

# 압전재료를 이용한 위성체 구조물의 열 진동 제어

## Thermally Induced Vibration Control of Flexible Spacecraft Appendages Using by Piezoelectric Material

°윤 일 성° · 송 오 섭\*\* · 김 규 선\*\*\*

Il-Soung Yoon, Oh-Seop Song and Gu-Sun Kim

**Key Words** : Thermally Induced Vibration(열진동), Composite Material Beam(복합재료보), Solar Heat Flux (태양열), Flutter(플러터), Stability(안정성), Piezoelectric Material(압전재료)

### ABSTRACT

The bending vibration and thermal flutter instability of spacecraft booms modeled as circular thin-walled beams of closed cross-section and subjected to thermal radiation loading is investigated in this paper. Thermally induced vibration response characteristics of a composite thin walled beam exhibiting the circumferentially uniform system(CUS) configuration are exploited in connection with the structural flapwise bending-lagwise bending coupling resulting from directional properties of fiber reinforced composite materials and from ply stacking sequence. The numerical simulations display deflection time-history as a function of the ply-angle of fibers of the composite materials, damping factor, incident angle of solar heat flux, as well as the boundary of the thermal flutter instability domain. The adaptive control are provided by a system of piezoelectric devices whose sensing and actuating functions are combined and that are bonded or embedded into the host structure.

### 1. 서 론

구조물에 발생하는 온도 구배와 구조물의 변형이 상호 연성되어 있는 경우에는 구조물이 불안정한 동적 응답을 일으킬 수 있는데 이와 같은 현상을 열적 플러터(Thermal flutter)라고 하며 우주 구조물에서 열적 플러터가 발생한 대표적인 예가 Hubble Space Telescope의 태양 전지판 진동현상이다. 1957년 10월 4일에 발사된 최초의 위성

인 Sputnik 이전인 1950년 중반에 이미 열적 플러터의 기초응용연구가 시작되었으며, 1960년대에 발생된 위성의 이상거동이 발견되고 나서야 비로소 기초이론이 실용적으로 적용되었다. Seibert와 Rice[1]는 Euler-Bernoulli 보와 Timoshenko 보의 진동의 열 탄성의 연성효과에 대해 연구하였으며, 긴 보와 마찬가지로 짧은 보에서도 간헐적인 열원의 입력이 진동에 중요한 영향을 미친다는 결론을 얻었다. Takeuti 와 Furukawa[2]는 관성력을 고려한 판의 열적 진동과 연성된 열 탄성 문제를 해석하였으며, 판의 굽힘은 고려하지 않고 1차원 열 탄성의 문제로서 유한 두께의 평판을 해석하였다. Johnston과 Thornton[3]은 Rigid hub와 끝단 질량이 있는 외팔보로 위성 구조물을 단순화시켜 해석하였다. 또한, Thornton과 Kim [4]은 태양전지판을 등방성 유연보와 막의 복합구조물로

\* 충남대학교 기계공학과 대학원

E-mail : sanchon1@netian.com

Tel: (042) 822-8502 Fax: (042) 822-5642

\*\* 충남대학교 기계공학과

\*\*\* 한국항공우주연구원

모델링하여 열 안정성 문제를 해석하였다.

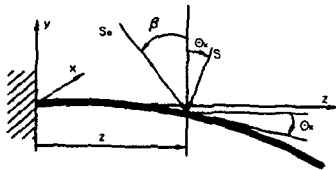
본 연구는 인공위성의 관측성능에 중요한 영향을 미칠 수 있는 열변형에 의해 발생하는 유연 구조물의 진동현상의 규명 및 억제방법에 관련된 연구로서, 열 변화에 의해 발생하는 복합재료 유연 구조물의 진동에 관련된 연구에 중점을 두고자 한다. 해석모델은 외팔 복합재료 유연보-끝단 질량 모델로 하였으며, 열적-동역학적 효과를 고려하여 운동방정식을 유도하고 이로부터 열 하중에 의한 동적 응답 해석 및 열적 플러터 해석을 수행하였다. 또한, 내부에 압전재료를 삽입한 구조물에 대하여 비례제어와 속도귀환제어 기법을 이용하여 구조물의 동적 거동에 대하여 연구하였다.

## 2. 열해석

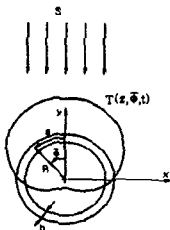
보의 변위와 온도 구배가 연성된 경우로, 외팔 보 모델의 구조물에 입사되는 태양열 플럭스의 직각방향 성분 다음과 같이 표현 할 수 있다[4].

$$S = S_0 \cos(\beta + \theta_x) \quad (1)$$

여기에서  $S_0$ 는 보의 초기 평형위치에서의 태양열 조사량( $W/m^2$ )이며,  $\beta$ 는 태양열 플럭스의 입사각이고,  $\theta_x$ 는 x축에 관한 보의 회전각이다.



a) Heat flux



b) Boom cross section

Fig. 1 Heat flux for coupled thermal-structural analysis

식(1)을 이용하여 에너지 보존 방정식을 세우면 다음과 같다[4].

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{k}{\rho c R^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\sigma \epsilon}{\rho c h} T^4 \\ = \frac{\alpha S_0}{\rho c h} \delta \cos \bar{\phi} \cos(\beta + \theta_x) \end{aligned} \quad (2)$$

여기에서,  $k$ 는 열전도율,  $c$ 는 비열,  $\rho$ 는 밀도,  $\sigma$ 는 Stefan-Boltzmann 상수,  $\epsilon$ 은 열 방출율,  $\alpha$ 는 열 흡수율이다.

식(2)에서 온도  $T$ 는 평균온도  $\bar{T}(z, t)$ 와 섭동온도  $T_m(z, t) \cos \bar{\phi}$ 의 합으로 다음과 같이 근사화 하였다.

$$T(z, \bar{\phi}, t) = \bar{T}(z, t) + T_m(z, t) \cos \bar{\phi} \quad (3)$$

식(3)을 식(2)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 두 개의 편 미분 방정식을 유도할 수 있다.

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\sigma \epsilon}{\rho c h} \bar{T}^4 = \frac{1}{\pi} \frac{\alpha S_0}{\rho c h} \cos(\beta + \theta_x) \quad (4a)$$

$$\frac{\partial T_m}{\partial t} + \frac{1}{\tau} T_m = \frac{1}{2} \frac{\alpha S_0}{\rho c h} \cos(\beta + \theta_x) \quad (4b)$$

식(4a)와 (4b)에서 다음과 같은 정상상태의 평균온도  $\bar{T}_*$ 와 섭동 온도  $T_m$ 를 유도하였다[5].

$$\bar{T}_* = \left( \frac{1}{\pi} \frac{\alpha S_0 \cos \beta}{\sigma \epsilon} \right)^{1/4} \quad (5)$$

$$T_m = \frac{e^{-t/\tau}}{\tau} \int_0^t e^{t'/\tau} \cos(\beta + \theta_x) dp \quad (6)$$

## 3. 구조해석

### 3.1 변위장

각 변위 변수의 함수로 표시된 변위 벡터는 다음과 같다[6].

$$\begin{aligned} u(s, z, t) &= u_0(z, t) - y(s) \phi(z, t), \\ v(s, z, t) &= v_0(z, t) + x(s) \phi(z, t), \\ w(s, z, n, t) &= w_0(z, t) \\ &+ \theta_x(z, t) \left[ y(s) - n \frac{dx}{ds} \right] \\ &+ \theta_y(z, t) \left[ x(s) + n \frac{dy}{ds} \right] \\ &- \phi'(z, t) \left[ F_w(s) + na(s) \right] \end{aligned} \quad (7)$$

여기에서,  $u_0, v_0, w_0$ 는 각각 x, y, z축 방향의 평진변형을 나타내며,  $\theta_x, \theta_y, \phi$ 는 x, y, z축에 관한 회전각을 나타낸다. 또한  $F_w(s)$ 와  $na(s)$ 는 각각 1차 와평과 2차 와평을 나타낸다.

### 3.2 구성방정식

#### 3.2.1 복합재료의 구성 방정식

일반적인 직교 복합재료의 열 효과를 고려한 응

력-변형을 관계식은 다음과 같다[6].

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{13} & 0 & 0 & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{23} & 0 & 0 & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{13} & \bar{Q}_{23} & \bar{Q}_{33} & 0 & 0 & \bar{Q}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} - \alpha_x T \\ \varepsilon_{yy} - \alpha_y T \\ \varepsilon_{zz} - \alpha_z T \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} - \alpha_{zx} T \end{bmatrix} \quad (8)$$

### 3.2.2 압전재료의 구성 방정식

압전재료는 구조물의 길이방향에 대하여 전 영역에 분포되어 있으며 압전재료의 응력-변형을 관계는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^p & C_{12}^p & C_{13}^p & 0 & 0 & 0 \\ C_{12}^p & C_{22}^p & C_{23}^p & 0 & 0 & 0 \\ C_{13}^p & C_{23}^p & C_{33}^p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44}^p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44}^p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55}^p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$- \begin{bmatrix} e_{31}^{(p)} \varepsilon_3^{(p)} R_{(p)}(s, z, n) \\ e_{31}^{(p)} \varepsilon_3^{(p)} R_{(p)}(s, z, n) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

여기에서, p는 p번째 적층판을 의미하며,  $e_{31}$ 은 압전상수,  $\varepsilon_3$ 은 유전율(Dielectric constants),  $R(s, z, n)$ 은 s, z, n 방향의 공간함수이다.

### 3.3.3 합응력과 합 모멘트

합 응력과 합 모멘트(Stress resultants and couples)는 s와 z의 함수가 되며 다음과 같다[6].

$$\begin{bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ L_{xx} \\ L_{yy} \\ N_{zz} \\ N_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & 0 & 0 \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & 0 & 0 \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & 0 & 0 \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{44} & \varepsilon_{xx}^p \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{55} & \varepsilon_{yy}^p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ W_M \\ \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{zx}^0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} N_1^a \\ N_2^a \\ N_4^a \\ N_5^a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기에서,  $N_1^T, N_2^T, N_4^T, N_5^T$ 는 입사되는 태양열 플럭스에 의해 발생하는 합 응력과 합 모멘트를 나타내며,  $N_1^a, N_4^a$ 는 압전 작동기에 의해 발생하는 제어합 응력과 모멘트이다.

### 3.4 운동방정식과 경계조건식 유도

복합재료 보의 지배방정식과 경계조건을 유도하기 위해서 Hamilton의 변분 원리를 이용하였다.

$$\int_{t_0}^{t_1} [-\delta U + \delta K] dt = 0 \quad (11)$$

탄성에너지 (U)와 운동에너지 (K)는 다음과 같다.

$$U = \int_0^L \int_C [N_{xx} \varepsilon_{xx}^0 + L_{xx} \varepsilon_{yy}^0 + N_{zz} \gamma_{zz}^0 + N_{zx} 2 \frac{A_c}{\beta} \phi' + N_{zx} \gamma_{zx}^0] ds dz \quad (12)$$

$$K = \frac{1}{2} \int_0^L \int_C [(\frac{\partial u}{\partial t})^2 + (\frac{\partial v}{\partial t})^2 + (\frac{\partial w}{\partial t})^2] \rho h ds dz \quad (13)$$

의팔 복합재료 유연보-끝단 질량 모델(Fig.2)의 운동방정식과 경계 조건식은 다음과 같다.

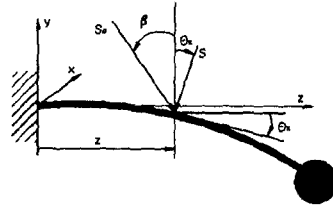


Fig. 2 Cantilevered composite beam with a tip mass

### 운동방정식

$$\begin{aligned} a_{43} \theta_x'' + a_{44} (u_0'' + \theta_y') - h_4^T &= b_1 \ddot{u}_0 \\ a_{52} \theta_y'' + a_{55} (v_0'' + \theta_x') - h_5^T &= b_1 \ddot{v}_0 \\ a_{22} \theta_y'' + a_{25} (v_0'' + \theta_x') - a_{44} (u_0' + \theta_y) \\ &\quad - a_{43} \theta_x' - h_2^T + h_4^T = (b_5 + b_{15}) \ddot{\theta}_y \\ a_{33} \theta_x'' + a_{34} (u_0'' + \theta_y') - a_{55} (v_0' + \theta_x) \\ &\quad - a_{52} \theta_y' - h_3^T + h_5^T = (b_4 + b_{14}) \ddot{\theta}_x \end{aligned} \quad (14 \text{ a-d})$$

### 경계조건

at  $z=0$ ;  $u_0=v_0=\theta_y=\theta_x=0$

at  $z=L$ ;

$$\begin{aligned} a_{43} \theta_x' + a_{44} (u_0' + \theta_y) + m_{tip} \ddot{u}_0 - h_4^T &= 0 \\ a_{52} \theta_y' + a_{55} (v_0' + \theta_x) + m_{tip} \ddot{v}_0 - h_5^T &= 0 \\ a_{22} \theta_y' + a_{25} (v_0' + \theta_x) - h_2^T - h_2^a &= 0 \\ a_{33} \theta_x' + a_{34} (u_0' + \theta_y) - h_3^T - h_3^a &= 0 \end{aligned} \quad (15 \text{ a-e})$$

여기에서,  $a_{ij}$ 는 구조물의 강성계수,  $b_i$ 는 질량 계수,  $' \equiv \frac{\partial}{\partial z}$ ,  $'' \equiv \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 이며, 열 하중식 ( $h^T$ )과 제어모멘트 식 ( $h^a$ )은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} h_2^T &= \int_C (x N_1^T + \frac{dy}{ds} N_4^T) ds \\ h_3^T &= \int_C (y N_1^T - \frac{dx}{ds} N_4^T) ds \\ h_4^T &= \int_C (N_2^T \frac{dx}{ds}) ds \\ h_5^T &= \int_C (N_2^T \frac{dy}{ds}) ds \end{aligned} \quad (16 \text{ a-d})$$

$$h_2^a = \oint_C [xN_1^a + \frac{dy}{ds} N_4^a] ds \quad (17 \text{ a,b})$$

$$h_3^a = \oint_C [yN_1^a - \frac{dx}{ds} N_4^a] ds$$

$$\overline{K}_p = K_p \frac{L^2}{a_{33}} \quad (24)$$

#### 4. 제어기 설계

##### 4.1 비례제어

압전감지기로부터 측정된 전압식에 이득값 ( $K_p$ )을 곱하여 이를 작동기에 전기장으로 가하는 방법으로 제어전압은 다음과 같다.

$$V_y^p(t) = -C_{v_y} \theta_y(t) \quad (18 \text{ a,b})$$

$$V_x^p(t) = -C_{v_x} \theta_x(t)$$

여기에서,  $C_{v_x}, C_{v_y}$ 는 압전감지기의 형상과 부착 위치에 따른 영향을 나타내는 상수이다.

제어전압에 의해 발생하는 제어전기장은 다음과 같다.

$$\epsilon_y^p(t) = K_p \frac{V_y^p(t)}{h_p} = -K_p \frac{C_{v_y}}{h_p} \theta_y(t) \quad (19 \text{ a,b})$$

$$\epsilon_x^p(t) = K_p \frac{V_x^p(t)}{h_p} = -K_p \frac{C_{v_x}}{h_p} \theta_x(t)$$

여기에서,  $h_p$ 는 압전필름의 두께이다.

식(19 a,b)를 식(17 a,b)에 대입하면 다음 값을 구할 수 있다.

$$h_2^a = -K_p \frac{C_{M_y}^a C_{v_y}}{h_p} \theta_y(t) \quad (20 \text{ a,b})$$

$$h_3^a = -K_p \frac{C_{M_x}^a C_{v_x}}{h_p} \theta_x(t)$$

식(20 a,b)로부터 제어모멘트 벡터를 다음과 같이 유도할 수 있다[7].

$$\{F(t)\}^a = -\frac{K_p}{h_p} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{M_y}^a C_{v_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{M_x}^a C_{v_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_y(t) \\ \theta_x(t) \\ \theta_y(t) \\ \theta_x(t) \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$= -K_p [F_p] \underline{q}(t)$$

비례제어모멘트를 확장된 갤러킨 방법(Extended Galerkin's Method)[6]으로 이산화하고, 이를 운동방정식에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$[M] \ddot{\underline{q}}(t) + [K] \underline{q}(t) = \{F(t)\} + \{F(t)\}^a \quad (22)$$

식(22)를 정리하면 다음과 같다.

$$[M] \ddot{\underline{q}}(t) + [K^*] \underline{q}(t) = \{F(t)\} \quad (23)$$

여기에서,  $[K^*] = [K] + \overline{K}_p [F_p]$ 이며,  $K_p$ 는 다음의 무차원 값으로 정의되며,  $a_{33}$ 은 보의 굽힘 강성 계수이다.

##### 4.2 속도귀환제어

압전 감지기로부터 측정된 전류식에 이득값 ( $K_v$ )을 곱하여 이를 간단한 전기회로를 이용하여 이에 비례하는 전기장을 작동기로 가하는 방법으로 제어전압에 의해 발생하는 제어전기장은 다음과 같다.

$$\epsilon_y^v(t) = K_v \frac{d}{dt} \left( \frac{V_y^p(t)}{h_p} \right) = -K_v \frac{C_{v_y}}{h_p} \dot{\theta}_y(t) \quad (25 \text{ a,b})$$

$$\epsilon_x^v(t) = K_v \frac{d}{dt} \left( \frac{V_x^p(t)}{h_p} \right) = -K_v \frac{C_{v_x}}{h_p} \dot{\theta}_x(t)$$

식(25 a,b)를 식(17 a,b)에 대입하면 다음 값을 구할 수 있다.

$$h_2^a = -K_v \frac{C_{M_y}^a C_{v_y}}{h_p} \dot{\theta}_y(t) \quad (26 \text{ a,b})$$

$$h_3^a = -K_v \frac{C_{M_x}^a C_{v_x}}{h_p} \dot{\theta}_x(t)$$

식(26 a,b)로부터 제어모멘트 벡터를 다음과 같이 유도할 수 있다[7].

$$\{F(t)\}^a = -\frac{K_v}{h_p} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{M_y}^a C_{v_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{M_x}^a C_{v_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_y(t) \\ \dot{\theta}_x(t) \\ \dot{\theta}_y(t) \\ \dot{\theta}_x(t) \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$= -K_v [F_v] \dot{\underline{q}}(t)$$

속도제어모멘트를 확장된 갤러킨 방법으로 이산화하고, 이를 운동방정식에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$[M] \ddot{\underline{q}}(t) + [C^*] \dot{\underline{q}}(t) + [K] \underline{q}(t) = \{F(t)\} \quad (28)$$

여기에서,  $[C^*] = K_v [F_v]$ 이며,  $K_v$ 는 다음의 무차원 값으로 정의된다.

$$\overline{K}_v = K_v \frac{L^2}{a_{33}} \quad (29)$$

#### 5. 수치 해석

##### 5.1 자유진동해석

복합재료 보의 운동방정식과 경계 조건식에 다음과 같은 해를 가정한다.

$$\{u_0(z,t), v_0(z,t), \theta_y(z,t), \theta_x(z,t)\} \quad (30)$$

$$= \{u_0(z), v_0(z), \theta_y(z), \theta_x(z)\} e^{\lambda t}$$

위의 식(30)을 외력이 작용하지 않는 자유진동의 운동방정식과 경계 조건식에 대입한 후 비례제어와 속도귀환제어방법에 의한 제어

모멘트식인 식(23), 식(28)을 고려하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\{[M]\lambda^2 + [C^*]\lambda + [K^*]\}(x) = \{0\} \quad (31)$$

여기에서,

$$[K^*] = [K] + \overline{K_p}[F_p] \quad (32 a)$$

$$[C^*] = \overline{K_v}[F_v] \quad (32 b)$$

Trivial solution을 갖지 않을 조건은 다음과 같다.

$$\text{Det}\{[M]\lambda^2 + [C^*]\lambda + [K^*]\} = \{0\} \quad (33)$$

식(33)을 만족하는  $\lambda$ 의 값들이 고유진동수가 된다.

## 5.2 동적 응답

식(14 a-d)에서 구한 CUS구조물에서의 운동방정식을 확장된 갤러킨 방법(Extended Galerkin's Method)을 이용하여 운동 방정식의 수치적 해를 구하기 위하여, 변위변수  $u_0(z), v_0(z), \theta_y(z), \theta_x(z)$ 를 다음과 같이 각각 공간과 시간 함수의 급수형태로 가정하였다.

$$\begin{aligned} & [u_0(z, t), v_0(z, t), \theta_y(z, t), \theta_x(z, t)] \\ & = \sum_{r=1}^N [u_{0r}(z), v_{0r}(z), \theta_{yr}(z), \theta_{xr}(z)] q_r(t) \end{aligned} \quad (34)$$

식(34)에서  $u_{0r}(z), v_{0r}(z), \theta_{yr}(z), \theta_{xr}(z)$ 은 자유진동해석을 통하여 얻어진  $r$ 번째 모우드 형상이며,  $q_r(t)$ 는 비조화 하중의 시간에 대한 함수이다. 이들의 직교 조건은 다음과 같다.

$$\int_0^L [b_1 u_{0r} u_{0s} + b_1 v_{0r} v_{0s} + (b_4 + b_{14}) \theta_{xr} \theta_{xs} + (b_5 + b_{15}) \theta_{yr} \theta_{ys}] dz = 0 \quad (35)$$

식(34)에서 가정된 해를 운동방정식에 대입하고, 식(35)에서 주어진 직교성(Orthogonality)을 이용하여 정리한 후 감쇠를 고려하여 운동방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$\ddot{q}_r(t) + 2\zeta\omega_r \dot{q}_r(t) + \omega_r^2 q_r(t) = \frac{H_{2r}}{H_{1r}} \quad (36)$$

여기에서,

$$H_{1r} = \int_0^L [b_1 u_{0r}^2 + b_1 v_{0r}^2 + (b_4 + b_{14}) \theta_{xr}^2 + (b_5 + b_{15}) \theta_{yr}^2] dz \quad (37 a, b)$$

$$H_{2r} = - \int_0^L [h_4' u_{0r} + h_3' \theta_{xr} - h_4 \theta_{yr}] dz$$

## 6. Thermal Flutter 해석

동적 응답의 안정도 판별은 운동방정식을 Laplace transform을 한 후 Routh-Hurwitz의 안

정도 판별법을 이용하여 구할 수 있다[4].

식(36)을 Laplace transform한 후 정리하면 다음과 같은 안정성을 결정하는 특성방정식을 얻을 수 있다.

$$G(s) = As^3 + Bs^2 + Cs + D \quad (38)$$

위 식에서 A, B, C, D는 Appendix A에 수록하였다.

특성방정식을 Routh-Hurwitz criterion에 적용하면 다음과 같은 안정성 판별 조건을 얻을 수 있다. 감쇠비( $\zeta$ )는 실험을 통하여 얻을 수 있으나, 본 논문에서는 Thornton[4]의 결과와 비교하기 위하여 Thornton이 적용한 감쇠비를 이용하였다.

$$\eta < \frac{2\zeta x^2 + 4\zeta^2 x + 2\zeta}{x} \quad (39)$$

$$x + x\eta > 0 \quad (40)$$

여기에서,

$$x = \frac{1}{\omega_1 \tau} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \eta = & \frac{1}{\omega_1^2} \left( \frac{O_1}{H_1} \int_0^L \theta_{x1}' u_{01} dz - \frac{O_2}{H_1} \int_0^L \theta_{x1}' \theta_{x1} dz \right. \\ & \left. - \frac{O_1}{H_1} \int_0^L \theta_{x1} \theta_{y1} dz \right) \end{aligned} \quad (42)$$

## 7. 수치해석 결과 및 고찰

본 예제에서 해석한 복합재료(Graphite-epoxy) 보와 PZT-4 압전 세라믹의 치수와 물성치는 다음과 같다.

### 복합재료 보

$$\begin{aligned} E_1 &= 2.068 \times 10^{11} \text{ N/m}^2, & E_2 = E_3 &= 5.171 \times 10^9 \text{ N/m}^2 \\ G_{23} &= 2.551 \times 10^9 \text{ N/m}^2, & G_{12} = G_{31} &= 3.103 \times 10^9 \text{ N/m}^2 \\ \nu_{21} = \nu_{31} &= 0.00625, & \nu_{32} &= 0.25 \\ \rho &= 1576 \text{ kg/m}^3, & R &= 1.092 \times 10^{-2} \text{ m} \\ h &= 2.35 \times 10^{-4} \text{ m}, & L &= 5.91 \text{ m} \\ \alpha &= 0.92, & \epsilon &= 0.84 \\ k &= 1.731 \text{ W/mK} \end{aligned}$$

### PZT-4 압전 세라믹

$$\begin{aligned} C_{11}^p &= 138.97 \text{ GPa}, & C_{12}^p &= 77.757 \text{ GPa} \\ C_{13}^p &= 74.24 \text{ GPa}, & C_{33}^p &= 114.98 \text{ GPa} \\ C_{14}^p &= 25.59 \text{ GPa}, & \rho_p &= 7496 \text{ kg/m}^3 \\ e_{31} &= -5.201 \text{ N/mV} \end{aligned}$$

Fig.3는 HST의 경우와 비교하기 위하여 HST와 동일한 길이(L), 두께(h), 반경(R)을 가진 복합재료 보에 대하여 안정성 조건을 구하였다. 복합재료(Graphite-epoxy)보의 경우가 등방성 재료(Stainless

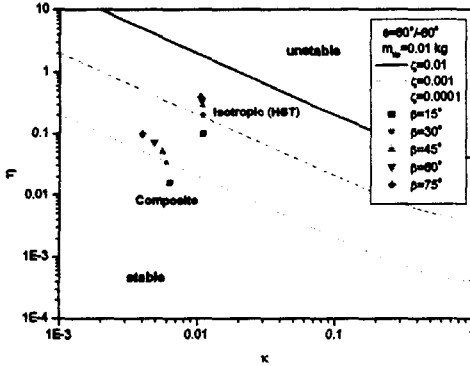


Fig. 3 Stability boundaries for a composite boom with a tip mass

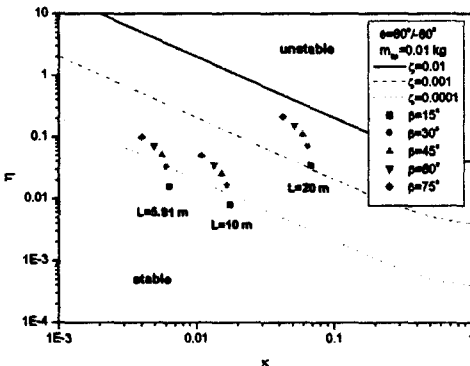


Fig. 4 Stability boundaries for a composite boom with a tip mass

steel)인 HST에 비하여 안정함을 알 수 있으며, 이것은 복합재료 보의 섬유각의 변화와 적층을 통하여 플러터의 발생을 조절할 수 있음을 의미한다. 따라서, 동일한 크기와 형상에서 경량이며, 필요한 안정성을 얻을 수 있는 복합재료가 등방성 재료에 비하여 우수함을 알 수 있다. 또한, Fig.3에서 태양열 플럭스의 입사각 ( $\beta$ )에 따라 불안정성이 변함을 알 수 있다. 이것은 보의 변위와 태양열 플럭스의 입사각이 연성된 경우(Coupled case)에 발생하며, 보에 입사되는 태양열 플럭스의 수직성분이 시간에 따라 변하기 때문이다.

즉, 보에 입사되는 태양열 플럭스의 크기가 시간에 따라 변하므로, 이것이 하중함수로 작용하여 불안정성을 발생시키는 원인이 된다. 따라서, 입사각이 커지면 시간에 따라 변하는 열 하중의 차이도 커지므로 불안정성은 증가하게 되며, 보의 변위와 입사각이 연성되어 있지 않은 경우에는 플러터가 발생하지 않는다.

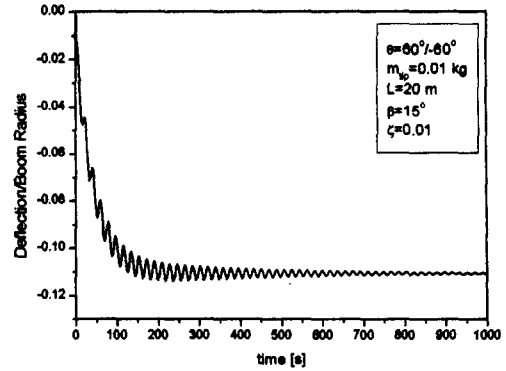


Fig. 5 Stable boom deflection(y-direction), coupled thermal-structural analysis

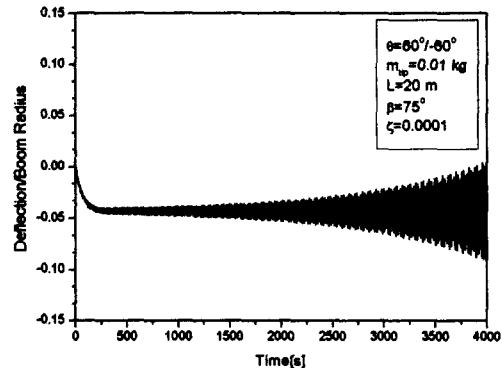


Fig. 6 Unstable boom deflection(y-direction), coupled thermal-structural analysis

Fig.4는 복합재료 보의 길이 변화에 따른 안정도 판별 그래프이다. 보의 길이가 증가함에 따라 불안정성이 증가함을 알 수 있다. 이것을 검증하기 위하여, Fig.5와 Fig.6에서 각각의 조건에 따른 응답을 구하였다. Fig.5는 보의 길이(L)가 20 m, 적층각 ( $\theta$ )이  $60^\circ/-60^\circ$ , 감쇠계수 ( $\zeta$ )가  $10^{-2}$ 인 경우로, 안정도 판별 그래프(Fig.4)에서 안정성조건을 만족하므로 플러터가 발생하지 않았다. Fig.6은 보의 길이(L)가 20m, 적층각 ( $\theta$ )이  $60^\circ/-60^\circ$ , 감쇠계수 ( $\zeta$ )가  $10^{-4}$ 인 경우로, 안정도 판별 그래프에서 불안정영역에 있으므로 플러터가 발생함을 알 수 있다. 또한, Fig.5와 Fig.6에서 보에 입사되는 태양열 플럭스의 입사각 ( $\beta$ )이 커지면 불안정성은 커지지만, 보의 변위의 크기는 감소함을 알 수 있다. 이것은 입사각이 커지면 보에 입사되는 태양열 플럭스의 수직성분의 크기가 작아지기 때문이다.

Fig.7은 비례제어이득 ( $\bar{K}_p$ )이 증가함에 따라 첫 번째 고유 진동수 ( $\omega_1$ )가 증가함을 알 수 있다. 또

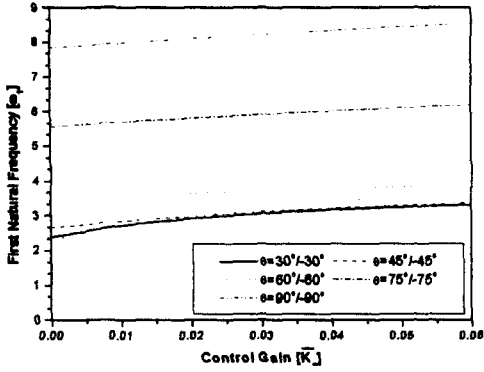


Fig. 7 The first natural frequency vs. proportional control gain for different ply angles

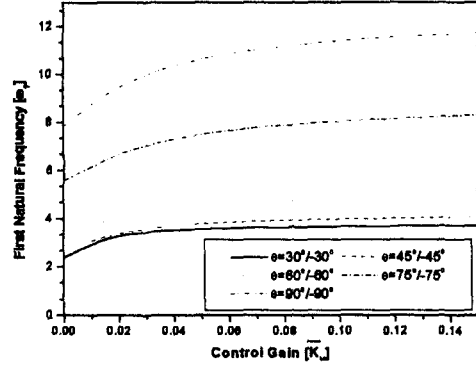


Fig. 9 Variation of the first natural frequency with velocity feedback control gain for different ply angles

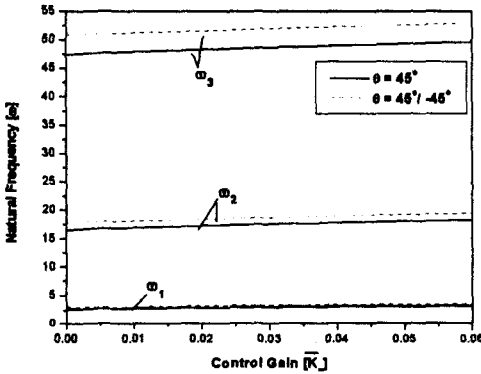


Fig. 8 Variation of the natural frequency with proportional control gain

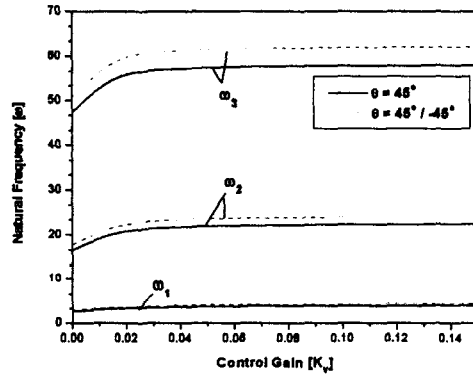


Fig. 10 Variation of natural frequency with velocity feedback control gain

한, 섬유각 ( $\theta$ )의 증가에 따라 고유 진동수가 커짐을 알 수 있으며, 섬유각이 증가함에 따라 고유 진동수의 증가율은 감소하였다. 이는 섬유각의 증가에 따라서 구조물의 굽힘 강성 ( $a_{33}$ )이 크게 증가하기 때문이며, 섬유각의 효과에 비해서 압전의 활성화에 대한 영향은 비교적 작음을 알 수 있다.

Fig.8은 복합재료 보를 적층한 경우와 적층하지 않은 경우의 비례제어이득의 증가에 따른 고유 진동수의 차이를 나타내는 그래프로 적층한 경우의 고유진동수가 더 큰 값을 가짐을 알 수 있으며, 비례제어이득의 증가에 따른 영향은 두 경우가 유사함을 알 수 있다. Fig.9는 속도제어이득 ( $\overline{K}_v$ )이 증가함에 따라 첫 번째 고유 진동수 ( $\omega_1$ )가 모두 증가함을 알 수 있으며, 섬유각 ( $\theta$ )의 증가에 따라 고유 진동수가 큰 값을 갖는다. 또한, 고유 진동수가 변하는 이득의 범위도 증가하였다.

Fig.10은 복합재료 보를 적층한 경우와 적층하지

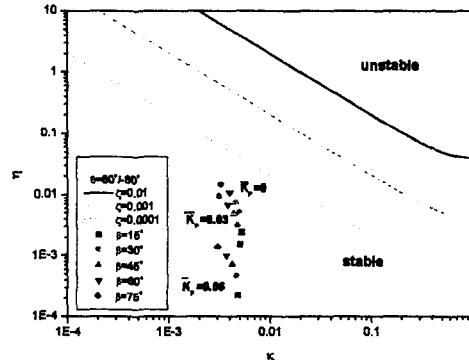


Fig. 11 Stability boundaries for a composite material boom

않은 경우의 속도제어이득의 변화에 따른 고유 진동수의 차이를 나타내는 그래프로 적층한 경우의 고유진동수가 더 큰 값을 가짐을 알 수 있다.

Fig.11, Fig.12는 비례제어이득과 속도제어이득의

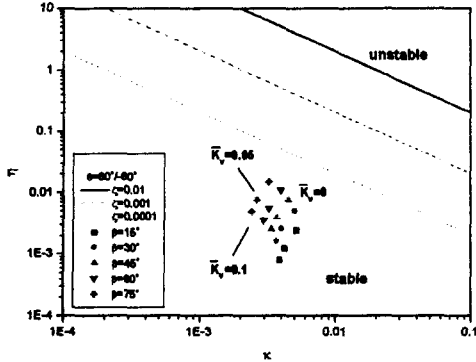


Fig. 12 Stability boundaries for a composite material boom

변화에 따른 열적 플러터의 경계를 나타내는 그래프이다. Fig.11은 비례제어이득이 커짐에 따라서 안정성이 증가됨을 알 수 있다. Fig.12는 속도제어이득이 커짐에 따라서 안정성이 증가됨을 알 수 있으며, 비례제어이득의 변화가 속도제어이득의 변화에 비해서 안정성에 더 큰 영향을 주는 것을 알 수 있다.

7. 결 론

본 연구에서는 구조물의 변형에 의해 온도분포가 변화한다는 가정(Coupled case)에서 동적 응답 해석 및 열 플러터 해석을 통하여, 안정성 조건을 구하였다. 구조물의 길이의 변화에 의한 안정성 조건을 도출하였으며, 태양열 플렉스의 입사각에 따른 구조물의 안정도 판별과 응답해석을 수행하였다.

앞의 결과에서 알 수 있듯이 복합재료는 경량이며 섬유각(θ)의 변화 및 적층을 통하여 플러터 발생의 억제가 가능하므로 등방성 재료에 비하여 우주 구조물의 재료로 사용할 경우 임무 수행의 정밀도 향상이 예측된다. 또한, 감지기와 작동기의 역할을 할 수 있는 압전재료를 구조물에 삽입/부착하여 열 하중에 의한 동적 불안정성(Instability)을 방지할 수 있었다.

후 기

본 연구는 2000년도 한국항공우주연구원의 다목적 실용위성2호 개발사업 과제의 위탁연구 과제로 수행되었으며 이에 연구를 지원하여주시는 관계자 여러분께 감사드립니다.

- (1) Seibert, A.G., and Rice, J. S., 1973, "Coupled Thermally Induced Vibrations and Beams", *AIAA Journal*, Vol. 7, No. 7, pp. 1033- 1035.
- (2) Takeuti, Y., and Furukawa, T., 1981, "Considerations on Thermal Shock Problems in A Plate", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 48, pp. 113-118.
- (3) Johnston, J. D., Thornton, E. A., 1998, "Thermally Induced Attitude Dynamics of a Spacecraft with Flexible Appendage", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 21, No.4, pp. 581 - 587.
- (4) Thornton, E. A., and Kim, Y. A., 1993, "Thermally Induced Bending Vibration of a Flexible Rolled-Up Solar Array", *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 30, No. 4, pp. 438-448.
- (5) Thornton, E. A., 1996, *Thermal Structures for Aerospace Applications*, *AIAA, Education series*, pp. 343-396.
- (6) Song, O., 1990, "Modeling and Response Analysis of Thin-Walled Beam Structures Constructed of Advanced Composite Materials", *Ph.D Thesis*, VPI & SU, USA.
- (7) Song, O., Kim, J., Librescu, L., 2001, "Synergistic implications of tailoring and adaptive materials echnology on vibration control of anisotropic thin-walled beams", *International Journal of Engineering Science*, Vol. 39, pp.71-94.

Appendix A

A = I : Identity matrix

$$B = (2\zeta\omega_r + \frac{1}{r})I$$

$$C = (\omega_r^2 + \frac{2\zeta\omega_r}{r}) I$$

$$D_{ij} = \frac{\omega_r^2}{r} \delta_{ij} + \frac{O_1}{H_1 r} \int_0^L \theta_{xi}' u_{\alpha} dz - \frac{O_2}{H_1 r} \int_0^L \theta_{xi}' \theta_{\alpha} dz - \frac{O_1}{H_1 r} \int_0^L \theta_{xi} \theta_{\alpha} dz$$