

압전재료와 점탄성재료를 이용한 평판진동 음장의 능동제어

강 영규*, 김 재환, 최 승복

Active control of sound fields from vibrating plates using piezoelectric and viscoelastic material

^oYoung Kyu Kang*, Jaehwan Kim and Seung Bok Choi

ABSTRACT

The coupled finite/boundary element method is used in numerical analysis for acoustic radiation from the vibration of rectangular composite plate which is simply supported. This analysis is validated using the Wallace equation for an isotropic plate. Active control of sound fields has been carried out using 3 pairs of piezoelectric sensor/actuator and a pair of viscoelastic material by passive constrained layer damping treatment. The results show that the optimal placement of piezoelectric sensor/actuator and VE patch is required to control the sound fields from a vibrating composite plate.

1. 서론

수동구속감쇠(passive constrained layer damping)⁽¹⁾는 기존의 구조물에 쉽게 적용할 수 있으며, 넓은 범위의 주파수와 온도 조건에 대하여 우수한 감쇠력(damping capability)을 제공하므로 구조물의 과도한 소음 및 진동을 제어하기 위하여 산업현장이나 항공기, 자동차 등에 널리 사용되고 있다. 특히 점탄성 재료를 이용한 구조설계는 전체 구조물의 강성에 큰 변화를 주지 않으면서 구조물의 진동 및 소음을 현저히 줄일 수 있다. 최근에는 압전재료와 같은 지능재료(msart materials)가 발달함에 따라 기존의 구속재(constraining layer)를 압전재료로 대체한 능동구속감쇠⁽²⁾를 이용한 진동제어가 활발히 진행되고 있는 추세이다. 하지만 능동구속감쇠의 경우 수동구속감쇠에 비해 비용이 많이 소요되며, 구조가 복잡하다. 또한 압전세라믹 감지기/작동기를 이용한 구조물 진동의 능동제어는 지능구조물 연구분야에서 활발히 연구가 진행되고 있으며, 특히 저차의 진동모드 제어에 효과적이다. 본 논문에서는 등방성 평판의 음장에 대한 해석을 수행한 후에, 테일러링 기법으로 감쇠를 조절할 수 있는 복합재료를 주구조물로 하여 점탄성재료와 구속재, 압전세라믹 감

지기/작동기를 이용하여 부분적으로 점탄성 재료로 피복된 복합적층판의 동특성을 유한요소법을 이용하여 해석하였다. 그리고, 복합재료 적층판의 진동으로 인해서 발생하는 음장을 Rayleigh 적분식에 근거한 경계요소법을 사용하여 해석하였다. 또한, 이러한 해석방법을 통하여 등방성 평판에 대한 해석을 수행하였으며, 복합재료 적층판의 음장의 특성을 알아보고자 하였다. 판에 부착된 압전 감지기/작동기에 제어력을 가함으로써 전체적인 음의 파워(sound power)를 감소시키는 능동소음제어를 수행하였다.

2. 이론

압전세라믹 감지기/작동기와 수동구속감쇠층을 가진 판형구조물을 2 차원의 판요소로 모델링하였으며, 운동방정식을 유도하는 과정에서 확장된 해밀톤의 원리(extended Hamilton's principle)를 이용하였다. Fig. 1 에 수동구속감쇠층과 압전세라믹 감지기/작동기가 부착된 평판을 나타내었다.

* 인하대 기계공학과

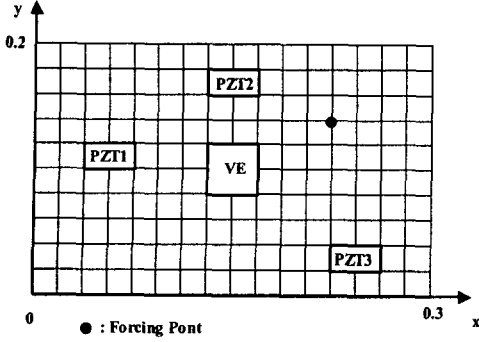


Fig. 1 Three PZT sensor/actuators used in control of the sound radiation from a plate

복합적층판 자체와 구속재가 횡방향 진동시의 변위벡터 \mathbf{u} 와 변형률 벡터 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z \frac{\partial w}{\partial x} \\ -z \frac{\partial w}{\partial y} \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z\beta_x \\ z\beta_y \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & z & 0 \\ 0 & 0 & z \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{U} \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \\ z \frac{\partial \beta_y}{\partial y} \\ z \frac{\partial \beta_y}{\partial x} + z \frac{\partial \beta_x}{\partial y} \end{bmatrix} = z\boldsymbol{\kappa} \quad (2)$$

여기서 w 는 횡방향 변위이며, β_x 와 β_y 는 각각 x 축과 y 축에 대한 회전이며, $\boldsymbol{\kappa}$ 는 곡률벡터이다.

굽힘진동시에 점탄성층이 받는 전단변형률 γ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} = \frac{i\omega}{t_v} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{u_{xc} - u_{xs}}{t_c} \right) \quad (3a)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} = \frac{i\omega}{t_v} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{u_{yc} - u_{ys}}{t_c} \right) \quad (3b)$$

여기서 $t_D = t_s + 2t_v + t_c$ 로 표현되며, 하부첨자 s, v, c 는 각각 주구조물, 점탄성층 및 구속재를 의미한다. 대칭 구조의 점탄성층의 전단변형에 의한 변형에너지 U_v 는 다음과 같이 표현된다.

$$U_v = 2 \int_V \frac{1}{2} G_v \left\{ \begin{matrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{zy} \end{matrix} \right\}^T \begin{bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{zy} \end{bmatrix} dV_v \quad (4)$$

여기서 G_v 는 점탄성재료의 복소전단계수(complex shear modulus)이다.

구조적 변형에 의해 압전감지기에 발생하는 전하(charge)는 순방향 압전식을 이용하여 계산한다. 감지기에는 외부 전기장을 가하지 않으므로 감지기에 발생하는 전기적 변위는 가해진 변형률에 비례한다. 압전감지기의 극화방향(poling direction)을 z -방향이라고 하면 감지기상의 한 점에서 전기적 변위는 다음과 같이 표현된다.

$$D_z = e_{31}\varepsilon_x + e_{32}\varepsilon_y + e_{36}\gamma_{xy} \quad (5)$$

감지기에서 발생한 총전하는 감지기 각 점에서 발생한 전기적 변위의 면적합으로 다음과 같다.

$$\Gamma(t) = \int_{A^s} (e_{31}\varepsilon_x + e_{32}\varepsilon_y + e_{36}\gamma_{xy}) dA \quad (6)$$

압전작동기에 전기장이 가해질 때에 작동기에 발생하는 작동 변형률은 역방향 압전식에 의해 구할 수 있다. 작동기에 가해진 응력은 없으므로 작동 변형률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\boldsymbol{\varepsilon}^a = \mathbf{c}^{-1} \mathbf{e}^T \mathbf{E} = \mathbf{d} \mathbf{E} \quad (7)$$

응력-변형률 관계를 이용하면 평판에 가해진 단위길이당 작동모멘트는 M^a 는 다음과 같이 구한다.

$$M^a = \int_{t_p} \boldsymbol{\varepsilon}^a \mathbf{z} dz \quad (8)$$

압전작동기에 제어 입력 u_c 가 두께 방향으로 가해질 때의 전기장은

$$\mathbf{E} = \{0 \ 0 \ u_c / t_p\}^T \quad (9)$$

이고, 작동모멘트 M^a 를 제어 전압으로 표현하면 다음과 같다.

$$M^a = L u_c \quad (10)$$

$$\text{여기서 } L_i = c_{ij} d_{3j} \bar{z}^a \quad (11)$$

이고 \bar{z}^a 는 압전작동기의 중립면의 z -좌표이다.

압전작동기에서 발생하는 능동제어력에 의한 일 W^c 는 다음과 같다.

$$W^c = \int_{A^a} \boldsymbol{\kappa}^T M^a dA = \int_{A^a} \boldsymbol{\kappa}^T L dA u_c \quad (12)$$

변위 \mathbf{u} , 곡률 $\boldsymbol{\kappa}$, 및 회전변위 $\boldsymbol{\alpha}$ 는 4 절점 12 자유도를 갖는 사각평판요소를 이용하여 절점변위(nodal displacement)로 표현하였다. 변분을 취하면 절점변위에 대한 운동방정식이 다음과 같이 주어진다.

$$-\mathbf{312}- \quad \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{F}_{\text{Ext}} + \mathbf{D}_a \mathbf{u}_c \quad (13)$$

복합재료의 감쇠는 이방성을 가지며 적층순서나 적층각도의 변화를 통해서 제어할 수 있다. 본 논문에서는 비감쇠용량(specific damping capacity, SDC)의 개념을 이용하여 복합적층판의 감쇠해석을 수행하였다. 비감쇠용량은 다음과 같이 표현된다.

$$\varphi = \Delta U / U \quad (14)$$

여기서 ΔU 는 소산된 에너지이다. 식 (14)를 이산화하여 절점변수로 표현되면 비감쇠용량 φ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\varphi = \frac{\mathbf{q}^T (\mathbf{K}_D + \mathbf{K}_{v_D}) \mathbf{q}}{\mathbf{q}^T (\mathbf{K} + \mathbf{K}_{v_s}) \mathbf{q}} \quad (15)$$

여기서 하첨자 D 는 감쇠와 관련됨을 의미한다. 점탄성 재료의 물성은 주파수와 온도의 함수이므로 감쇠비와 모드감쇠를 구하기 위해서는 비선형 고유치 문제를 풀어야 한다. 본 논문에서는 감쇠행렬이 포함된 운동방정식을 상태방정식으로 표현한 다음 역순환법(inverse iteration)으로 복소 고유치 문제를 풀었다. 점탄성재료가 국부적으로 부착되었으므로 모드벡터들이 서로 잘 분리됨을 확인하였다.

감쇠를 포함한 운동방정식에 모드 좌표변환을 도입하면 변환된 운동방정식은 다음과 같다.

$$\{\bar{\mathbf{K}} + j\omega\bar{\mathbf{C}} - \omega^2\bar{\mathbf{I}}\}\eta = \Phi^T (\mathbf{F}_{\text{Ext}} + \mathbf{D}_n \mathbf{u}_c) \quad (16)$$

배플(baffle)에서 진동하는 판에 의해서 생성되는 음장영역의 x 에서의 음압은 Rayleigh 식에 의해서 다음과 같이 표현된다. (6)

$$p(x) = \int_{S(x_s)} \{G(x, x_s) \frac{\partial p(x_s)}{\partial n_s}\} dS \quad (17)$$

여기서 S 는 판의 표면이고, x_s 는 표면 S 위의 점이고, n_s 는 바깥방향으로 향한 S 에 수직인 단위 벡터이다. 식(17)에서 한쪽 영역으로 무한대일 때의 Green 함수는 다음과 같다.

$$G(x, x_s) = \frac{e^{-jk|x-x_s|}}{2\pi|x-x_s|} \quad (18)$$

여기서 $k(=\omega/c)$ 는 파동수(wave number)이고, c 는 -313-

음속이다. 판과 음의 매개체 사이 접촉면에서의 음압의 수직미분은 S 에서의 속력 v_n 의 바깥방향 수직성분과 다음과 같이 관계될 수 있다.

$$\frac{\partial p(x_s)}{\partial n_s} = j\omega\rho_0 v_n(x_s) \quad (19)$$

식 (18)을 식 (19)와 함께 경계요소법을 이용해서 나누면 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$p = Gv_n \quad (20)$$

여기서 p 는 x 에서의 음압을 포함하는 벡터이고, v_n 은 S 에서의 노드(node)의 수직 속력벡터이다. 식(20)의 수직속력벡터 v_n 은 모드변환에 의해서 모드좌표의 벡터와 관계되며, 변환행렬 T 를 도입하여 유한요소시스템의 절점 속력을 경계요소 시스템의 수직속력으로 변환하면 음압은 다음과 같이 표현된다.

$$p = j\omega GT\Phi\eta \quad (21)$$

진동하는 평판으로부터 발생하는 음장을 전체적으로 감소시키기 위해 음의 파워(Sound power)를 목적함수로 사용하였다. 방사되는 음의 파워(sound power)는 진동하는 평판의 표면 전체에 대한 음의 세기(sound intensity)의 적분으로 정의된다.

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_S \text{Re}[p^*(x_s) v_n(x_s)] dS \quad (22)$$

상부첨자 *는 공액복소수(complex conjugate)를 나타낸다. 압력의 절점값들과 수직속력을 적분하여 음의 파워를 계산할 수 있으며, 식(21)의 모드좌표벡터를 제거하면 음의 파워는 외력과 압전제어의 함수로 표현된다. (2.38)

3. 결과 및 고찰

유한요소와 경계요소가 커플된 해석방법의 유효성을 알아보기 위하여 사단 단순지지된 알루미늄 평판의 저차모드에 대한 방사효율이 사용되었다. 방사효율은 일반적으로 다음과 같이 정의(2.39)된다.

$$\sigma = \frac{\Pi}{\Pi_0} = \Pi / (\rho_0 c A \overline{v_n^2} / 2) \quad (23)$$

여기서 ρ_0 는 공기 밀도이고, $\overline{v_n^2}$ 는 전체 면적에 대한 평균제곱속도(mean square velocity)이다. 평판의 치수는 0.3 x 0.2 x 0.001m 이고, 재질 알루미늄의 감쇠비는 0.01 로 가정하였다. 해석의 결과는 Wallace⁽⁹⁾의 근사식과 비교하였다. Fig. 2 에서 확인할 수 있듯이 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

진동으로 야기되는 음장의 특성을 알아보기 위하여 먼저 PZT 가 부착되지 않은 알루미늄 평판을 가진 시켰을 때의 해석결과를 Fig. 3 에 나타내었다. 예상되는 바와 같이 1 번째 공진 주파수에서 가장 큰 음의 파워를 나타내고 있다.

본 연구의 해석모델은 Fig. 1 에서와 같이, 압전 세라믹 감지기/작동기와 수동구속감쇠층이 부착된 탄소/에폭시 복합적층판을 대상으로 한다. 적층순서는 $[\theta_2/0/90]_s$ 이고 적층각도 θ 는 45 도이다. 프리프레그의 두께는 0.125mm 이며 시편의 크기는 300 x 200 x 1mm 이다. Table 1 에 탄소/에폭시 복합재료의 물성을 나타내었다. 사용한 점탄성재료는 3M 사의 ISD-112 이며 크기는 37.5 x 40 x 0.127mm 이다. 구속재는 알루미늄이며 크기는 37.5 x 40 x 0.254mm 이다. 3 쌍 6 개의 감지기/작동기는 홀수-홀수 모드의 반노드선(antinode line) 가까이 위치하게 된다. 본 논문에서 사용한 압전재료의 크기는 37.5 x 20 x 0.5mm 이며, 일본 Fuji Ceramics 사 제품이다.⁽³⁾ 평판의 모든 모드를 가진시키기 위해 Fig. 1 에서 노드(node) 136 에 절점(point force) 외력이 조화(sinusoidal)가진된다. 그리고, 평판의 모양은 무한 배플(infinite baffle)에서 사단 단순지 지된 직사각형이고, 절점 힘(point force)으로 가진 이 되는 평판의 음향방사를 능동적으로 제어하게 된다. 그리고, 음이 방사되는 공간의 매개체는 공기이고, 밀도는 1.21kg/m³ 이며, 음속은 343m/s 이다. 모드변환을 위해서 본 논문에서는 15 개의 진동모드가 사용되었다.

Table 1 Mechanical Properties of Carbon/Epoxy laminates(CU125NS)

Property	Symbol	Value
Young's modulus(0 deg)	E_1	114.7×10^9 Pa
Young's modulus(90 deg)	E_2	7.589×10^9 Pa
Shear Modulus	G_{12}	4.77×10^9 Pa
Poisson's ratio	ν_{12}	0.28
Volume density	ρ	1510 kg/m ³
Damping capacity(0deg)	φ_{s1}	0.013966
Damping capacity(90deg)	φ_{s2}	0.049120

Damping capacity(Shear) φ_{s12} 0.074344

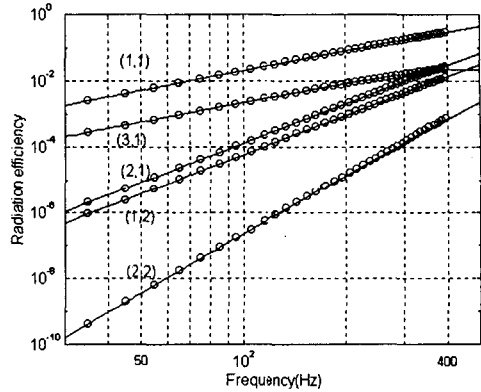


Fig. 2 Modal radiation efficiencies of a simply supported isotropic plate(solid line : Wallace, O : numerical results)

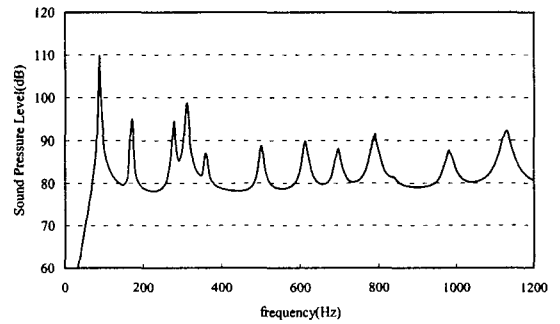


Fig. 3 Sound power radiation from a simply supported aluminum plate

복합적층판에 3 쌍의 압전 감지기/작동기가 부착만 되어 있는 경우에 대한 음장 특성을 Fig. 4 에 나타내었다.

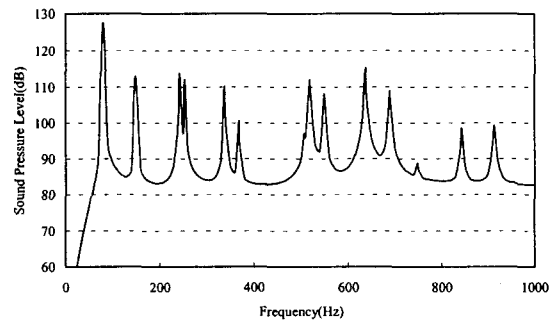


Fig. 4 Sound power radiation from a simply supported [45/45/0/90]s composite plate (with 3 PZT S/As)

Fig. 4 에서 보면 첫번째 모드가 지배적임을 알 수 있다. Fig. 5 는 적층판의 가운데에 대칭으로 점탄

성재료가 수동구속감쇠로 부착된 상태에 대한 결과를 보여 준다. 점탄성 재료가 부착만 된 경우 (PCLD, passive constrained layer damping)와 능동제어(control gain of negative velocity feedback =10) 결과를 비교해 보면 첫번째 모드를 제외한 나머지 모드들이 압전재료에 의해 잘 제어됨을 알 수 있다. Fig. 4와 비교하면 점탄성재료에 의하여 전체적으로 진동으로 인한 음장이 많이 감소되었음을 알 수 있다. 하지만 Fig. 1의 압전재료 위치설정은 첫번째 모드를 제어하기에는 부적절하며, 주로 점탄성재료에 의하여 첫번째 모드가 제어되었음을 알 수 있다.

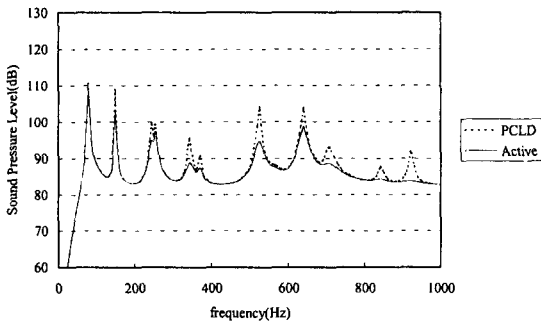


Fig. 5 Controlled sound power radiation from a simply supported [45/45/0/90]s composite plate(with 3 PZT S/As and VE)

4. 결론

유한요소와 경계요소가 커플된 해석방법을 사용하여 복합재료 평판의 진동으로부터 발생하는 음장의 능동제어 해석을 수행하였으며, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

첫째로 Wallace의 근사식을 이용해서 유한요소와 경계요소가 커플된 해석방법의 타당성을 확인할 수 있었다.

둘째로 유한요소와 경계요소가 커플된 해석방법을 통해서 등방성 평판과 비등방성인 복합재료 평판의 진동과 그것으로 인해 발생하는 음장의 연관성을 알 수 있었다.

마지막으로 여러 개의 압전감지기/작동기와 점탄성재료를 사용하여 복합재료 평판의 진동으로 발생하는 음장을 능동적으로 제어할 수 있었다. 압전재료를 이용하여 제어할 수 없는 모드는 점탄성재료를 이용하여 제어할 수 있었다.

참고문헌

1. Rao, M. D., and He, S., "Dynamic Analysis and Design of Laminated Composite Beams with Multiple Damping Layers," AIAA Journal, Vol. 31, No. 4, pp. 736-745, 1993.
2. Rongong, J. A., Wright, J. R., Wynne, R. J. and Tomlinson, G. R., "Modeling of a Hybrid Constrained Layer/Piezoceramic Approach to Active Damping," Transactions of the ASME Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 119, Jan., pp. 120-130, 1997.
3. Kang, Y. K., Park, H. C., Hwang, W., and Han, K. S., "Optimum Placement of Piezoelectric Sensor/Actuator for Vibration Control of Laminated Beams," AIAA Journal, Vol. 34, No. 9, pp. 1921-1926, 1996.
4. Fahy, F., Sound and Structural Vibration(Radiation, Transmission and Response), Academic Press, 1985.
5. Wallace, C. E., "Radiation Resistance of a Rectangular Panel," Journal of Acoustical Society of America, Vol. 51, No. 3, pp. 946-952, 1972.