

# 인장 케이블의 장력 추정기법에 관한 연구

## Estimation of Tension Forces of Stay Cables

°김남식\* · 정운\*\* · 서주원\*\*

Nam-sik Kim, Woon Jeong, Ju-won Seo

**Key Words :** Stay Cable(사장교 케이블), Tension Force(장력), Vibration Method(진동법), Measured Frequency(측정 고유진동수), 휨강성(Flexural Rigidity), 케이블 새그효과(Cable Sag Effect)

### ABSTRACT

In a recent construction industry, cable supported structures such as a cable-stayed bridge or space stadium have been increasingly constructed. Generally the stay cables as a critical member should be adjusted to be satisfied with the design tension forces. In this purpose, a vibration method has been applied to estimate the tension forces exerted to the existing stay cables. In this study, cable vibration tests were carried out to estimate the cable tension forces comparing with theoretical and practical formulas. From the measured frequencies obtained from free vibration and impulsive tests, the accuracy of the estimated tension forces is confirmed according to use only the first single mode or higher multiple modes.

### 1. 서론

근래에 들어와 건설산업분야에서는 케이블 소재 및 정착 장치(anchorage device)의 발전으로 케이블 지지구조물(cable supported structure)의 수요가 증가하고 있다. 특히, 사장교(cable-stayed bridge), 현수교(suspension bridge), 공간구조(space structure) 등의 케이블 지지구조물에서는 케이블의 장력도입과 장력조정이 매우 큰 중요성을 갖는다. 케이블이 이미 설치된 구조물에서 도입된 장력의 정확한 추정은 전체 구조물의 안정성을 검증하는 차원에서 큰 의미를 갖는다.

일반적으로 케이블의 순차적인 장력 도입과정에서 유압 잭(hydraulic jack)에 연결된 압력게이지(pressure gage)를 통한 장력계측은 정확성에 문제가 크며, 또한 순차적인 장력도입으로 인하여 실제로 케이블의 장력은 완성상태에서 변화한다. 따라서 케이블 지지구조물의 완성상태에서 장력의 정확한 추정은 간접적인 방법에 의해서 평가하고 있는 실정이다.

케이블의 간접적인 장력추정 방법으로서 진동법(vibration method)이 적용되고 있다. 이것은 케이블의 진동신호로부터 고유진동수를 측정하여 장력을 추정하는 기법이다. 그러나 실제 케이블의 길이나 질량이 매우 큰 경우가 대부분이기 때문에, 현장에서 원하는 진동모드를 얻기 위한 가진(excitation)이 용이하지 않다. 따라서 현장에서 측정한 케이블의 제한된 진동모드로부터 장력을 추정하는 방법에 대한 검증이 필요하다.

가장 간편한 경우로서 현(string)의 운동방정식[1]을 이용하여 장력을 추정하는 방법이 있다. 이 방법은 케이블의 단일모드(single mode)의 고유진동수를 측정함으로써 장력추정

이 가능하나, 케이블의 휨강성(flexural rigidity)이 고려되지 않아 저차 진동모드를 적용할 경우 오차가 크다.

다중진동모드(multiple modes)를 이용한 진동법(vibration method)[2]은 케이블의 휨강성과 새그효과(sag effect)에 의한 영향을 고려하여 장력을 추정할 수 있는 방법으로서, 현재 가장 보편적으로 사용되고 있다. 이 방법은 가능한 많은 진동모드를 현장에서 측정하여 적용할 경우, 케이블이 가지고 있는 비선형특성을 제거할 수 있다. 또 다른 장력추정 방법으로는 케이블의 1차 진동모드를 이용한 단일모드 진동법[3]이다. 이 방법에서는 케이블의 휨강성의 영향을 고려한 무차원 변수(non-dimensional parameter)를 기준으로 실용적인 장력추정 공식을 제안하고 있다.

본 연구에서는 케이블의 장력을 간접적으로 추정하기 위하여 제시된 상기의 이론적인 방법들에 대한 검증을 위하여 케이블모형실험을 수행하였다. 케이블 진동실험 결과로부터 각 방법들에 대한 신뢰성과 적용성에 대하여 고찰하였다.

### 2. 케이블 장력 추정기법

#### 2.1 현의 공식을 이용한 장력 추정

케이블 휨강성(EI)과 새그효과를 무시할 수 있는 경우, 현의 운동방정식(equation of motion of a string)[1]으로부터 다음과 같은 식 (1)을 적용하여 케이블의 장력을 추정할 수 있다.

$$\left(\frac{f_n}{n}\right)^2 = \frac{T \cdot g}{4WL^2} \quad (1)$$

여기서 T는 케이블의 장력, f<sub>n</sub>은 측정된 n차 고유진동수,

\* 현대건설기술연구소

E-mail : nskim@hdec.co.kr

Tel : (031) 280-7060, Fax : (031) 280-7061

\*\* 현대건설기술연구소

$W$  는 케이블의 단위중량,  $g$  는 중력가속도, 그리고  $L$  은 케이블의 길이를 나타낸다.

식 (1)과 같이 케이블이 현의 거동( $f_n = n f_1$ )을 한다면, 모든 진동모드에 대해서 동일한 크기의 장력이 얻어진다. 그러나 실제 케이블은 휨강성과 새그효과에 의한 영향이 포함되어 있기 때문에 모든 진동모드에 대해서 선형적인 관계를 갖지는 않는다.

## 2.2 다중진동모드를 이용한 장력 추정

식 (1)을 기준으로 케이블의 휨강성을 고려하여 장력을 추정하는 방법[2]은 다음의 식 (2)와 같이 휨강성을 고려한 항이 추가된다. 이 방법은 케이블의 다중진동모드를 이용하는 방법으로써, 측정된 고유진동수와 모드차수(order of mode)와의 상관관계를 분석함으로써 케이블의 장력과 이에 대응하는 등가정적 휨강성(equivalent static flexural rigidity) ( $EI$ )<sub>eq</sub> 을 추정할 수 있다.

$$\left(\frac{f_n}{n}\right)^2 = \frac{T \cdot g}{4WL^2} + \frac{(EI)_{eq} \pi^2 g}{4WL^4} \cdot n^2 = b + a \cdot n^2 \quad (2)$$

$$T = \frac{4WL^2}{g} \cdot b \quad (3)$$

$$(EI)_{eq} = \frac{4WL^4}{\pi^2 g} \cdot a \quad (4)$$

이 방법에서는 케이블 새그효과와 영향이 큰 1 차 진동모드를 배제하며 나머지 고차 진동모드(higher mode)를 이용함으로써, 평균적인 개념의 케이블 장력과 이에 대응하는 등가정적 휨강성을 얻을 수 있다. 여기서 얻어진 등가정적 휨강성은 특정한 진동모드 범위 내에서 얻어진 값으로서 표 (1)의 휨강성  $EI$  와 다른 값을 나타낸다.

## 2.3 단일진동모드를 이용한 장력 추정

일반적으로 케이블의 휨강성이 진동모드에 영향을 미치는 정도를 나타내는 무차원 변수  $\xi$  는  $\sqrt{T/EI} \cdot L$  로 정의된다[3]. 여기서 무차원 변수  $\xi$  가 증가할수록 휨강성의 영향은 감소하여 케이블이 현의 거동에 근접한다. 따라서 케이블에 도입된 장력과 케이블의 길이에 비해 상대적으로 휨강성이 작으며( $\xi = \sqrt{T/EI} \cdot L \geq 17$ ) 케이블의 새그효과를 무시할 만한 경우에, 식 (5)와 같이 1 차 진동모드만을 측정하여 케이블의 장력을 추정할 수 있다[3].

$$T = \frac{4W}{g} (f_1 L)^2 \left[ 1 - 2.20 \frac{C}{f_1} - 0.550 \left(\frac{C}{f_1}\right)^2 \right]; \quad (\xi \geq 17) \quad (5)$$

여기서  $f_1$  은 측정된 1 차 고유진동수,  $C$  는  $\sqrt{(EIg)/(WL^4)}$  을 나타낸다. 또한 상기 식 (5)의 적용범위는 케이블 새그

효과를 무시할 수 있는 조건을 가져야 하기 때문에 식 (6)과 같이 무차원 변수  $\Gamma$  가 3 이상인 경우에 적용이 가능하다 [3].

$$\Gamma = \sqrt{\frac{WL}{128EA\delta^3 \cos^5 \theta}} \cdot \left( \frac{0.31\xi + 0.5}{0.31\xi - 0.5} \right) \quad (6)$$

여기서  $EA$  는 케이블의 축방향 강성,  $\delta$  는 sag-to-span ratio,  $\theta$  는 케이블의 경사각을 의미한다.

## 3. 케이블 모형 진동실험

### 3.1 케이블 모형

진동실험 수행을 위한 케이블모형은 실제 사장교에 적용된 PVC 피복을 갖는 고장력 케이블로서, 실험모형의 설치된 모습은 그림 (1)과 같다. 케이블모형의 설치경사각은 8° degree 이며, 단면형상과 제원은 그림 (2) 및 표 (1)과 같다. 그림 (2)에서와 같이 케이블모형의 단면은 7 개의 wire 로 이루어진 strand 7 가닥으로 구성되어 있다.

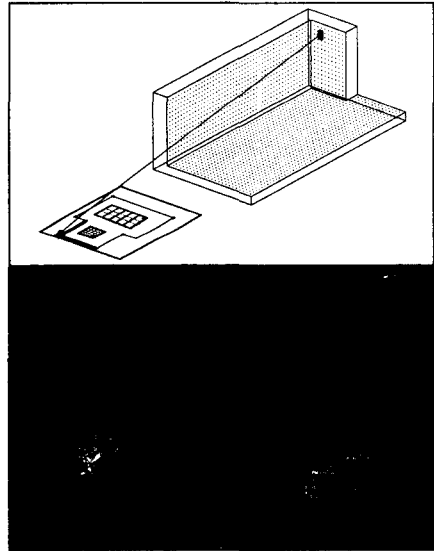


Fig. 1. View of cable installation

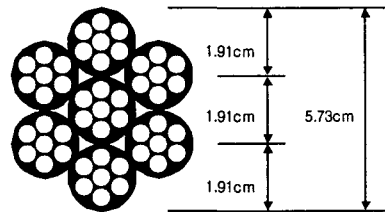


Fig. 2. Cross section of the cable model consisted of 7 strands

실제 케이블모형은 하부 지점에 설치된 유압잭에 의해서

표 (2)와 같이 4 단계로 나누어 도입장력(applied tension force)을 증가시켰다. 여기서 도입된 장력은 압력계이지로부터 측정된 값으로서 정확한 케이블 도입장력을 나타내지는 않는다.

Table 1. Cable properties

L (m)	W (kN/m)	E (kN/m <sup>2</sup> )	EA (kN)	EI (kN · m <sup>2</sup> )
45.388	0.08985	1.89 × 10 <sup>8</sup>	3.79 × 10 <sup>5</sup>	77.36

Table 2. Applied tension level and non-dimensional parameters

Tension Level	Measured Tension Inaccurately (kN)	$\xi$	$\Gamma$
I	300	88.6	88.3
II	400	102.2	135.3
III	500	114.3	192.9
IV	600	125.2	247.2

실험대상으로 적용된 케이블모형의 무차원 변수  $\xi$  와  $\Gamma$  를 도입장력의 크기에 따라 계산하면 표 (2)와 같다. 얻어진 무차원 변수로부터 케이블모형의 새그효과는 무시할 수 있으며, 휨강성에 의한 영향도 작다고 가정할 수 있다[3].

그림 (3)은 현재 케이블 지지구조물(사장교, 공간 스타디움 등)에 적용되고 있는 케이블의 다양한 길이에 따른 무차원 변수  $\xi$  를 정리한 것이다. 여기서 휨강성의 영향을 나타내는 무차원 변수  $\xi$  는 일반적으로 20~160 사이의 범위를 나타내고 있다. 따라서 본 연구에 사용된 케이블모형은 일반적인 케이블의 특성범위 내에 포함되어 있다.

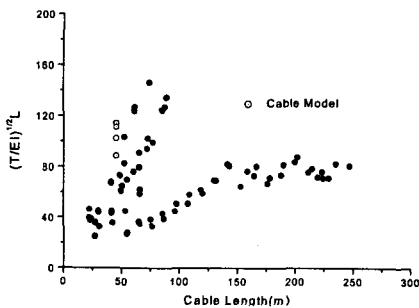


Fig. 3. Relationship between cable length and non-dimensional parameter ( $\xi = \sqrt{T/EI} \cdot L$ ) for the existing stay cables

### 3.2 자유진동 실험

케이블의 1 차 진동모드를 얻기 위한 자유진동실험(free vibration test)은 3L/8 지점에 가속도센서(accelerometer)를 부착하여 저차 진동모드의 가진을 수행하였다. 그림 (4)와 (5)는 각각 도입장력 level - I 에서의 가속도응답신호와 PSD function 을 나타내고 있다.

그림 (4)에 나타난 시간이력에 대한 가속도응답신호로부터 대수감쇠(logarithmic decrement)방법을 이용하여 케이블모

형의 1 차 진동모드에 대한 모드 감쇠비(modal damping ratio)를 구하면 0.12%로 얻어진다. 또한 일반적인 사장교 케이블의 감쇠비 산정을 위한 간략식[4]은 다음의 식 (7)로부터 계산할 수 있다.

$$\beta = 0.24 - 6 \times 10^{-4} \times L \quad (7)$$

여기서  $\beta$  는 케이블의 구조적인 감쇠비(%)를 나타내며, 케이블 길이의 단위는 meter 이다. 식 (7)로부터 계산된 케이블 모형의 구조감쇠비는 0.21%로써 케이블의 마찰감쇠(friction damping)를 포함하고 있다. 이것은 실제 자유진동실험으로부터 얻어진 1 차 진동모드 감쇠비의 약 2 배에 해당한다.

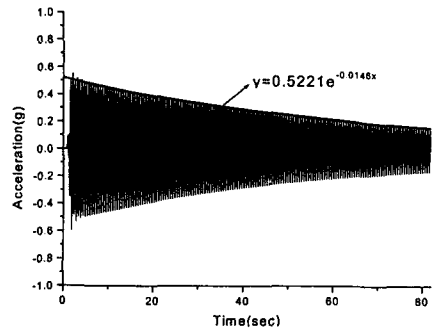


Fig. 4. Cable acceleration signal obtained from free vibration test(Applied tension level - I)

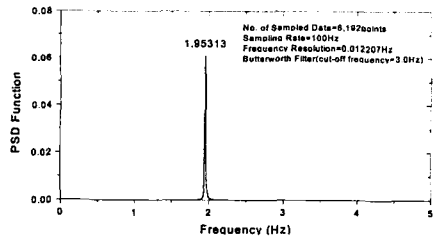


Fig. 5. PSD function of acceleration signal obtained from free vibration test(Applied tension level - I)

Table 3. Measured frequencies on 1<sup>st</sup> mode

Tension Level	Measured Frequencies (Hz)
I	1.95
II	2.25
III	2.51
IV	2.77

도입장력 level 에 따라 자유진동실험으로부터 얻어진 1 차 진동모드에 해당하는 각각의 측정 고유진동수는 표 (3)과 같다. 일반적으로 실제 케이블에서 1 차 진동모드에 대한 자유진동신호를 얻기는 용이하지 않지만 비교적 정확히 측정할 수 있다면, 케이블의 장력을 간편하게 추정할 수 있다. 그러나 1 차 진동모드는 케이블의 새그효과에 의한 영

향이 가장 민감하게 나타나기 때문에, 무차원 변수  $r$ 가 작은 경우 실제 도입장력을 과소평가할 가능성이 매우 높다.

### 3.3 충격하중 실험

다중진동모드를 이용한 케이블 장력추정을 위하여 자유진동실험과 동일한 조건에서 충격하중실험(impulsive test)을 수행하였다. 여기서 충격하중실험의 응답결과는 실제 케이블의 상시진동(ambient vibration)에 의한 계측결과와 상응하는 것으로 간주할 수 있다. 그러나 현장에서 측정된 일반적인 케이블의 상시진동신호를 살펴보면, 원하는 진동모드 범위를 만족하지 않는 경우가 있으며 측정된 진동모드의 차수를 명확하게 정의하기 어려운 경우가 있다. 또한 현장여건의 제약으로 인하여 가속도센서가 지점부근에 설치되는 경우가 일반적이기 때문에, 휨강성의 영향이 큰 고차 진동모드가 얻어지는 경우가 있다.

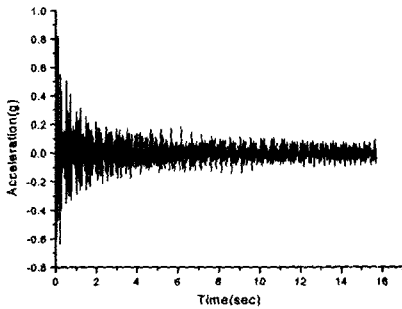


Fig. 6. Cable acceleration signal obtained from impulsive test (Applied tension level - I)

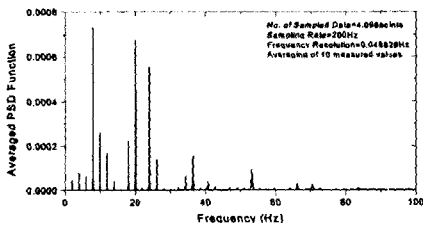


Fig. 7. Averaged PSD function of acceleration signal obtained from impulsive test (Applied tension level - I)

그림 (6)은 도입장력 level - I에서 충격하중실험으로부터 얻어진 가속도응답신호를 나타내며, 그림 (7)-(10)은 각각의 도입장력 level에 따라 얻어진 가속도응답신호의 averaged PSD function이다.

그림 (7)-(10)에 나타난 결과를 보면, 비교적 고차 진동모드에서 peak이 두드러진다. 이것은 설치된 가속도센서의 위치(3L/8)와 관계가 있는 것이며, 특히 8 번째 진동모드의 특성은 나타나지 않고 있다. 따라서 케이블모형의 장력추정을 위하여 다중진동모드로써 사용되는 측정 고유진동수는 2 번째 진동모드에서 7 번째 진동모드까지 사용하였다.

표 (4)는 충격하중실험으로부터 얻어진 7 번째 진동모드

까지의 측정 고유진동수를 도입장력 level에 따라 정리한 것이다. 여기서 첫번째 진동모드에 해당하는 고유진동수는 자유진동실험의 결과와 약간의 차이를 보이고 있는데, 이것은 계측조건에서 나타난 주파수 해상도(frequency resolution)의 차이로서 자유진동실험으로부터 얻어진 고유진동수의 신뢰성이 더 높은 것으로 간주할 수 있다.

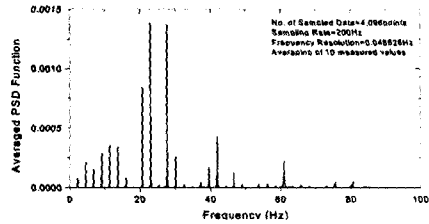


Fig. 8. Averaged PSD function of acceleration signal obtained from impulsive test (Applied tension level - II)

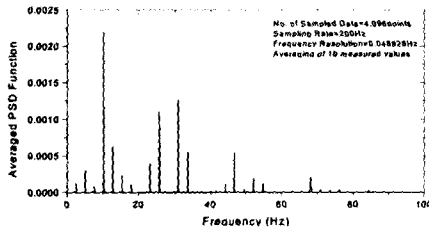


Fig. 9. Averaged PSD function of acceleration signal obtained from impulsive test (Applied tension level - III)

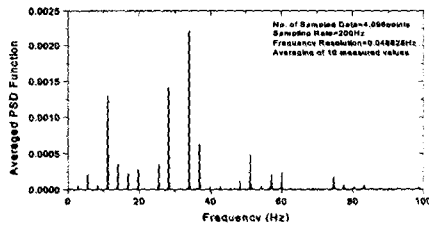


Fig. 10. Averaged PSD function of acceleration signal obtained from impulsive test (Applied tension level - IV)

Table 4. Measured frequencies on multiple modes

Order of Mode	Measured Frequencies (Hz)			
	T.L.-I	T.L.-II	T.L.-III	T.L.-IV
1 <sup>st</sup>	1.95	2.29	2.54	2.78
2 <sup>nd</sup>	3.96	4.54	5.08	5.57
3 <sup>rd</sup>	5.91	6.84	7.67	8.40
4 <sup>th</sup>	7.91	9.13	10.21	11.23
5 <sup>th</sup>	9.91	11.43	12.79	14.06
6 <sup>th</sup>	11.91	13.72	15.38	16.89
7 <sup>th</sup>	13.96	16.06	17.97	19.73

그림 (11)은 각 도입장력 level에 따른 진동모드의 차수

와 측정된 고유진동수와의 상관관계를 나타내고 있다. 7번째 진동모드 범위 내에서 측정된 고유진동수는 첫번째 진동모드를 기준으로 normalized 된 값으로 표현하였다.

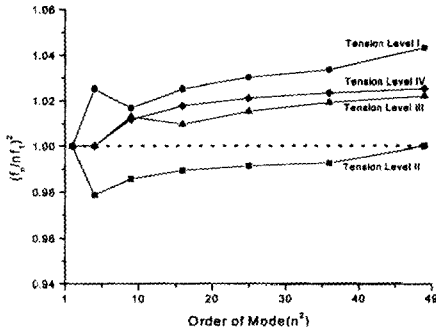


Fig. 11. Normalized frequencies  $(f_n / n f_1)^2$  versus  $n^2$

만일 케이블이 완전한 현의 거동을 보인다면, 그림 (11)의 결과는 기울기가 zero이며 1.0 값에 수렴한다. 그러나 실제 케이블의 거동은 부분적으로 휨강성이 나타나기 때문에 그림 (11)과 같이 기울기가 있는 결과가 얻어진다. 따라서 선형관계로 나타나는 고차 진동모드 범위에서 케이블의 장력과 등가정적 휨강성을 추정할 수 있다. 그러나 저차 진동모드에서는 새그효과에 의한 비선형 특성이 발생하기 때문에 왜곡된 장력추정 결과를 얻을 수 있다.

#### 4. 케이블 장력추정 결과 분석

앞서 수행된 케이블의 자유진동실험과 충격하중실험 결과로부터 얻어진 측정된 고유진동수를 기준으로 케이블모형의 장력추정 결과를 분석하였다.

Table 5. Estimated tension forces by Eq. 1.

Order of Mode	Tension Forces (kN)			
	T.L-I	T.L-II	T.L-III	T.L-IV
1 <sup>st</sup>	287.93	380.78	477.28	579.55
2 <sup>nd</sup>	295.17	389.11	486.60	584.67
3 <sup>rd</sup>	292.74	391.90	492.85	591.53
4 <sup>th</sup>	295.17	393.30	491.28	594.97
5 <sup>th</sup>	296.63	394.14	494.11	597.04
6 <sup>th</sup>	297.60	394.70	496.00	598.43
7 <sup>th</sup>	300.40	397.52	497.35	599.41
Averaged	295.09	391.64	490.78	592.23

표 (5)는 케이블 진동실험에서 얻어진 7개의 진동모드를 식 (1)에 적용하여 얻어진 장력값을 나타내고 있다. 케이블이 현의 거동을 한다고 가정한 장력추정 결과에서 알 수 있듯이, 1차 진동모드로부터 추정된 장력은 새그효과로 인하여 비교적 큰 오차를 포함하고 있다. 그러나 나머지 진동모드로부터 추정된 장력은 고차 진동모드로 갈수록 거의

선형적으로 증가하는 경향을 보이고 있다. 이것은 케이블의 휨강성이 고려되지 않았기 때문에 고차 진동모드로 갈수록 추정장력이 증가하는 것으로 판단된다.

표 (6)은 앞서 언급한 식(2)와 식(5)를 기준으로, 각각 다중진동모드와 단일진동모드를 이용하여 추정한 케이블 장력값을 정리한 것이다. 표 (6)에서 얻어진 각각의 추정장력값은 케이블의 휨강성이 고려되어 있다.

다중진동모드에 의해 추정된 장력값은 1차 진동모드를 제외하고 2차 진동모드에서 7차 진동모드까지의 측정된 고유진동수를 사용하여 얻어진 값으로서, 실제 케이블모형의 도입장력에 가장 근접하는 값으로 간주할 수 있다. 결국 케이블 새그효과를 배제하기 위하여 1차 진동모드를 제외하였으며, 나머지 진동모드에 대한 평균적인 개념의 추정장력과 등가정적 휨강성이 얻어진다. 여기서 얻어진 등가정적 휨강성은 도입장력에 비례하여 증가하지만, 앞에서 계산된 휨강성보다는 작은 값을 보이고 있다.

케이블의 휨강성을 고려하여 단일진동모드를 이용한 장력추정 결과는 표 (6)에 나타나 있다. 여기서 사용된 1차 고유진동수는 자유진동실험으로부터 비교적 정확하게 측정된 값이지만, 다중진동모드를 사용한 결과와 비교하면 상당히 작은 장력값을 보이고 있다. 결과적으로 1차 진동모드를 이용하여 케이블의 장력을 추정할 경우에 발생하는 오차는 휨강성의 영향보다는 새그효과로 인한 영향이 크게 나타난다.

Table 6. Estimated tension forces by Eqs. 2 & 5.

Tension Level	I	II	III	IV
Estimated by Eq. 2, using multiple modes				
Forces (kN)	293.08	389.79	488.43	587.82
$(EI)_{eq}$ ( $kN \cdot m^2$ )	28.36	33.08	40.96	58.29
Estimated by Eq. 5, using single mode				
Forces (kN)	273.24	363.91	458.41	558.76
$\xi = \sqrt{T/EI} \cdot L$	85.30	98.44	110.49	121.98

그림 (12)는 앞서 각 방법에 의해서 얻어진 추정된 장력값을 다중진동모드를 이용한 결과를 기준으로 그 차이를 나타내고 있다.

그림 (12)에서 알 수 있듯이 케이블의 휨강성을 고려하지 않은 경우의 추정 장력값은, 1차 진동모드를 이용할 경우 새그효과에 의해서 실제 케이블의 도입장력보다 작은 값으로 추정된다. 또한 고차 진동모드를 이용한 경우에는 케이블의 휨강성이 고려되지 않아 실제보다 큰 장력값을 추정하게 된다. 그러나 2차 혹은 3차 진동모드를 이용해서 추정된 장력은 휨강성이 고려된 다중진동모드를 이용한 결과와 매우 근사한 값을 갖는다. 따라서 고차 진동모드로 갈수록 케이블 휨강성의 영향이 증가하는 경향을 보이고 있다.

케이블의 휨강성을 고려하여 1차 진동모드를 이용한 추정 장력값은 다중진동모드를 이용한 결과와 비교할 때 상당히 큰 오차를 보이고 있다. 특히 도입장력이 작아질수록 오차가 증가하는 경향으로부터 미루어, 단일진동모드를 이

용한 장력추정방법의 신뢰성은 무차원 변수  $\xi$ 의 영향을 크게 받는 것으로 판단된다. 결과적으로 케이블의 1차 진동모드를 사용할 경우는 휨강성의 영향과 무관하게 새그효과에 의해서 왜곡된 장력추정 결과를 얻을 수 있다.

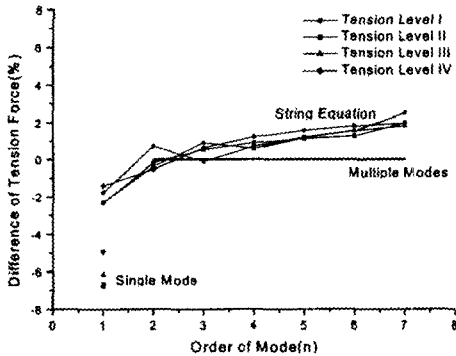


Fig. 12. Comparison of estimated cable tension forces

## 5. 결론

본 연구에서는 케이블의 장력을 간접적으로 추정하기 위하여 기존의 진동법에 대한 실험적인 검증이 수행하였다.

케이블의 장력추정을 위하여 1차 진동모드를 이용할 경우, 케이블 새그효과에 의해서 실제 케이블의 도입장력을 과소평가할 가능성이 있다. 특히, 도입장력이 상대적으로 작을수록 장력추정 결과의 신뢰도는 작아진다.

케이블의 휨강성을 고려하지 않은 장력추정 결과는 고차진동모드를 이용할 경우 실제 케이블의 도입장력을 과대평가할 수 있다. 결국 고차진동모드로 갈수록 케이블의 휨강성 영향은 증가하는 경향을 보인다.

## 참고문헌

- (1) Humar, J. L., 1990, Dynamics of Structures, Prentice-Hall, Inc., NJ.
- (2) 島田忠幸, 1996, “橋梁ケーブルの張力測定と維持管理に関する研究”, 神戸大學, PhD Thesis.
- (3) Zui, H., Shirke, T., and Namita, Y., 1996, “Practical Formulas for Estimation of Cable Tension by Vibration Method”, Journal of Structural Engineering, Vol. 122, No. 6, ASCE, pp.661-666.
- (4) 안상섭, 박민석, 1998, “지점운동에 의한 케이블 공진과 길이조절에 의한 제진 대책 연구”, 연구보고서, 한국도로공사 도로연구소, 도로연 98-67-41.