한국소음진동공학회 2002년도 춘계학술대회논문집, pp. 196~201.

이동질량을 받는 단순지지보의 퍼지제어

Fuzzy Control of a Simply-Supported Beam under a Moving Mass

공용식* · 류봉조** · 이규섭*** · 류두현****

Yong-Sik Kong, Bong-Jo Ryu, Gyu-Seop Lee and Doo-Hyun Ryu

Key Words : Moving Mass(이동질량), Simply-Supported Beam(단순지지보), Fuzzy Control(퍼지제어)

ABSTRACT

This paper deals with the active vibration control of a simply-supported beam under a Moving mass using fuzzy control technique. Governing equations for dynamic responses of the beam under a moving mass are derived by Galerkin's mode summation method. Dynamic responses of the beam are obtained by Runge-Kutta integration method, and are compared with experimental results. For the active vibration control of the beam due to moving mass, a controller based on fuzzy logic was designed. The numerical predictions for dynamic deflections of the beam have a good agreement with the experimental results well. As for the fuzzy control of the tested beam, more than 50% reductions of dynamic deflection and residual vibrations under a moving mass are demonstrated.

1. 서 론

이동 질량 또는 이동 하중에 의한 탄성 보 구조물의 동적 처짐 및 진동·제어에 과한 연구들은 많은 연구자들의 관심의 대상이 되어 왔다. 이동질량 및 하중에 의한 구조물의 동적 반응과 진동 연구에 관한 최초의 시도는 Stokes[1]였으며, 철교 문제를 통해 해석하기 시작하였고, 그 후 많은 연구자들에 의해 이동하중이나 이동질량을 받는 보 구조물의 동적반응에 대한 연구가 활발히 진행되어 왔다.[2-6] 이러한 주행물체에 의한 보 구조물들의 동적반응에 대한 연구들과 함께 진동제어에 관한 연구들도 이루어져 왔다. Rohman과 Leopholz[7]는 단순지지된 보에 이동 질량에 의한 진동이 유발될 때 작동기의 인장력과 압축력에 의한 굽힘 모멘트가 보에 작용하도록 하였다. 유정규와 그의 공동 연구자들[8]은 분포형 압전 필름 감지기와 압전 세라믹 작동기를 이용한 보의 진동 제어에 있어 감지기가 비 제어 모드로부터의 신호를 효과적으로 차단함을 관찰하였고, Bailey와 Hubbard Jr.[9]는 분포형 피에조 중합체를 통해 얇은 외팔 보에 대한 능동 진동 제어를 하였다.

본 논문에서는 이동 질량에 의해 발생하는 양단 단순 지지보의 동적반응을 수치해석적 방법과 실험적으로 연구하였고, 설계·제작한 VCM 형태의 작동기를 이용하여 이동 질량에 의해 발생하는 보의 진동을 퍼지제어 하였다.

* 한국원자력연구소
E-mail : dinosaurmail@hanmail.net
Tel : (042) 868-2295, Fax : (042) 868-8696

** 한밭대학교 기계공학부

*** 통일중공업

**** JATCO KOREA Engineering

2. 이 론

2.1 수학적 모델

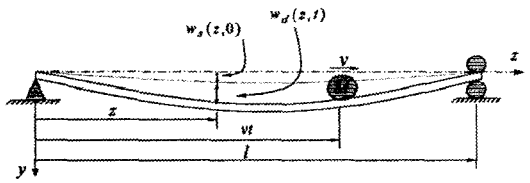


Fig. 1 Mathematical model of a simply-supported beam subjected to a moving mass

이동질량에 의한 보 운동의 수학적 모델은 Fig. 1과 같고, 운동의 지배 방정식은 식(1)에 나타난 바와 같다. Fig. 1에서, l은 보의 길이, v는 이동 질량의 속도, t는 시간, $w(z,t)$는 횡 방향 변위, z와 y는 각각 축 방향 및 횡방

향 좌표이다.

$$EI\frac{\partial^4 w(z,t)}{\partial z^4}+m\frac{\partial^2 w(z,t)}{\partial t^2}$$
$$=mg+Mg\delta(z-vt)-M\left[\frac{\partial^2 w(z,t)}{\partial z^2}v^2+2\frac{\partial^2 w(z,t)}{\partial z\partial t}v\right.$$
$$\left.+\frac{\partial w(z,t)}{\partial z}a+\frac{\partial^2 w(z,t)}{\partial t^2}\right]\delta(z-vt) \quad (1)$$

식(1)에서, E는 보의 탄성계수, I는 보 단면의 2차 모멘트, m은 보의 단위 길이 당 질량, M은 이동 질량, a는 가속도를 나타낸다. 보의 처짐은 초기 정적처짐과 동적처짐의 합으로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$w(z,t) = w_s(z) + w_d(z,t) \quad (2)$$

Galerkin의 모드 합 방법을 이용하면 보의 변위 $w(\xi,t)$는 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$w_s(\xi) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i\phi_i(\xi) \quad (3)$$

$$w_d(\xi,t) = \sum_{i=1}^{\infty} q_i(t)\phi_i(\xi) \quad (4)$$

$$w(\xi,t) = \sum_{i=1}^{\infty}[A_i+q_i(t)]\phi_i(\xi) \quad (5)$$

여기서, ξ는 $\xi=z/l$의 무차원 변수이다. 형상함수 $\phi_i(\xi)$는 Comparison function으로 다음과 같다

$$\phi_i(\xi) = C_1\sin\beta_i\xi+C_2\cos\beta_i\xi+C_3\sinh\beta_i\xi$$
$$+C_4\cosh\beta_i\xi \quad (6)$$

식(1)에 식(5)의 해를 대입하고 형상함수 $\phi_n(\xi)$를 내적하여 정리하면 다음과 같다.

$$\ddot{q}_n(t)+\frac{EI}{m}\left(\frac{n\pi}{l}\right)^4 q_n(t) = \frac{2gM}{ml}\sin n\pi v^* t$$
$$-\frac{2M}{ml}\sum_{i=1}^{\infty}[\{\ddot{q}_i(t)-(i\pi v^*)^2 q_i(t)\}\sin i\pi v^* t$$
$$+\{2i\pi v^*\dot{q}_i(t)+i\pi a^* q_i(t)\}\cos i\pi v^* t]\sin n\pi v^* t$$
$$+\frac{4M}{ml}\frac{mgl^4}{EI\pi^5}\left[(\pi v^*)^2\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1-(-1)^i}{i^3}\sin i\pi v^* t\right.$$
$$\left.-\pi a^*\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1-(-1)^i}{i^4}\cos i\pi v^* t\right]\sin n\pi v^* t \quad (7)$$

여기서, 무차원 변수 및 매개변수는

$$\gamma = \frac{M}{ml},\ \delta = \frac{4mgl^4}{EI\pi^5},\ \tau = \frac{\omega_1}{\pi}t$$
$$v_o = \frac{v}{v_{cr}} = \frac{\pi v^*}{\omega_1},\ a_o = \frac{\pi^2 a^*}{\omega_1^2},\ \varphi_n = \frac{q_n}{\delta} \quad (8)$$

으로 정의된다. 식 (7)을 행렬형태의 식으로 나타내면

$$[M(\tau)]\{\ddot{\varphi}(\tau)\}+[C(\tau)]\{\dot{\varphi}(\tau)\}+[K(\tau)]\{\varphi(\tau)\}=\{f(\tau)\} \quad (9)$$

가 되며 각 행렬 요소는 다음과 같다.

$$m_{ij}(\tau) = \delta_{ij}+2\gamma\sin(i\pi v_o\tau)\sin(j\pi v_o\tau) \quad (10)$$
$$c_{ij}(\tau) = 4\gamma(i\pi v_o)\sin(i\pi v_o\tau)\cos(j\pi v_o\tau) \quad (11)$$
$$k_{ij}(\tau) = n^4\pi^2\delta_{ij}-2\mu(i\pi v_o)^2\sin(i\pi v_o\tau)\sin(j\pi v_o\tau)$$
$$+2\mu(i\pi a_o)\sin(i\pi v_o\tau)\cos(j\pi v_o\tau) \quad (12)$$
$$f_i(\tau) = \gamma\pi^2\left[\frac{\pi}{2}+v_o^2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1-(-1)^n}{n^3}\sin(n\pi v_o\tau)\right.$$
$$\left.-a_o\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1-(-1)^n}{n^4}\cos(n\pi v_o\tau)\right]\sin(i\pi v_o\tau) \quad (13)$$

2.2 퍼지제어기 설계

본 연구에 적용한 기본적인 퍼지제어기의 구성은 Fig. 2에 나타낸 바와 같다. 레이져 변위 센서를 이용하여 측정한 계의 출력(빔의 진동)은 퍼지화 과정을 거쳐 퍼지 집합원소로 변환된다.

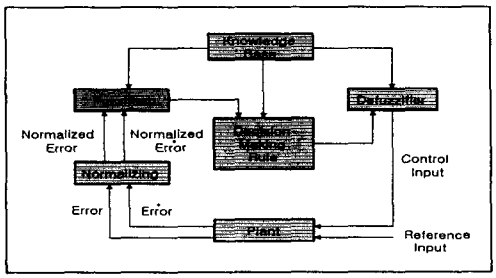


Fig. 2 Flow-chart of fuzzy diagram

결정 규칙(decision making rule)은 제어기 설계자가 제어 대상 계의 동특성을 파악하여 적절히 설계한 제어 규칙으로서, 계에 대한 측정값을 이용하여 퍼지화된 출력을 계산하고 이를 역퍼지화(defuzzification)과정을 통해 제어 대상계의 제어 입력을 구한다. 이러한 설계방식에 의한 퍼지 제어 이론은 계의 특징이나 경향 또는 어느 정도 예측 가능한 계의

성향을 알고는 있지만, 본 연구 대상의 계와 같이 제어를 위한 수학적 모델링이 매우 어렵고 복잡하여 제어기의 설계가 곤란한 경우에 제어기를 쉽게 설계 할 수 있다는 특징이 있다.

정규화 과정을 거친 계의 출력 값을 퍼지 집합(fuzzy set)의 구성을 통하여 퍼지화 한다. 퍼지 집합의 구성은 이미 많은 연구가 되어 있고, 그 방법 또한 매우 다양하나, 본 논문에서는 -1에서 1사이의 구간을 7등분하고 계산상 편리함을 갖는 삼각형 함수를 맴버쉽 함수로 갖는 퍼지 집합을 Fig. 3과 같이 구성하여 사용하였다.

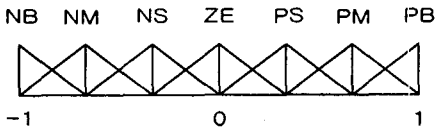


Fig. 3 Fuzzy set with triangular membership function

본 연구에서는 전형적인 2차계의 계단입력에 대한 시간응답을 논리적 기초로 하여, 7개의 원소로 구성된 퍼지 집합의 모든 경우에 대한 퍼지 규칙(fuzzy rule)을 Table 1과 같이 구성하였다.

Table 1. Fuzzy rule map with 7 elements

$\dot{\mu}_e$ \ μ_e	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
NB	PB	PB	PM	PM	PS	PS	ZE
NM	PB	PM	PM	PS	PS	ZE	NS
NS	PM	PM	PS	PS	ZE	NS	NS
ZE	PM	PS	PS	ZE	NS	NS	NM
PS	PS	PS	ZE	NS	NS	NM	NM
PM	PS	ZE	NS	NS	NM	NM	NB
PB	ZE	NS	NS	NM	NM	NB	NB

여기서 정규화된 진동변위 오차 e 와 정규화된 진동변위의 시간변화율 $\dot{e}$ 는, 진동변위와 진동속도 y, $\dot{y}$ 및 진동변위와 진동속도의 제어목표값 y_d , $\dot{y_d}$ 에 의해

$$e = \frac{Error}{|Error|_{\max}} = \frac{y - y_d}{|y - y_d|_{\max}} \tag{14}$$

$$\dot{e} = \frac{d(Error)/dt}{|d(Error)/dt|_{\max}} \tag{15}$$

로 정의된다. 퍼지화 과정을 통하여 얻어진 정규화 된 오차와 오차의 시간 변화율로부터 퍼지 규칙을 바탕으로 퍼지화된 제어입력을 구하고 역퍼지와 과정을 거쳐 실제 제어입력을 구하게 되는 데, 본 논문에서는 역퍼지화 과정으로서 최소-최대 도심법(min-max centroid method)을 사용하여 정규화된 제어입력을 구하였다.

3. 이동질량에 의한 동적응답 수치해석결과

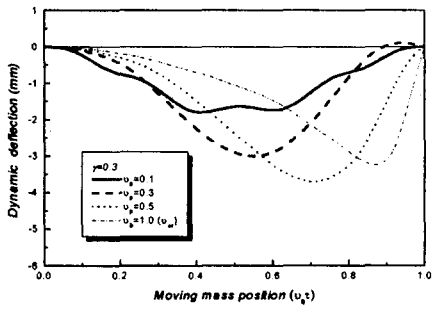


Fig. 4 Dynamic deflection at the position of moving mass($v_0\tau$) for $\gamma = 0.3$

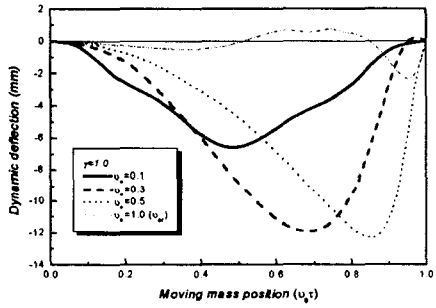


Fig. 5 Dynamic deflection at the position of moving mass($v_0\tau$) for $\gamma = 1.0$

Fig. 4부터 Fig. 5는 이동 질량과 보의 질량비 γ가 $\gamma =$ 0.3, 1.0의 각각의 경우에 대해, 이동 질량의 무차원화 된 속도비 v_0가 $v_0 = 0.1$, 0.3, 0.5, 1.0일 때에 대한 무차원화 된 이동 질량 위치 $v_o\tau$ 에서의 동적 응답을 보여주고 있다. γ의 각각의 경우에 대해 이동질량의 속도가 증가할수록 최대 처짐을 유발하는 이동 질량의 위치는 이동질량의 종착단(우측단)으로 점점 접근됨을 알 수 있다.

Fig. 6부터 Fig. 7까지는 이동 질량의 속도 v_0가 v_0 =0.5, 1.0 일때 이동 질량의 질량비 γ의 변화에 따른 무차원화 된 이동 질량 위치에서의 동적 처짐값을 보여준다. 각각의 이동질량의 속도비에 있어, 질량비 γ가 증가함에 따라 최대 처짐을 유발하는 이동 질량의 위치는 우측단으로 이동

됨을 알 수 있다.

Fig. 7의 v_0=1.0의 임계 속도에서 Fig. 6과 다른 점은 질량비 γ의 증가가 반드시 최대 동적 처짐을 유발하지는 않는다는 것이다.

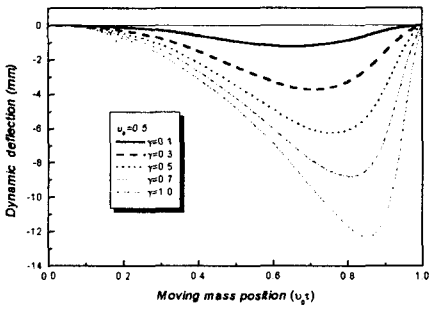


Fig. 6 Dynamic deflection at the position of moving mass($v_0 t$) for v_0 =0.5

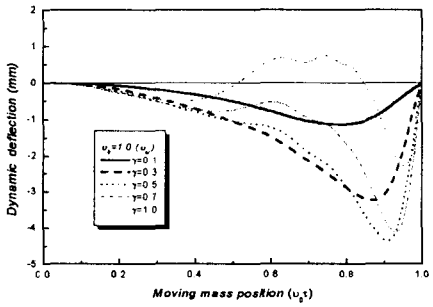


Fig. 7 Dynamic deflection at the position of moving mass($v_0 t$) for v_0 =1.0

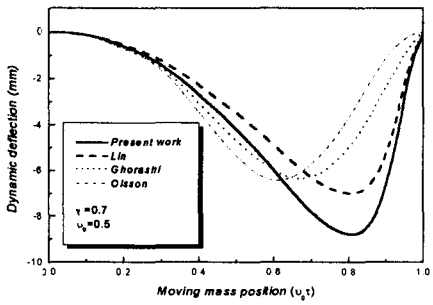
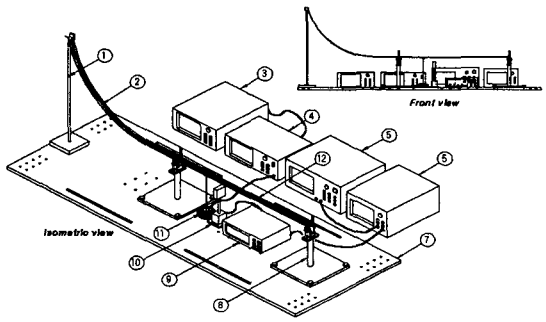


Fig. 8 Comparison present results with other previous results for dynamic deflections (v_0 =0.5)

Fig. 8은 이동질량의 모든 효과를 고려하지 않은 이전의 연구결과들[3,4,5]과 본 논문의 동적처짐 값을 비교한 그림이다. 보위를 주행하는 이동 질량으로 인한 동적 처짐의 결과를 산출하는데 있어서는 본 논문과 같이 이동 질량의 모든 효과를 고려함이 타당할 것으로 판단되며, 이는 본 논문 4장의 실험 결과와의 비교에서 명확하게 알 수 있다.

4. 실험장치 및 실험

4.1 실험장치 및 실험



①Guide beam support pole ②Guide beam
③Power supply ④Amplifier
⑤FFT analyzer ⑥Digital oscilloscope
⑦Base ⑧Simply-supports
⑨Laser displacement meter ⑩Laser sensor
⑪Actuator ⑫Test beam

Fig. 9 Experimental set up

Table 2. Details of the test beam

Material	Aluminum 6061
Modulus of Elasticity(Gpa)	7.07e+10
Density(kg/m^3)	2700
Mass(g)	283.0
Length (mm)	1000.0
Width (mm)	32.0
Thickness (mm)	4.0
Groove width (mm)	10.0
Groove depth (mm)	2.0

균일한 단면을 갖고 양단 단순 지지되어 있는 보위를 주행하는 이동 질량에 의한 보의 동적처짐 및 진동을 제어하기 위하여 Fig. 9와 같은 실험 장치를 구성하였다.

이동 질량의 주행으로 인한 시험보의 동적 응답 계측을 위해 비접촉 레이져 변위 센서를 사용하여 이동질량의 진입단에서 0.385 m 되는 위치에서 측정하였다. 한편, 이동 질량으로 인한 시험 보의 동적 처짐과 진동을 억제시키기 위해

voice coil motor를 사용하여 제어 입력을 가할 수 있도록 하였다. 실험은 크게 이동 질량에 의한 동적 응답 실험과 이동 질량으로 인한 보 진동의 제어 실험으로 나누어 행하였다. 시험보의 제원은 Table 2에 나타난 바와 같다.

4.2 실험결과 및 검토

(1) 동적 응답에 관한 실험결과 및 검토

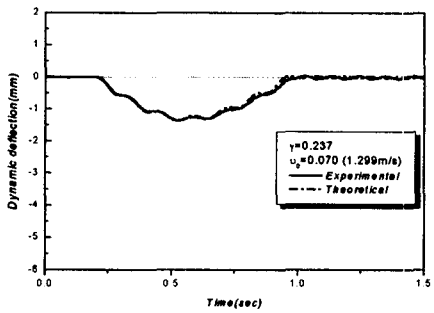


Fig. 10 Comparison theoretical results with experimental ones for beam deflections (γ =0.237 and v_0 =0.070)

이동 질량에 의한 단순 지지보의 동적 응답에 관한 실험결과와 수치 시뮬레이션을 통한 수치 해석 결과의 비교는 Fig. 10에 나타나 있다. 수치 해석 시뮬레이션 결과와 실험결과에 있어, 동적 응답 크기와 응답 곡선의 형태까지도 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

(2) 보 진동의 제어 실험 결과

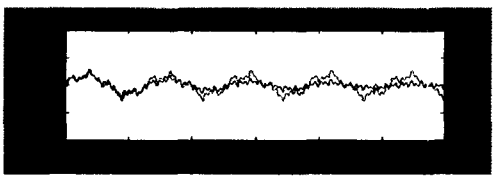


Fig. 11 Response of uncontrolled and controlled beam for arbitrary disturbances (actuator position = l/10)

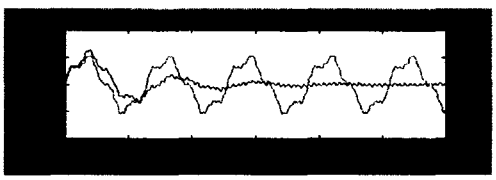


Fig. 12 Response of uncontrolled and controlled beam for arbitrary disturbances (actuator position = 3 l/10)

먼저, 제어 입력의 구동부 위치가 어떤 위치에서 가장 최적인가를 알기 위해, Matlab 시뮬레이션을 행하였으며, 그 결과를 Fig. 11과 Fig. 12에 나타내었다.

l/10부터 l 까지의 제어기 위치변화에 따른 시뮬레이션 결과들을 모두 수록하지는 않았지만, 보 길이의 3/10 정도의 위치에 작동기를 위치시켜 제어하는 것이 계에 대해 비교적 효과적인 제어 결과를 나타냄을 알 수 있다.

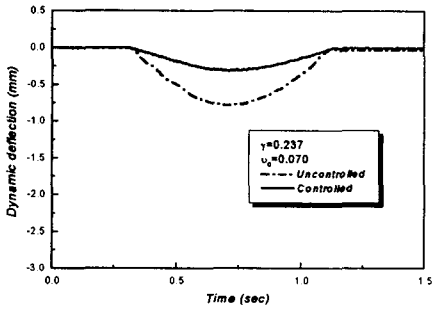


Fig. 13 Dynamic deflections of uncontrolled and controlled beam for γ =0.237 and v_0 =0.070

제어되지 않은 상태와 제어된 상태의 실험 결과를 Fig. 13에 나타내었다.

동일 질량비 γ와 동일 속도비 v_0에서는 4.2절의 (1)항 동적응답 실험결과와 4.2절의 (2)항 제어되지 않은 실험결과가 동일한 처짐 곡선을 나타내어야 되지만, 그렇지 못한 것은 제어 구동부와 시험보 사이를 연결하고 있는 가는 막대의 강성과 감쇠효과 때문에 실제로 제어되지 않은 상태의 대상 계가 단순히 이동질량만이 보위를 지나는 계와 상이한 동특성을 갖기 때문이다.

본 논문에서는 제어 구동부가 부착된 계에 대한 동적 응답의 실험 값으로부터 제어 입력을 가해 줌으로써, 제어 효과만에 초점을 둔 것이다. 전반적으로 볼 때, 제어되지 않은 상태의 동적 처짐에 비하여, 제어를 행함으로써 약 50% 이상의 제어 효과가 있음을 확인하였으며, 이동 질량이 보위를 떠난 후의 잔류 진동의 제어 효과도 제어되지 않은 경우에 비해 효과가 있었음을 알 수 있었다.

4. 결론

등속도로 주행하는 이동 질량에 의한 단순 지지보의 동적 응답과 보 진동의 퍼지 제어를 통한 연구 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 이동 질량으로 인한 보의 동적 처짐 값을 예측하는데 있어서, 본 논문에서 고려한 이동 질량에 의한 원심력 성

분, 코리올리 가속도에 의한 힘 성분, 이동 질량 기울기에 의한 관성력의 횡 방향 성분, 이동 질량에 의한 보의 횡 방향 관성력 성분, 보의 초기 정적 처짐 성분들을 모두 고려하는 것이 타당하다.

둘째, 임계 속도 이하의 고정된 이동 질량의 속도비 v_0에서 이동 질량 질량비 γ가 증가됨에 따라, 또한, 고정된 이동 질량 질량비 γ에서 이동 질량의 속도가 증가됨에 따라 최대 동적 처짐을 유발하는 이동 질량의 위치는 보의 우측단으로 이동된다.

세째, 이동 질량으로 인한 보의 동적 처짐에 대한 실험값과 수치 시뮬레이션 값이 잘 일치하였다.

네째, 퍼지 제어를 통해 이동 질량으로 인한 보의 동적 처짐과 잔류 진동을 약 50% 이상 억제시킬 수 있었다.

참 고 문 헌

(1) Strokes, G. G., 1948, "Discussion of a Differentioal Equation Telation to the Breaking of Rail Way", Transaction of the Cambridge Philosophical Society, Vol.85, pp.707~735.

(2) Yoshida, D. M. and Weaver, W., 1971, "Finite Element Analysis of Beams and Plates with Moving Loads," Publication of International Association for Bridge and Structural Engineering, Vol. 31, No. 1, pp. 179~195.

(3) Olsson, M., 1991, "On the Fundamental Moving Load Problem," Journal of Sound and Vibration, Vol. 145, No. 2, pp. 299~307.

(4) Esmailzadeh, E. and Ghorashi, M., 1992, "Vibration Analysis of Beams Traversed by Moving Masses," Proceedings of the International Conference on Engineering Application of Mechanics, Tehran, Iran, Vol. 2, pp. 232~238.

(5) Lin, Y. H., 1997, "Comments on Vibration Analysis of Beams Traversed by Uniform Partially Distributed Moving Masses," Journal of Sound and Vibration, Vol. 199, No. 4, pp. 697~700.

(6) 김민수, 채수영, 이기수, 홍동표, 1998, "이동 질량 하중을 받는 유연한 구조물의 동특성 해석", 대한기계학회논문집(A), pp.781~786.

(7) Abdel-Rohman, M. and Leipholz, H. H. E. 1980, "Automatic Active Control of Structures, "North-Holland Publishing Co. & Sm Publications.

(8) 유정규, 박근영, 김승조, 1997, "분포형 압전필름 감지기와 압전세라믹 작동기를 이용한 보의 진동 제어", 한국소음진동공학회지 제 7권 제 6호, pp.967~974.

(9) Bailey, T. and Hubbard Jr., J. E., "Distributed Piezoelectric-Polymer Active Vibration Control of a Cantilever Beam", J.Guidance, Vol.8, pp.605~611.