

음차자이로의 동적특성 연구

⁰곽문규*, 한상보**

Dynamic Analysis of Tuning-Fork Gyroscope

Moon K. Kwak and Sangbo Han

ABSTRACT

A rate gyroscope has been used popularly to measure the angular motion of a given vehicle using a symmetric rotor spinning rapidly about its symmetry axis. Since the rapid rotation is required in this type of gyroscope, the motor has been used to make the rotor spin, so that it results in a heavy configuration. The tuning-fork gyroscope has been developed to avoid this problem, which utilizes a coriolis coupling term and vibration about one axis. Because of the coriolis effect, the vibration of one axis is transferred to other axis when the angular motion along the vibrating axis is given to the system. The concept of a tuning-fork gyroscope was recently realized using MEMS techniques. However, the dynamic characteristics of the tuning-fork gyroscope has not been discussed in detail. In this study, we derived the equations of motion for the tuning-fork type gyroscope using the energy approach and investigated the dynamic characteristics by means of numerical analysis.

1. 서론

항로 및 방향을 측정하는데 사용되어온 주 장비는 진공상태에서 전기로 가동되는 레이트 자이로스코프(Rate Gyroscope)이다. 이 기술은 18세기에 처음 개발되었으며 진공 자이로는 1930년대에 확산되어 사용되기 시작했다[1]. 이 장비는 정밀한 기계 장치로 구성 되어 있으며 한 축 레이트 자이로 센서는 고속 회전하고 있는 축에 대하여 수직인 축에 짐발(Gymbal)과 비틀 스프링을 설치하여 각 속도에 따라 일정 회전각이 나오도록 만든 계측 장비이다. 자이로의 동적특성에 대해서는 참고문헌 [2]에서 자세히 다루고 있다. 레이트 자이로는 기계-전기가 결합된 시스템으로 이루어지며 고속회

전을 필요로 하기 때문에 마모와 파손이 발생할 수 있고 기계적 진동에 약하다. 따라서 정기적인 유지보수가 필요하다.

최근에 정밀기계 제작 및 전자제어 기술의 발달에 힘입어 초소형 정밀 전기기기(電機機器;MEMS)의 개발과 응용에 대한 관심이 높아지고 있다. Barbour등[3], Buffin[4], Schoess등[5]은 관성항법장치의 MEMS 기술추이에 대해 자세히 다루고 있다. 1990년도에 대두된 MEMS 기술을 이용하여 휴대용 카메라, 자동차, 항공기 등 민간 분야 뿐만 아니라 단거리 미사일, 위치 탐지 시스템 등 군수분야의 기계시스템의 운동을 계측할 수 있는 초소형 정밀 센서의 개발에 많은 노력을 기울이고 있다. 앞에서 설명한 기계적인 자이로 센서에 비하여 MEMS 기술을 이용해 제작된 초소형 정밀 자이로 센서는 제어를 위한 정밀성을 보장하

* 동국대학교 기계공학과 교수

** 경남대학교 기계자동차공학부 교수

면서도 부착이 용이하여 그 실용성이 매우 높다고 말할 수 있다. 현재 기계식 자이로스코프 센서의 예 링레이저자이로, 광섬유 자이로, 실리콘 진동구조 자이로, 압전형 자이로가 주로 사용되고 있다.

링레이저 자이로(Ring Laser Gyros, RLG)는 1970년도에 등장했는데 고가이며 구조가 복잡한 반면에 정확도와 신뢰도가 매우 높아 방위산업, 우주산업 분야, 고가의 민간항공기에서 많이 사용하게 되었다. RLG는 고가로 구조 또한 복잡하다. RLG의 기본 작동 원리는 송출부의 파장과 수신부의 파장의 차이가 각속도 차이에 비례하게 된다는 사낙(Sarnac) 효과를 사용하는 것이다.

광섬유 자이로(Fiber Optic Gyros, FOG)는 최근에 등장했으며 RLG가 보장하는 정밀도를 RLG 보다 저가에 구현하는 장비이다. FOG 역시 사낙 효과를 이용하는데 파의 경로가 더 길다. 아직까지는 고가에 판매되고 있다.

실리콘 진동구조 자이로스코프 센서는 마이크로 머시닝 기술을 이용하여 가공한 링 형태 실리콘의 공진 특성을 이용한 센서이다. 지름 6mm 정도의 링을 실리콘으로 형성하고 이 링을 공진시켜 회전각속도를 검출한다. 진동에 의해 성능이 저하되지 않으며 정밀도도 일부 기계식 자이로스코프 센서를 상회한다.

압전형 자이로는 음차형[6]이나 주상으로 가공된 센서인데 기본 형태는 Fig. 1(a)의 왓슨형 자이로센서와 Fig. 1(b)의 GE형 자이로이다.

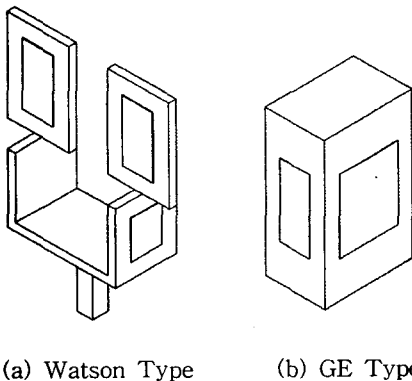


Fig. 1 Typical Piezoelectric Gyro Sensors

압전형 자이로는 압전효과를 이용하여 전기적으로 진동을 발생시키고 코리올리스 효과를 이용

하여 회전각속도를 검출한다. 압전소자를 이용하고 있어 진동을 가하면 잡음이 발생하여 정밀도를 저하시킨다. 안정도와 정밀도는 다른 자이로스코프 센서에 비해 다소 떨어지며 구조적으로 취약하지만, 소형, 경량으로 기계적 마모가 없어 수명이 길고 저가로 대량 제작할 수 있다는 장점이 있다. 이런 장점으로 인해 압전 음차 자이로센서의 개발이 활발하게 이루어지고 있다. 현재까지 개발된 압전형 음차 자이로는 음차형[6], 보형[7], 삼지형[8-10], H형[11], 평행보형[12], 판형[13], 링형[14]과 같은 센서들이 개발되었다. 진동자이로의 기능을 향상시킨 두축자이로[15]도 있다.

위에서 언급한 연구들을 살펴보면 동역학적 관점에 대한 설명보다 단순히 코리올리스 효과라는 기본개념을 바탕으로 한 특정 형태의 센서에 대한 제작과 실험 결과 발표를 위주로 한 내용들이 많음을 알 수 있다. 따라서 압전형 자이로의 동적 특성을 이론적으로 해석할 필요가 있다.

진동 자이로의 동적 모델에 대해서는 Ulitko[16]가 포크 형태의 자이로 센서에 대한 수학적 모델을 유도하였고, Kudo등[17], Kagawa[18]등은 유한요소법을 이용한 모델링 방법을 토의하였다. 회전 거동을 하는 보에 대한 대표적인 논문으로는 회전하는 기저에 고정된 보의 거동을 인장변형 변수와 Cartesian 변형 변수를 동시에 사용하여 운동방정식을 선형화 한 Kane 등[19]의 논문이 있으며, 이를 계승한 Yoo[20]의 논문이 있다. 그러나 압전형 자이로에 적용하기에는 무리가 있어 본 연구에서는 음차자이로의 동적 모델을 유도하고 수치실험을 통해 코리올리스 효과가 보구조물의 진동에 어떤 영향을 미치는지와 다른 동적 효과는 어떤 영향을 주는지 조사하였다. 또한 음차 자이로를 이용한 각속도 계측 방법을 수치계산 결과를 바탕으로 논하였다. 본 연구에서 제시한 모델을 살펴보면 압전형 음차 자이로의 물리적 원리를 쉽게 이해할 수 있을 것으로 예상된다.

2. 운동방정식의 유도

본 연구를 위해 음차는 직사각형 균일보로서 등방성 재료로 이루어져 있다고 가정하였다. Fig. 2는 회전하는 강체에 r 만큼 떨어진 지점에 고정

되어 있는 균일보를 보여주고 있다.

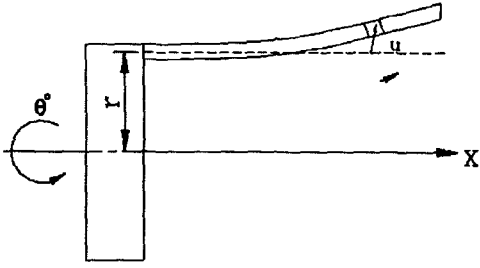


Fig. 2 Schematic of Tuning-Fork Gyro

여기서 r 벡터와 동일한 방향이 3방향이며 이에 수직인 방향이 2방향이다. 각 방향으로의 변위를 각각 u_2, u_3 라고 하고 강체가 θ 의 각속도로 회전한다고 하자. 그리고 각각의 변위를 허용함수 (Admissible Function)와 일반 변위를 이용하여 다음과 같이 표현해보자.

$$u_2 = \Phi_2 q_2, \quad u_3 = \Phi_3 q_3 \quad (1)$$

여기서 Φ_2, Φ_3 는 각 방향의 허용함수이고 q_2, q_3 는 각 방향 일반변위이다. 이를 이용하면 보의 운동에너지는 다음과 같은 형태로 유도된다.

$$T_b = \frac{1}{2} \dot{q}_2^T M_2 \dot{q}_2 + \frac{1}{2} \dot{q}_3^T M_3 \dot{q}_3 + \frac{1}{2} \dot{\theta}^2 q_2^T M_2 q_2 + \frac{1}{2} J_b \dot{\theta}^2 + r \dot{\theta}^2 \overline{\Phi}_3 q_3 + \frac{1}{2} \dot{\theta}^2 q_3^T M_3 q_3 + \theta q_2^T M_{23} \dot{q}_3 - r \theta \overline{\Phi}_2 \dot{q}_2 - \theta q_3^T M_{23}^T \dot{q}_2 \quad (2)$$

여기서

$$M_2 = \overline{m} \int_0^L \Phi_2^T \Phi_2 dx, \quad M_3 = \overline{m} \int_0^L \Phi_3^T \Phi_3 dx \\ \overline{\Phi}_2 = \overline{m} \int_0^L \Phi_2 dx, \quad \overline{\Phi}_3 = \overline{m} \int_0^L \Phi_3 dx \quad (3)$$

$$J_b = \frac{1}{2} m r^2, \quad M_{23} = \overline{m} \int_0^L \Phi_2^T \Phi_3 dx$$

이며 $m = \overline{m} L$ 로 보의 질량을 나타낸다. 그리고 L 는 보의 길이를 나타낸다.

보의 탄성에너지는 다음식으로 표현된다.

$$V_b = \frac{1}{2} q_2^T K_2 q_2 + \frac{1}{2} q_3^T K_3 q_3 \quad (4)$$

여기서

$$K_2 = EI_2 \int_0^L \left(\frac{d\Phi_2}{dx} \right)^T \left(\frac{d\Phi_2}{dx} \right) dx \quad (5a)$$

$$K_3 = EI_3 \int_0^L \left(\frac{d\Phi_3}{dx} \right)^T \left(\frac{d\Phi_3}{dx} \right) dx \quad (5b)$$

이며 EI_2, EI_3 는 각각 2방향, 3방향 굽힘강성을 나타낸다.

기진력, $F_2(t)$ 가 x_2 지점에 2방향으로 작용하는 경우에 가상일은 다음과 같이 표현된다.

$$\delta W = \delta q_2^T \Phi_2(x_2)^T F_2(t) \quad (6)$$

운동에너지, 탄성에너지와 가상일 표현식을 라그랑지 방정식에 대입하면 다음과 같은 운동방정식이 유도된다.

$$\begin{bmatrix} M_2 & 0 \\ 0 & M_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{Bmatrix} + 2\dot{\theta} \begin{bmatrix} 0 & -M_{23} \\ M_{23}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_2 - \dot{\theta}^2 M_2 & -\dot{\theta} M_{23} \\ \dot{\theta} M_{23}^T & K_3 - \dot{\theta}^2 M_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_2 \\ q_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r \dot{\theta} \overline{\Phi}_2^T \\ r \dot{\theta}^2 \overline{\Phi}_3^T \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \Phi_2^T(x_2) \\ 0 \end{Bmatrix} F_2(t) \quad (7)$$

Φ_2, Φ_3 를 균일 외팔보의 고유함수를 이용하고, 각각의 고유함수가 orthonormality 조건을 만족한다고 하면 허용함수를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi_i = [\cosh \lambda_i x/L - \cos \lambda_i x/L - \sigma_i (\sinh \lambda_i x/L - \sin \lambda_i x/L)] / \sqrt{m} \quad (8)$$

여기서 $\lambda_i = 1.875, 4.694, 7.855, 10.996, 14.137, \dots$ 이고 $\sigma_i = 0.734, 1.018, 0.999, 1.000, 1.000, \dots$ 이다. 이 함수를 이용하면 운동방정식, 식(7)의 계수행렬들이 좀더 간단하게 다음과 같이 표현된다.

$$M_2 = M_3 = M_{23} = I, \quad K_2 = \Lambda_2, \quad K_3 = \Lambda_3 \quad (9)$$

$$K_2 = \text{diag}(\omega_2^2), \quad K_3 = \text{diag}(\omega_3^2) \quad (10)$$

$$(\overline{\Phi}_2)_i = (\overline{\Phi}_3)_i = 2\sqrt{m} \sigma_i / \lambda_i \quad (11)$$

여기서 I 는 Identity 행렬이며

$$(\omega_2)_i = EI_2 \lambda_i^4 / mL^3, \quad (\omega_3)_i = EI_3 \lambda_i^4 / mL^3 \quad (12)$$

이를 이용하면 운동방정식 (7)이 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + 2\dot{\theta} \begin{bmatrix} 0 & -I \\ I & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \Lambda_2 - \dot{\theta}^2 I & -\dot{\theta} I \\ \dot{\theta} I & \Lambda_3 - \dot{\theta}^2 I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_2 \\ q_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r \dot{\theta} \overline{\Phi}_2^T \\ r \dot{\theta}^2 \overline{\Phi}_3^T \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \Phi_2^T(x_2) \\ 0 \end{Bmatrix} F_2(t) \quad (13)$$

이 식을 살펴보면 두 번째 계수 행렬이 코리올리스 영향을 포함하고 있음을 알 수 있다. 그리고 세 번째 계수 행렬에는 각속도에 의한 강성저하 효과와 각가속도에 의한 circulatory 효과가 포함되어 있음을 알 수 있다. 항등부호 오른쪽을 살펴보면 각가속도와 각속도에 의해 유발되는 가속도 효과가 기진력으로 작용하고 있음을 알 수 있다. 앞에서 언급한 연구 결과들에는 이와 같은 동적 영향이 시스템의 응답에 어떻게 기여하는지에 대한 논의가 전혀 없이 단지 두 번째 계수행렬인 코리올리스 효과만 음차 자이로 설계 인자로 고려되었다. 실제로는 Λ_2 , Λ_3 가 다른 요소들보다 크기 때문에 회전 운동이 세 번째 계수 행렬에 크게 영향을 주지 못할 것으로 예상된다. 또한 회전 중심으로부터 벗어난 정도를 나타내는 r 값 또한 크지 않기 때문에 회전운동으로 발생하는 기진력 또한 크지 않을 것으로 예상된다. 따라서 2방향으로 가진하고 회전운동이 있을 경우 두 번째 코리올리스 영향 행렬에 의해 3방향을 가진하게 된다. 다음 수치계산을 통해 그 영향을 좀더 자세하게 살펴보자.

3. 수치계산

유도된 운동방정식의 타당성을 검증하기 위해 음차 기저부에 입력되는 각속도와 음차의 출력과의 관계를 회전 운동에 대해 해석해 보았다. 먼저 음차시스템에 조화기진력을 적용하여 2방향을 가진시키고, 지붕 모양의 회전 각속도가 주어진 경우에 어떤 응답이 나오는지 조사하였다. 수치계산을 위해 다음과 같은 값이 사용되었다.

$$\begin{aligned} \rho &= 7850 \text{ kg/m}^3, \quad r = 6.3 \times 10^{-3} \text{ m}, \quad E = 200 \text{ GPa}, \\ L &= 81.6 \times 10^{-3} \text{ m}, \quad A = 1.728 \times 10^{-5} \text{ m}^2, \\ I_2 &= 3.31776 \times 10^{-11} \text{ m}^4, \quad I_3 = 1.88624 \times 10^{-11} \text{ m}^4, \\ x_2 &= L, \quad F_2(t) = 1000 \sin(2769.89t) \end{aligned}$$

수치모델에 대해서 먼저 2방향으로 공진시킨 후 회전 각속도를 가해 응답을 계산하였다. Figures 4와 5는 각각 2방향과 3방향 끝단의 시간 변위를 보여주고 있다. 그림에서 볼 수 있듯이 2방향 변위는 시간이 지나갈수록 공진상태로 접어들며 0.3초에 회전이 시작되어 0.4초에 종료되는 효

과가 3방향에 나타남을 알 수 있다.

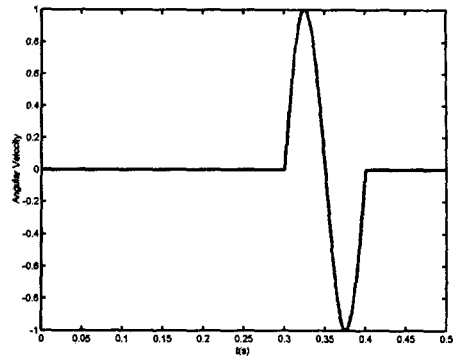


Fig. 3 Time Histories of Angular Velocity

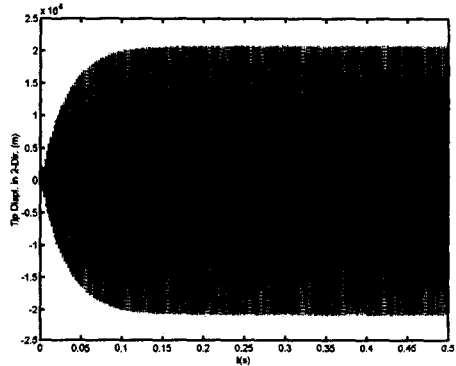


Fig. 4 Time History of Tip Displacements in 2-Direction

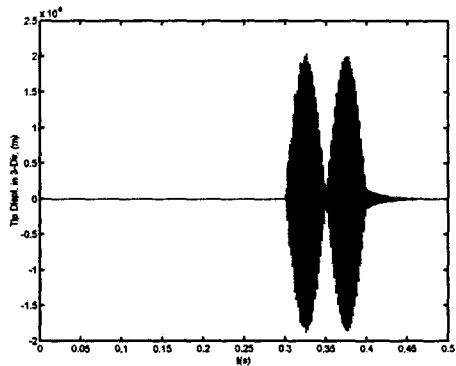


Fig. 5 Time History of Tip Displacements in 3-Direction

Fig. 5에서 보이는 3방향 응답을 바탕으로 회전 각속도를 추출해야하는데 이를 위해 matlab의 신호처리 함수인 demod를 사용하였다. Fig. 6은 3방향 응답을 demodulation한 값이다.

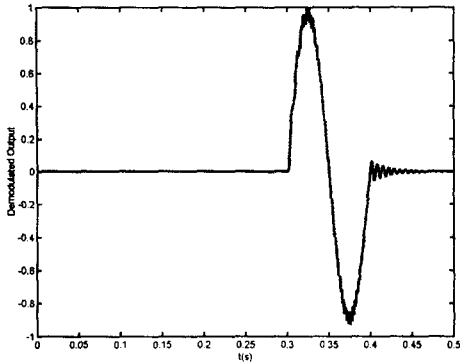


Fig. 6 Demodulated Output

Fig. 6에서 알 수 있듯이 구조물이 진동이 반영되어 있음을 알 수 있다. demodulation화된 응답에 다시 저주파 통과 필터를 적용한 결과가 Fig. 7이다. 이 그림과 Fig. 3를 비교해보면 원래의 각속도가 어느 정도 복원되었음을 알 수 있다. 그러나 신호에 약간의 변형이 발생하는데 이는 진동을 사용하는 것으로 인해 유발되는 오차이다. 좀더 개선된 신호처리 기술을 이용하면 이런 오차를 제거할 수 있을 것으로 생각된다. 신호 처리 문제에 대한 내용은 본 연구의 목표를 벗어나는 것이기 때문에 다루지 않는다.

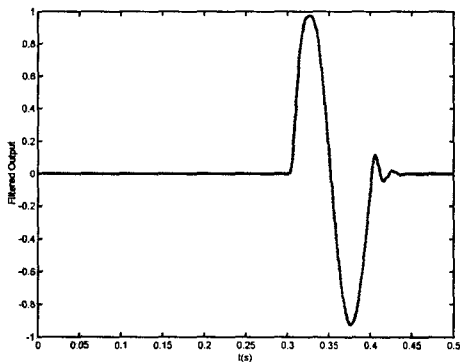


Fig. 7 Filtered Output

4. 토의 및 결론

압전형 음차 자이로는 한 방향으로 진동하는 구조물에 길이 방향으로 회전이 가해지는 경우 코리올리스 효과에 의해 다른 방향에 진동이 유발되는 성질을 이용한다. 현재까지 발표된 연구 결과는 대부분 코리올리스 효과를 이용한 다양한 형태의 자이로 개발에 치중되어 있으며 동적 모델에 대한 연구는 거의 없는 상황이다. 따라서 본 연구에서는 음차 자이로의 동적 특성 해석을 위해 동적 모델을 유도하고 운동방정식을 분석하여 음차 자이로의 구동 원리를 규명하였다.

동적 특성을 조사하기 위해 수치 모델을 이용하여 동적 응답을 계산하였다. 수치계산에서 음차의 2방향을 가진하여 공진시키고 회전각속도가 주어지는 경우에 3방향 응답이 어떻게 나타나는지 살펴보았다. 댐핑을 포함시켜 진폭이 자연 감소되도록 만들었는데 수치계산 결과 나타난 진폭의 외곽 신호가 입력 각속도와 동일한 형태를 나타냄을 알 수 있었다. 3방향 센서로부터 얻어지는 출력신호는 고주파의 가진신호와 저주파의 입력 각속도 신호가 변조된 형태의 신호로 구성되어 있다. 따라서 센서의 신호를 역변조하면 음차 기저부의 회전 각속도에 해당하는 신호를 검출해 낼 수 있다. 본 연구에서는 matlab의 demodulation 함수와 저주파수 통과 필터를 이용해 회전각속도를 재구성해 보았다. 원래의 회전각속도와 비교해본 결과 재구성한 회전각속도가 원래의 회전각속도에 상당히 부합됨을 알 수 있었다. 그러나 구조물의 진동 특성과 운동방정식에 포함된 진동각속도항, 편심위치의 포함 여부가 진동 응답에 영향을 주고 이는 회전각속도의 오차로 나타남을 알 수 있었다.

참고 문헌

- [1] M. Greene, "A Solid State Attitude Heading Reference System for General Aviation", Proceedings of IEEE Conf. on Emerging Technologies and Factory Automation, 1996, pp. 413-417.
- [2] Meirovitch, L., Methods of Analytical

- Dynamics, McGraw-Hill, 1970.
- [3] Barbour, N. and Schmidt, G., "Inertial Sensor Technology Trends", IEEE Sensors Journal, vol. 1, No.4, Dec. 2001, pp. 332-339.
- [4] Paul B. Ruffin, "Progress in the development of gyroscopes for use in tactical weapon systems", Proc. of SPIE Vol. 3990, Smart Electronics and MEMS, 2000, pp. 2-12.
- [5] J. N. Schoess, D. Arch, W. Yang, C. Cabuz, B. Hocker, B. Johnson, M. Wilson, "MEMS sensing and control: An aerospace perspective", Proc. of SPIE Vol. 3990, Smart Electronics and MEMS, 2000, pp. 22-27.
- [6] E. Momosaki, T. Kaneko, T. Shimoda, "A study of Quartz Tuning Fork Resonators in the second Flexural Mode", IEEE Transaction on ultrasonics ferroelectrics and frequency control. Vol. 42, No.3, 1995, pp. 443-450.
- [7] Fang, H.Y. and Yang, J.S., "Vibration Analysis of a Rotating Elastic Beam with Piezoelectric Films as an Angular Rate Sensor", IEEE International Frequency Control Symposium and PDA Exhibition, 2001, pp. 507-513.
- [8] M. Abe, E. Shinohara, K. Hasegawa, S. Murata, M. Esashi, "Trident-type Tuning Fork Silicon Gyroscope by The Phase Difference Detection", IEEE, 2000, pp. 508-513.
- [9] N. Ishida, Y. Tomikawa, "Basic Consideration of Trident-Type Tuning Fork Accelerometers Using Coriolis Force Phenomenon", Japan J. of Appl. Phys. Vol. 38, 1999, pp. 3228-3232
- [10] Satoh, A., Ohnjshi, K. and Tomikawa, Y., "Characteristics of the Piezoelectric Vibratory Gyrosensor Constructed Using a Trident Tuning-Fork Resonator", IEEE Ultrasonics Symposium, 1998, pp. 555-558.
- [11] Fujimura, S., Yano, K., Kumasaka, T., Ariyoshi, H. and Ono, O., "A Vibration Gyros and Their Applications", IEEE Int. Conf. on Consumer Electronics, 1989, pp. 116-117.
- [12] Sato, H., Arai, F., Itoigawa, K. and Tsukahara, Y., "Parallel-Beam Sensor/Actuator Unit and its Application to the Gyroscope", IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 5, No. 3, Sept. 2000, pp. 266-272.
- [13] He, G.H., Nguyen, C.T., Hui, J., Wong, M.S., Ng. A.F.L., Luong, H.C. and Ling, C., "A Piezoelectric-Plate Mucrogyroscope", Int. Conf. on Solid-State Sensors and Actuators, 1997, pp. 895-898.
- [14] Yang, J., Fang, H. and Jiang, Q., "One-Dimensional Equations for a Piezoelectric Ring and Applications in a Gyroscope", IEEE Trans. on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, Vol. 48, No. 5, Sept. 2001, pp. 1275-1282.
- [15] Craig, R.J.G., "Theory of Operation of a Two-Axis-Rate Gyro", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 26, No. 5, Sept. 1990, pp. 722-731.
- [16] Ulitko, I.A., "Mathematical Theory of the Fork-Type Wave Gyroscope", IEEE Int. Frequency Control Symposium, 1995, pp. 786-793.
- [17] Kudo, S., Sugawara, S. and Wakatuki, N., "Finite Element Analysis of Single Crystal Tuning Forks for Gyroscopes", IEEE Int. Frequency Control Symposium, 1996, pp. 640-647.
- [18] Kagawa, Y., Tsuchiya, T. and Kawashima, T., "Finite Element Simulation of Piezoelectric Vibrator Gyroscopes", IEEE Trans. on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 1996, Vol. 43, No. 4, pp. 509-518.
- [19] T. R. Kane, R. R. Ryan, A. K. Banerjee, "Dynamics of a Cantilever Beam Attached to a Moving Base", J. of Guidance, Vol. 10, No. 2, 1987, pp. 139-151.
- [20] H. H. Yoo, R. R. Ryan, R. A. Scott, "Dynamics of flexible beams undergoing overall motions", J. of Sound and Vibration, 181(2), 1995, pp. 261-278.