

# Herschel-Bulkley 모델을 이용한 MR 댐퍼 승용차의 제어 성능 고찰

° 이 덕영\*, 황 우석\*\*

## Control Performance Investigation of MR Fluid Damper using Herschel-Bulkley Shear Model

Dug-Young Lee and Woo-Seok Hwang

### ABSTRACT

The control performance of a vehicle installed with an MR(magnetorheological) fluid-based damper is investigated on the basis of Herschel-Bulkley shear model. Generally, most of MR fluid damper has been analyzed based on a simple Bingham-plastic shear model. However, the Bingham-plastic shear model can not well describe the behavior of the damper on the condition of high velocity and high current field input. Therefore, in this study, the Herschel-Bulkley shear model in which the constant post-yield plastic viscosity in Bingham model is replaced with a power law model dependent on shear rate is used to assess control performance of a vehicle with MR fluid damper suspension system. This study deals with a two-degree-of-freedom suspension using the MR fluid damper for a quarter car model. The response for the bump input to identify the fastness of MR fluid damper embedded skyhook controller and requested magnetic field are investigated.

### 1. 서론

자기장(MR) 유체 및 전기장(ER) 유체는 자기장이나 전기장이 부하되면 항복응력이 크게 증가하는 특성을 지니고 있다. 이러한 특성을 활용한 장치는 가변성과 가제어성이 향상되므로<sup>(1)</sup> 지능형 유체(smart fluid)라 불리고 있다. 지능형 유체의 특성을 이용한 응용 장치는 외부 조건에 따라 단순히 MR/ER유체에 부하되는 자기장 또는 전기장의 크기만을 변화시켜 연속적인 제어가 가능하며 구조가 단순화되는 장점을 갖는다<sup>(2)</sup>. 이러한 장점을 가진 지능형 유체를 활용한 반동동형 자동차 현가장치는 승차감과 조종안정성을 향상시킬 수 있으며, 능동형 현가장치의 단점을 개선할 수 있어

큰 관심을 끌고 있다.

MR 유체는 ER 유체에 비하여 높은 항복응력, 불순물에 대한 안정성, 넓은 온도 사용범위 등의 장점을 갖고 있다. 이러한 장점을 활용하여 브레이크, 클러치, 속업소버, 마운트 등 다양한 자동차 부품에 응용되고 있다<sup>(3)</sup>. 지능형 유체를 활용한 다양한 제품의 제어 성능을 향상시키기 위해서는 좋은 제어 이론을 사용하는 것도 중요하지만, 자기장의 변화에 따른 MR 유체 활용 부품의 거동을 정확하게 묘사할 수 있는 모델을 수립하는 것도 중요하다. 또한 MR 유체 자체의 자기장의 변화에 따른 유연 특성을 정확히 감안한 해석 모델도 중요하다.

보편적으로 해석의 편의성을 감안하여 전단 속도비(shear rate)에 선형적으로 비례하는 Bingham 모델을 널리 사용한다. 그러나 Bingham모델은 높은 속도나 센 자기장이 부하되는 경우 MR 유체의

\*,\*\* : 대구대학교 자동차·산업·기계공학부

특성을 잘 고려하지 못하는 것으로 알려져 있다. 그런데 항복 후, 일정하다고 가정한 Bingham 모델의 점성을 전단 속도비의 지수 함수에 비례하는 급수함수(power law)로 정의한 Herschel-Bulkley 모델을 사용하면, 유동 거동 지수(flow behavior index) 값에 따라 전단 농후(thickening), Bingham, 회박(thinning) 특성을 모두 해석할 수 있다.

본 논문에서는 이러한 MR유체의 유연 특성을 해석할 수 있는 일반적인 Herschel-Bulkley 모델을 이용하여 MR 유체를 통입한 승용차용 댐퍼의 제어 특성을 확인해보자 한다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 차량의 운동방정식

다음의 Fig. 1과 같이 차량을 1/4 차량으로 2차 유도계로 모델링한다. 차체(body)와 바퀴(wheel)는 각각 강체로 고려하고, 바퀴를 구성하는 타이어의 댐핑은 강성에 비하여 작으므로 무시한다.

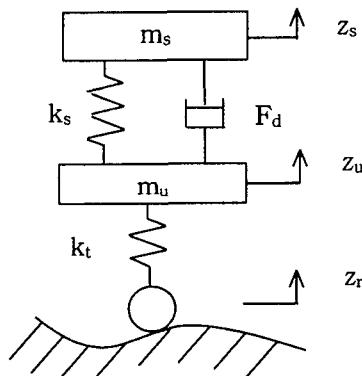


Fig. 1 Quarter car model

위 1/4 차량의 동적 지배 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m_s \ddot{z}_s &= -k_s(z_s - z_u) - F_d \\ m_u \ddot{z}_u &= k_s(z_s - z_u) - k_t(z_u - z_r) + F_d \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $z_s$ 는 차체  $m_s$ 의 변위,  $z_u$ 는 바퀴  $m_u$ 의 변위,  $z_r$ 은 지면으로부터의 입력 변위이고,  $k_s$ 와  $k_t$ 는 각각 차체 및 타이어의 스프링상수, 그리고  $F_d$ 는 MR 유체 댐퍼의 감쇠력이다.

### 2.2 MR 댐퍼의 감쇠력

Fig. 2는 MR 유체를 이용한 전형적인 지능형

댐퍼이다. 감쇠력은 MR 유체가 자극 틈새로 흐를 때 발생되는 압력 강하 즉 자기장 무부하시의 유체 점성에 의한 유체의 저항력(수동감쇠계수  $C_{min}$ )과 자기장 인가시의 항복응력에 의한 압력 강하, 가스 챔버의 압축성으로 인한 감쇠력의 합으로 일반적으로 표현한다.

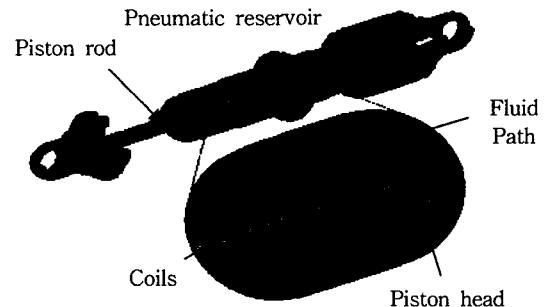


Fig. 2 Configuration of MR shock absorber

본 논문에서는 MR유체의 전단 농후/ 회박 특성이 제어 성능에 미치는 영향을 고찰하는 것이 주 목적이므로 댐퍼의 감쇠력을 자기장 무부하시의 감쇠력과 자기장 부하시의 추가 감쇠력의 합으로 고려한다.

$$F_d = C_{min} \dot{z} + F_{MR} \quad (2)$$

자극 틈새를 흐르는 MR유체가 정상상태에 도달한 경우, 전단응력  $\tau$ 와 전단속도비  $du/dz$ 와의 관계는 Bingham 모델에서 일정하다고 가정한 유체의 점성을 전단속도비의 급수함수로 치환한 Herschel-Bulkley 모델로 표현될 수 있다<sup>(4)</sup>. 일차원 유동의 경우, 그 구성방정식은<sup>[4,5]</sup>

$$\tau = \tau_y + K \left( \frac{du}{dz} \right)^n \quad (3)$$

여기서, 여기서 지수  $n$ 은 유동거동지수,  $K$ 는 일치율(consistency index)이다. 유동거동지수  $n$ 의 크기에 따라 전단 농후 및 전단 회박 특성을 해석할 수 있다. 즉 (1)  $n > 1$ : 전단 농후 특성, (2)  $n = 1$ : Bingham 특성, (3)  $n < 1$ : 전단 회박 특성을 표현한다.

Fig. 3은 자극 틈새의 속도 분포를 나타낸 그림이다. 그림에서 보는 바와 같이 영역 1 및 3은 항복후영역(post-yield)으로  $|\tau| > |\tau_y|$ 이며, 영역 2

는  $|\tau| < |\tau_y|$  인 항복전영역(pre-yield) 즉 플러그(plug) 유동 영역을 나타낸다.

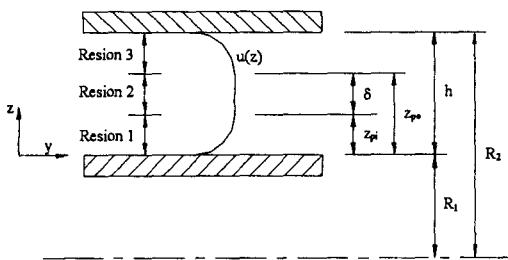


Fig. 3 Velocity profile

자극사이의 속도는 경계 조건, 각 영역 경계에서의 속도 일치 조건 및 대칭 조건들로부터 구할 수 있다. 자극 틈새를 흐르는 전 유량은 구한 속도로부터 각 영역의 유량을 계산하여 합하여 구할 수 있다. 전 유량은 댐퍼의 유효단면적과 속도의 곱이 될 것이므로, 이로부터 자극 틈새를 흐르는 MR 유체의 압력 강하는 다음 식으로 구할 수 있다.

$$\Delta P = \left\{ \frac{(A_p - A_r) \dot{z}}{bn} \right\}^n \left\{ \frac{2}{1 - \bar{\delta}} \right\}^{n+1} \left\{ \frac{(2n+1)(n+1)}{n(1+\bar{\delta}) + 1} \right\}^n \frac{KL}{d^{2n+1}} \quad (4)$$

여기서  $A_p$ ,  $A_r$ 은 피스톤 및 피스톤 로드의 단면적,  $b$ 는 자극의 폭, 그리고  $\bar{\delta}$ 는  $\delta/d$  즉, 비플러그 두께(non-dimensional plug thickness)로서, 전극 틈새를 평판으로 가정하여, 하중 평형조건으로부터 얻어지는 지배방정식에 영역 2의 경계에서의 응력은 항복응력이라는 경계조건을 활용하면 다음 식(5)와 같이 표현할 수 있다<sup>[6]</sup>.

$$\bar{\delta} = \frac{2L\tau_y}{|\Delta P|d} \quad (5)$$

MR유체의 항복응력  $\tau_y$ 는 유체에 인가되는 자기장  $H$  [A/mm]의 증가와 더불어 지수함수적으로 증가하는 것으로 알려져 있다. 그리고 자기장  $H$ 는 자기 회로에 전류  $I$ 를 인가하면, 코일의 권선수  $N_c$ 로부터 구할 수 있다.

$$\tau_y = \alpha H^\beta \quad (6)$$

$$H = \frac{N_c I}{2d} \quad (7)$$

한편 비플러그 두께  $\bar{\delta}$ 는 식(4)의  $\Delta P$ 를 식(5)에

대입하면 다음 식(8)로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{n-1}{2n} \bar{\delta}^4 + \frac{2n^2+n-1}{2n^2} \bar{\delta}^3 + \frac{(1-n^2)(2n+1)}{2n^2} \bar{\delta}^2 \\ & - \frac{2n+1}{n} \bar{\delta} - \frac{2(2n+1)(n+1)}{n} \frac{(A_p - A_r) \dot{z}}{bd^2} \left( \frac{K}{\tau_y} \bar{\delta} \right)^{1/n} \\ & + (n+1) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

### 3. 스카이훅 제어기

제어기는 구성이 간단하나 성능이 우수하여 차량의 반능동 현가장치에 가장 많이 쓰이는 스카이훅(skyhook) 제어기를 고려한다. 이는 Karnopp에 의해 제안되었는데<sup>(7)</sup>, 차체 무게중심 위의 공간에 절대 고정변위를 갖는 천장과 차체 사이에 가상의 댐퍼를 설치하고 이 때 발생하는 가상 댐퍼의 감쇠력을 요구 감쇠력으로 적용하는 방법이다. 즉 스카이훅 댐퍼에서 얻은 요구 감쇠력으로부터 제어 자기장  $H$ 를 결정하고 이를 MR 댐퍼 현가장치에 입력함으로써 MR 댐퍼의 감쇠력을 제어한다.

스카이훅 제어기의 요구 감쇠력은 바퀴에 연결된 차체의 절대속도를 고려하여 다음과 같이 정의 한다<sup>(7)</sup>.

$$F_{MR} = C_{sky} \cdot \dot{z}_s \quad (9)$$

이때  $C_{sky}$ 는 스카이훅 제어기의 제어 이득치로 물리적으로는 감쇠계수를 의미하며, 차량의 목적 감쇠비  $\zeta$ 로부터 결정할 수 있다.

$$C_{sky} = 2\zeta\sqrt{Km_s} \quad (10)$$

여기서  $K$ 는  $k_s \cdot k_t / (k_s + k_t)$ 이다. 그리고 사용된 MR 현가장치는 반능동형이므로 다음과 같은 조건을 만족시켜야 한다.

$$F_{MR} = \begin{cases} F_{MR} & \text{for } \dot{z}_s \cdot (z_s - z_u) > 0 \\ 0 & \text{for } \dot{z}_s \cdot (z_s - z_u) \leq 0 \end{cases} \quad (11)$$

이를 만족하는 제어입력을 발생시키기 위한 자기장은 다음과 같다.

$$I = \frac{2d}{N_c} \left( \frac{\bar{\delta} |\Delta P| d}{2L\alpha} \right)^{1/\beta} \quad (12)$$

## 4. 제어 성능 해석 결과

### 4.1 댐퍼의 제원

본 논문에서 고려한 댐퍼에 사용하는 MR유체는 Lord Co.의 MRF-132LD( $\alpha=60$ ,  $\beta=1.3$ )이며, 해석을 간단히 하기 위하여 일치율  $K=0.33 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 로 균일한 것으로 가정한다. 댐퍼의 기하학적 제원으로 피스톤의 바깥지름은 40 mm, 자극의 길이는 48 mm, 자극 사이의 간격은 0.8 mm, 피스톤 로드의 지름은 16 mm이며, 댐퍼의 최대 변위는 90 mm로 가정한다. 솔레노이드에 감긴 코일의 권수를 120으로 한다.

MR 댐퍼 현가장치를 장착한 차량의 성능을 평가하기 위해 지면으로부터 입력되는 속도 입력 신호를 스피드 범프(speed bump)입력을 사용하여 차량의 과도 응답 특성을 파악한다.

$$z_r = Z_b[1 - \cos(\omega t)] \quad (13)$$

입력 신호는 식 (13)과 같이 수식화할 수 있으며, 범프를 지나는 차량의 속도는 3.08 km/h( $=0.85 \text{ m/s}$ )로 하였다. Fig. 4는 해석에 사용한 범프의 형상을 시간 영역에 대하여 나타낸 것이다.

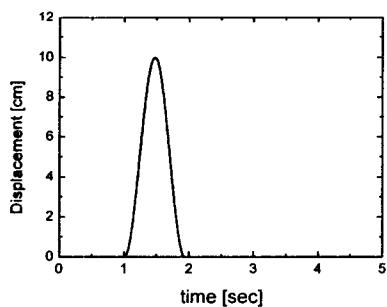


Fig. 4 Speed bump input

### 4.2 제어 성능 해석

Fig. 5 및 Fig. 6은 Fig. 4와 같은 범프 노면을 지날 때 차량의 과도 응답 특성을 나타낸 것이다. Fig. 5는 차체의 변위 성분을, Fig. 6은 차체의 가속도 성분을 시간 영역에 대하여 표시한 것이다. Passive로 표시된 것은 MR 댐퍼에 자기장을 인가하지 않은 상태로 사용된 차량의 현가장치의 응답

특성을 나타낸 것이다. 스카이훅 제어기를 사용하였을 때, 최대 변위는 약 20% 정도 저감되었으며, 가속도의 최대값은 약 43% 정도 크게 저감됨을 보인다. 그리고 스카이훅 제어기를 사용하였을 때 범프를 지난 후 잔여 진동이 빠르게 소멸되는 것을 확인할 수 있다.

스카이훅 제어기를 사용하였을 때 필요한 MR댐퍼의 감쇠력을 얻기 위해 MR 댐퍼에 인가하여야 하는 자기장의 크기를 나타낸 것이 Fig. 7-9이다. 식 (5)의 항복응력을 식 (8)에 대입하여 식 (8)의 다항식을 수치해석에 의하여 비플럭두께를 구할 수 있다. 계산한 비플럭두께의 값을 식 (12)에 대입하면 MR 댐퍼에 인가하여야 하는 자기장의 세기를 구할 수 있다. 식 (8)의 다항식을 계산할 때, 유동거동지수의 값이 반영되므로 MR유체의 전단 농후 또는 회박 특성을 고려할 수 있다.

Fig. 7-9로부터 유동거동지수의 값이 증가함에 따라 요구되는 감쇠력을 얻기 위하여 인가되어야 하는 자기장의 변화가 증가함을 볼 수 있다. 일반적으로 널리 사용되는 Bingham모델에서 전단회박으로 유체의 특성이 변하는 것보다, 전단 농후 특성으로 바뀔 때 인가되어야 하는 자기장의 변화폭이 훨씬 큼을 확인할 수 있다.

본 해석에서 고려한 스피드 범프는 입력이 크지 않으므로 자기장의 최대값이 크게 차이가 나지 않지만, 충격완충기와 같이 순간적으로 큰 감쇠력이 필요한 경우 MR 댐퍼의 자기 포화(saturation)을 고려하여야 할 경우가 발생할 수 있다. 이 경우는 최대 전류가 가해질 때의 MR 유체의 항복응력을 식 (6)으로 계산하여 식(8)로부터 비플럭두께를 구한 후, 식(4)로부터 압력강하를 계산하여 MR 댐퍼의 감쇠력을 얻는다.

이러한 해석 결과로부터 Herschel-Bulkley모델에 의해 전단 회박 및 농후 특성을 모두 고려한 MR 유체 댐퍼를 사용한 승용차 현가장치의 동특성을 해석할 수 있음을 확인하였다. 그러므로 Herschel-Bulkley 전단 모델을 사용하면 댐퍼의 각종 치수 결정 및 부하 자기장의 크기, 적절한 유체도 선정할 수 있으리라 사료된다.

## 4. 결론

본 논문에서는 전단 회박 및 농후 특성을 모두 해석할 수 있는 Herschel-Bulkley 전단 모델을 사

용하여 MR유체를 봉입한 승용차용 댐퍼의 제어 특성을 확인하였다. 스카이 혹은 제어기를 사용하였으며, 부하되어야 하는 자기장의 크기는 Bingham 유체에서 전단 농후로 특성이 변하는 유체에 더 많은 자기장의 부하되어야 함을 확인할 수 있었다. 유체에 대한 해석이 좀 더 정확해지면, 제어기의 선택이나, 설계 초기 단계에서 제어성능에 필요한 감쇠력을 얻을 수 있는 MR 댐퍼의 설계 치수 결정이나 적절한 유체 선정에 도움이 될 수 있으리라 기대된다.

### 참고문헌

1. 김도형 외 5, 2001, “ER유체를 이용한 반능동 완충장치의 동적 특성,” 한국소음진동공학회논문집, 제11권 제4호, pp 13-21
2. 민경원, 정진숙, 2002, “MR 감쇠기를 이용한 구조물의 변형된 슬라이딩 모드 제어,” 한국소음진동공학회논문집, 제12권 제3호, pp 243-250
3. Krakov, M.S., 1999, ” Influence of rheological properties of magnetic fluid on damping ability of magnetic fluid shock-absorber,” J. of Magnetism and Magnetic Materials 201, p.368-371.
4. Dug-Young Lee and N.M. Wereley, 1999, "Quasi-Steady Herschel-Bulkley Analysis of Electro- and Magneto-Rheological Flow Mode Dampers," J. of Intelligent Material and Structures, Vol. 10, 761-769
5. 이덕영, 황우석, 2000, “Herschel-Bulkley 모델에 의한 전기 및 자기장 유체 댐퍼의 준안정 상태 댐핑력 해석,” 한국소음진동공학회창립10주년기념학술대회논문집 II, pp. 1298-1302
6. Wereley, N.M., and Li, P., 1998, “Non-dimensional Analysis of Semi-Active Electro-rheological and Magnetorheological Dampers Using Approximate Parallel Plate Models,” Smart Materials and Structures 7(5), pp. 732-743.
7. Karnopp, D., M.J. Crosby and R.A. Harwood, 1974, “Vibration Control using Semi-Active Force Generators,” J. of Engineering for Industry, pp. 619-629

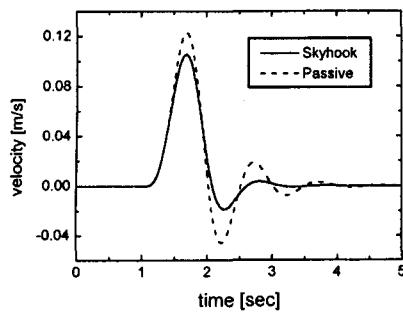


Fig. 5 Displacement of body mass

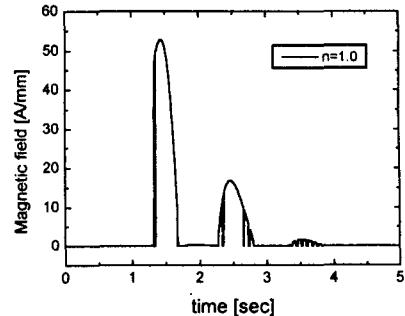


Fig. 8 Magnetic field for  $n=1.0$

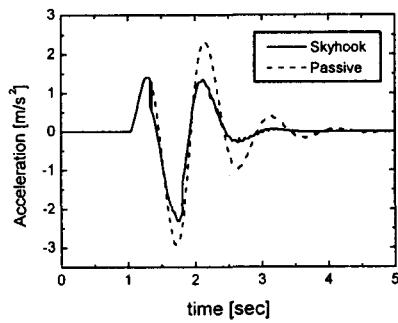


Fig. 6 Acceleration of body mass

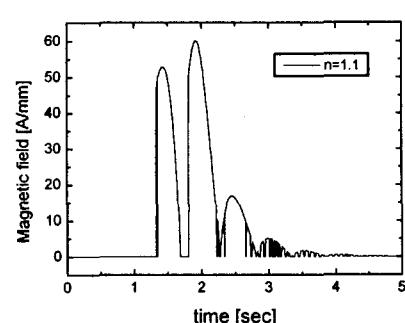


Fig. 9 Magnetic field for  $n=1.1$

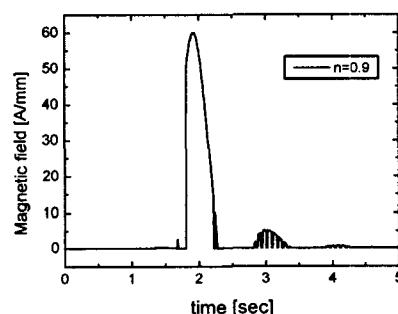


Fig. 7 Magnetic field for  $n=0.9$