따른 최적단면비( $p=1$ )

선형	$n$	$\alpha_{opt}$	$C_{max}$
직선	3	1.00	5.98
	4	1.00	5.41
	5	1.00	5.30
	10	1.00	5.24
	$c^*$	1.00	5.24
포물선	3	1.39	6.15
	4	1.39	5.56
	5	1.39	5.44
	10	1.39	5.38
	$c^*$	1.39	5.37
정현	3	0.77	6.09
	4	0.77	5.51
	5	0.77	5.39
	10	0.77	5.33
	$c^*$	0.77	5.32

\*  $c$  = 원형단면

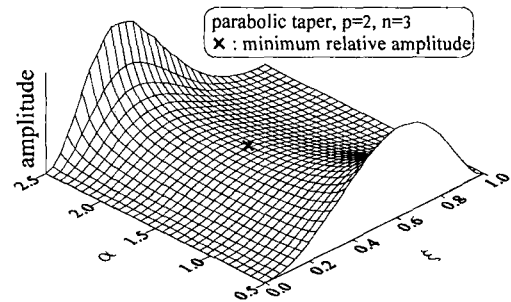


그림 6. 단면비 변화에 따른 진동형의 예

## 5. 결 론

## 참 고 문 헌

이 논문은 일정체적 변단면 기둥의 자유진동 및 동적 최적단면에 관한 연구이다. 본 연구에서 해석대상 보의 일정한 체적과 길이를 갖고 단면길이의 변화가 직선, 포물선 및 정현식으로 표현되는 정다각형 단면의 고정-고정 보를 택하였다. 대상 보의 진동형을 지배하는 미분방정식과 경계조건을 무차원화하여 유도하고 유도된 미분방정식으로부터 무차원 고유진동수 및 진동형을 산출할 수 있는 컴퓨터 프로그램을 개발하였다. 입력변수의 변화에 따른 기둥의 고유진동수를 산출하고, 이 결과들로부터 가장 큰 제 1고유진동수가 발생하는 동적 최적단면을 결정하였다. 수치해석의 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 좌굴하중 이하의 하중에 대하여 최대의 고유진동수를 갖는 최적단면비가 존재한다.
2. 축하중이 작용하지 않는 경우 동적 최적단면비는 직선 변단면 1.00, 포물선 변단면 2.59, 정현 변단면 0.47이다.
3. 기둥에 작용할 수 있는 최대 무차원압축하중은 세 가지 변단면 모두 3.87이며, 이 때의 최적단면은 등단면이다.
4. 정다각형의 변수가 작을수록 무차원 고유진동수는 크며, 최대의 무차원 고유진동수를 갖는 최적단면비는 정다각형의 변수에 상관없이 항상 일정하다.

- (1) Haftka, R. T., Grudal, Z. and Kamat, M. P., 1990, Elements of Structural Optimization, Kluwer Academic Publisher.
- (2) Kamat, M. P. and Simites, G. J., 1973, "Effect of Shear Deformations and Rotatory Inertia on Optimum Beam Frequencies," Int. J. Num. Meth. Eng., Vol. 9, pp.51~62.
- (3) Lee, B. K. and Mo, J. M., 1996, "Free Vibrations and Buckling Loads of Tapered Beam-Columns of Regular Polygon Cross-Section with Constant Volume," Journal of Korean Society of Noise and Vibration Engineering, Vol. 6, No. 5, pp.587~594.
- (4) Niordson, F. I., 1965, "On the Optimal Design of a Vibrating Beam," Q. App. Math., Vol. 23, pp.47~53.
- (5) Carnahan, B., Luther, H. A. and Wilkes, J. O., Applied Numerical Methods, John Wiley & Sons, Inc.
- (6) Timoshenko, S. P., Young, D. H. and Weaver, Jr. W., 1974, Vibration Problem in Engineering, 4th Edition, John Wiley & Sons, Inc.
- (7) Clough, R. W. and Penzien, J., 1993, Dynamics of Structures, 2nd Edition, McGraw-Hill.