

응답감쇠장치가 설치된 구조물의 등가감쇠비산정에 관한 일반적인 방법 General Method of Equivalent Damping Ratio Evaluation of a Structure equipped with Response Dampers

민경원* · 이영철** · 이상현***

Min Kyung-Won, Lee Yeong-Cheol, Lee Sang-Hyun

ABSTRACT

The purpose of this study is to propose the general method for evaluating the equivalent damping ratios of a structure with supplemental response control dampers. We define Lyapunov function of which derivative can be expressed in autoregressive form and evaluate the equivalent damping ratios by using Lyapunov function and its derivative. This Lyapunov function may be called as generalized structural energy. In this study, it is assumed that the response of a structure is stationary random process and control dampers do not affect the modal shapes of a structure, and the structure has proportional damping. Proposed method can be used to get the equivalent damping ratios of a structure with non-linear control dampers such as friction dampers as well as linear control dampers. To show the effectiveness of the proposed method, we evaluate the equivalent damping ratios of a structure with viscous dampers, AMDs, and friction dampers. The equivalent damping ratios from proposed method are compared to those from eigenvalue analysis for linear control dampers, and those from time history analysis for non-linear control dampers, respectively.

1. 서론

1.1 연구의 배경 및 목적

선형 감쇠장치에 의해 증가된 구조물의 감쇠비를 구하는 가장 일반적인 방법은 구조물과 감쇠장치가 통합된 시스템의 고유치 해석이다.^{1),2)} 또는 감쇠장치가 통합된 시스템의 응답스펙트럼을 적분한 값(응답의 분산)이 등가감쇠비로 치환된 주구조물의 응답스펙트럼의 적분값과 같다고 함으로써 이때 구해지는 감쇠비를 등가감쇠비로 추정한다. 감쇠장치가 온도나 재료에 의한 비선형적인 감쇠를 가지는 경우, 한 주기(period)당 소산되는 에너지로부터 감쇠를 추정하는 방법이 있지만 이것이 구조물에 적용 되었을 때의 구조물의 등가감쇠비를 추정하고 있지는 못 하다.^{3),4),5),6)} 또한 감쇠장치의 제어력포화, 스트로크 포화를 고려하는 등가감쇠비 산정이 이루어지지 않았다. 그러므로 본 연구에서는 선형, 비선형 감쇠장치가 구조물에 적용되었을 때, 이로 인해 증가되는

구조물의 감쇠비를 보편적으로 추정하는 방법에 접근해 보고자 한다.

본 연구의 목적은 감쇠비가 구조물의 에너지를 시간의 경과에 따라 감소시키는 사실에 주목하고 에너지 변화율을 사용하여 부가감쇠장치에 의해 증가된 감쇠비의 크기를 산정할 수 있는 방법을 찾는 데 있다.

1.2 연구의 방법 및 범위

본 연구에서는 구조물에 설치되는 감쇠장치의 타입에 따라 등가감쇠비를 산정하는 방법에 대하여 다룬다. 감쇠장치의 타입으로는 층간 연결되는 선형 점성감쇠기⁷⁾, 선형제어알고리즘을 사용한 능동질량감쇠기(Active Mass Damper) 등의 선형 거동을 하는 감쇠장치와 마찰감쇠기 타입의 비선형 거동을 하는 감쇠장치에 대하여 모드 등가감쇠비를 산정하였다.⁸⁾ 백색잡음의 입력을 받는 3층 건물에 각각의 감쇠장치를 설치 하였을 때의 제어효과를 정량적으로 파악하기 위하여 모드별 등가감쇠비를 산정하였다.

선형감쇠장치인 점성감쇠기와 AMD의 경우⁹⁾, 감쇠기와 구조물이 통합된 시스템의 고유값 해석으로부터 계산한 감쇠비와 제안된 방법으로 구한 감쇠비의 값을 비교하였다. 마찰감쇠기의 경우, 감쇠기의 비선형성으로 인해 마찰감쇠기가 설치된 구조물이 제안한 방법으로 계산된 등가감쇠비를 가

* 단국대 건축공학과 부교수
E-mail : kwmin@dankook.ac.kr
Tel : (02) 709-2731
** 단국대 건축공학과 석사과정
*** 서울대 건축학과 박사과정

지는 선형시스템이라는 가정하에 수행한 시간이력해석한 결과와 구조물의 응답을 비교하였다.

추 구조물의 감쇠는 모드분리가 가능하다고 가정하였으며, 구조물에 작용하는 외란은 정상확률과정이라고 가정하였다. 외란은 각층으로 집중되어 전달되며, 백색잡음을 사용하였다.

2. 에너지 변화율에 의한 감쇠비의 정의

2.1 운동방정식

본 절에서는 구조물의 모드별 에너지를 구하고, 에너지의 변화율에 미치는 영향의 크기로부터 각 모드의 등가감쇠비를 정의한다.

부가의 감쇠장치가 첨가된 구조물의 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = B_1 u(t) + B_2 f(t) \quad (1)$$

여기서 M, C, K 는 각각 구조물의 질량, 감쇠, 강성행렬을 나타내며, B_1 는 감쇠장치의 영향행렬, $x(t)$ 는 구조물의 변위, $f(t)$ 는 외란, $u(t)$ 는 감쇠장치에 의해 발생하는 감쇠력을 나타낸다. 이를 모드방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\ddot{\eta}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{\eta}_i + \omega_i^2 \eta_i = \phi_i^T B_1 u + \phi_i^T B_2 f \quad (2)$$

$$x = \sum_i \phi_i \eta_i \quad (3)$$

여기서 $\eta_i, \dot{\eta}_i, \ddot{\eta}_i$ 는 각각 i 번째 모드의 변위, 속도, 가속도를 ξ_i, ω_i, ϕ_i 는 각각 i 번째 모드의 감쇠비, 각 진동수, 고유벡터를 나타낸다.

식(2)를 상태방정식으로 나타내면 다음과 같고

$$\dot{z}_i = A_i z_i + B_i u + H_i f \quad z_i = [\eta_i \quad \dot{\eta}_i]^T \quad (4)$$

여기서 행렬 A_i, B_i, H_i 는 다음과 같이 표현된다.

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_i^2 & -2\xi_i \omega_i \end{bmatrix}, B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \phi_i^T B_1 \end{bmatrix}, H_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \phi_i^T B_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

리아프노프 함수 e_i 는 다음과 같이 정의되고

$$e_i = z_i^T P z_i \quad (6)$$

식(4)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{e}_i = z_i^T (A_i^T P + P A_i) z_i + 2z_i^T P B_i u + 2z_i^T P H_i f \quad (7)$$

만약 분명한 행렬 P 와 확실한 스칼라 α 가 식(8)에 주어진 다음 조건을 만족시키는 것으로 얻을 수 있다면 식(7)은 식(9)로서 지수 형태로 표현되어진다. 그리고 모드상태는 안정 조건을 만족시킨다.

$$A_i^T P + P A_i = -\alpha P \quad (8)$$

$$\dot{e}_i = -\alpha e_i + 2z_i^T P B_i u + 2z_i^T P H_i f \quad (9)$$

2.2 P 와 α 의 계산

고유치 문제로부터 다음 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$A_i = \Phi \Lambda \Phi^{-1} \quad (10)$$

여기서

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 \end{bmatrix}, \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

A_i 의 고유치 λ_1, λ_2 는

$$\lambda_{1,2} = -\xi_i \omega_i \pm \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} i \quad (12)$$

식(10)을 식(8)에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$(\Phi^{-1})^T \Lambda \Phi^T P + P \Phi \Lambda \Phi^{-1} = -\alpha P \quad (13)$$

식(13)의 양쪽 항에 Φ^T 와 Φ 를 곱하면 다음과 같이 표현되고

$$\Lambda \bar{P} + \bar{P} \Lambda = -\alpha \bar{P} \quad (14)$$

여기서 $\bar{P} = \Phi^T P \Phi$ 이며 각 요소는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{bmatrix}; \quad \bar{P}_{21} = \bar{P}_{12} \quad (15)$$

식(14)는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} = -\alpha \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{bmatrix} \quad (16)$$

여기서

$$2\lambda_1 \bar{P}_{11} = -\alpha \bar{P}_{11} \quad (17)$$

$$2\lambda_2 \bar{P}_{22} = -\alpha \bar{P}_{22} \quad (18)$$

$$(\lambda_1 + \lambda_2) \bar{P}_{12} = -\alpha \bar{P}_{12} \quad (19)$$

만약에 \bar{P} 가 0이 아니면 식(19)를 통해서 식(17)을 만족시키는 변하지 않는 α 는 없다. 동시에 $\bar{P}_{11} = \bar{P}_{22} = 0$, $\bar{P}_{12} \neq 0$ 에 의해 명확한 P 행렬과 α 를 얻을 수 있다.

$$\alpha = -(\lambda_1 + \lambda_2) = 2\xi_0\omega_0 \quad (20)$$

$$P = (\Phi^T)^{-1} \bar{P} \Phi^{-1} = -\frac{\bar{P}_{12}}{2(\lambda_2 - \lambda_1)^2} \begin{bmatrix} \lambda_1 \lambda_2 & -(\lambda_1 + \lambda_2)/2 \\ & 1 \end{bmatrix} \\ = \frac{\bar{P}_{12}}{8\omega_0^2(1-\xi_0^2)} \begin{bmatrix} \omega_0^2 & \xi_0\omega_0 \\ \xi_0\omega_0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

\bar{P}_{12} 의 변화는 ϵ 의 물리적 의미에 영향을 끼치지 않기 때문에 \bar{P}_{12} 는 $8\omega_0^2(1-\xi_0^2)$ 로 정의할 수 있고, P 와 ϵ 는 다음 식이 된다.

$$P = \begin{bmatrix} \omega_0^2 & \xi_0\omega_0 \\ \xi_0\omega_0 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\epsilon = \omega_0^2 \eta + 2\xi_0\omega_0 \eta \dot{\eta} + \dot{\eta}^2 \quad (23)$$

일반적인 구조물의 감쇠비 ξ_0 는 1보다 작기 때문에 ϵ 는 확실한 값을 가지고 있고 일반화된 1차모드의 에너지를 고려할 수 있다. ϵ 의 모드 변위와 속도의 상호관계를 연구하였다.

2.3 등가 감쇠비의 산정

식(9)에서 제어 장치에 의해 발생하는 제어력 u 는 리아프노프 함수의 시간에 대한 지수함수 ϵ 형태로 감소하는 α 와 같은 역할을 할 수 있다.

α 의 조건에 의해 u 의 결과를 표준화하기 위해 새로운 변수 α_w 를 도입하면

$$u = -\alpha_w E \quad (24)$$

여기서 $u = 2z^T P B u$ 이다.

리아프노프 함수 ϵ 와 u 는 시간에 대한 함수이므로 α_w 는 시간에 대한 함수이다. 감쇠장치에 의한 감쇠비는 식(20)을 참고하여 나타낼 수 있다.

$$\xi_w = \frac{\alpha_w}{2\omega_0} \quad (25)$$

감쇠비를 위해 제안된 방정식은 다음과 같이 기대값으로 표현 될 수 있다.

$$E[u_w] = -\alpha_w E[\epsilon_w] \quad (26)$$

$$\xi_w = \frac{\alpha_w}{2\omega_0} \quad (27)$$

여기서 $E[\cdot]$ 는 기대값 함수이며 ξ_w 는 i 번째 모드로써 감쇠장치에 의해 증가된 감쇠비이다.

ξ_w 를 식(2)에 적용하면 다음과 같이 기존의 모드감쇠비 ξ_0 에 추가된 ξ_w 가 더해지는 것을 알 수 있다.

$$\ddot{\eta} + 2(\xi_0 + \xi_w)\omega_0 \dot{\eta} + \omega_0^2 \eta = \theta^T B_2 f \quad (28)$$

3. 감쇠장치 타입에 따른 모드 등가감쇠비 산정

해석모델은 3층 건물이며 선형점성감쇠기(Linear Viscous Damper), 능동질량감쇠기(Active Mass Damper), 마찰감쇠기(Friction Damper)를 각각 각 층간, 3층 상부, 각 층간에 설치하였을 때 지반을 통한 백색 잡음 가속도 입력에 의한 제어효과를 등가감쇠비를 산정하여 분석하였다. 3층 건물의 동적특성은 다음 표와 같다.

표 1. 구조물의 동적 특성

항 목	값		
각층 질량, 감쇠, 강성	m=15kg, c=3.85Nsec/m, k=770N/m		
모드형상	1차	2차	3차
	0.085	0.190	0.153
	0.153	0.085	-0.190
	0.190	-0.153	0.085
1차 모드질량	27.62kg (최상층 모드형상 1로 정규화)		
고유진동수	1차 모드 : 0.508 Hz		
	2차 모드 : 1.422Hz		
	3차 모드 : 2.055 Hz		
고유감쇠비	1차 모드 : 0.80%		
	2차 모드 : 2.23%		
	3차 모드 : 3.23%		

3.1 점성감쇠기에 의한 등가 감쇠비

점성감쇠기는 이상적으로 속도에 비례하며, 강성은 무시한다고 가정한다. 점성감쇠기에 의해 발생하는 제어력은 다음과 같다.

$$u(t) = -C_0 \dot{x}(t) \quad (29)$$

여기서, C_0 는 점성감쇠기의 감쇠계수이고 $\dot{x}(t)$ 는 점성감쇠기가 설치된 층간속도를 나타낸다.

다음 표 2는 C_0 값의 변화에 따른 각 모드별 감쇠비를 고유치해석과 제안된 방법을 비교한 것이다.

표 2. Linear Viscous Damper

c_0 (Nsec/m)	10		20		30		40	
	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)
1st mode	2.9	2.9	4.9	5.0	7.0	6.9	9.1	9.1
2nd mode	8.0	8.1	13.8	14.2	19.6	19.7	25.4	26.0
3rd mode	11.6	11.5	20.0	20.4	28.4	27.8	36.8	37.7

(1): eigenvalue analysis, (2) proposed method (%)

다음 그림 1은 1층간에 설치된 점성감쇠기의 제어력을 나타낸 것으로 시간의 함수로 표현이 되나 식(26)과 같이 기대치를 이용하여 등가감쇠비를 유도할 수 있다.

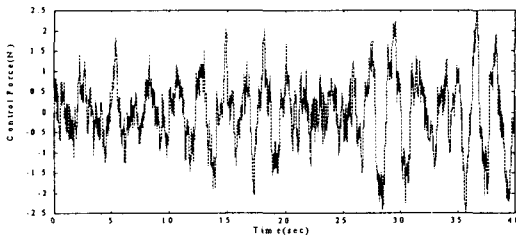


그림 1. Control Force of Linear Viscous Damper installed at the interstory between the 1st and 2nd floor

그림 2는 1층의 층간변위로 제어효과를 알 수 있으며 표 2를 통하여 감쇠비증가(예를들면 1차 모드감쇠비가 0.80에서 2.9%로 증가됨)를 나타낸 것으로 정량화된 수치로 효과를 알 수 있다.

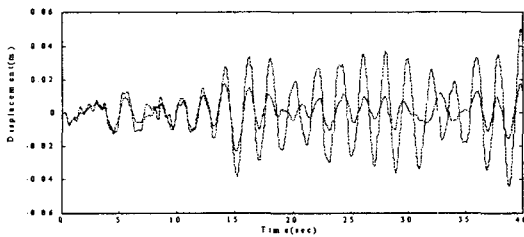


그림 2. 1st Floor Displacement Comparison with and without Linear Viscous Damper

3.2 능동질량감쇠기(AMD)의한 등가 감쇠비

능동형 감쇠장치의 제어력은 사용하는 제어 알고리즘에 따라 달라진다. 다양한 제어 알고리즘중 LQR 알고리즘은 선형으로 Riccati방정식에 의하여 제어이득을 용이하게 구할 수 있어 많이 사용된다. 제어이득은 Riccati 방정식에서 가중치 행렬 Q , R 값을 조정하여 구한다. 여기서 Q, R 값은 다음 식(30)와 같은 성능지수 J 에서 각각 구조물의 상태변

수와 제어력에 가중치를 주는 것이다. 예를 들어 구조물의 응답을 줄이기 위해서는 Q 값을 크게 하면 되고, 제어력을 줄이기 위해서는 R 값을 크게 하면 된다.

$$J = \int_0^{\infty} (z^T Q z + u^T R u) dt \quad (30)$$

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (31)$$

$$u = -R^{-1}B^T Pz \quad (32)$$

$$Q = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \quad (33)$$

위 식에서 z 는 상태변수, P 는 리카티행렬, A 는 시스템 행렬, B 는 외란영향행렬이다.

여기서, u 는 AMD에 의한 제어력으로 다음 식(32)와 같이, 구조물의 상태변수에 선형으로 비례하는 형태를 가지고, 상태변수는 구조물의 변위와 속도의 행렬이다.

표 3은 가중치 R 의 변화에 따른 각 모드별 감쇠비를 비교한 것으로 결과가 대부분 동일하다.

표 3. Active Mass Damper

R	1		0.5		0.2		0.1	
	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)
Method	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)
1st mode	4.3	4.2	6.0	6.1	9.4	9.7	13.2	13.7
2nd mode	2.5	2.4	2.8	2.9	3.5	3.1	3.5	3.6
3rd mode	3.3	3.3	3.3	3.2	3.4	3.3	4.4	3.4

(1): eigenvalue analysis, (2) proposed method (%)

그림 3은 상부에 설치된 AMD($R=1$ 의) 제어력을 나타낸 것이다. 마찬가지로 제어력의 효과를 등가감쇠비로 표현할 수 있다.

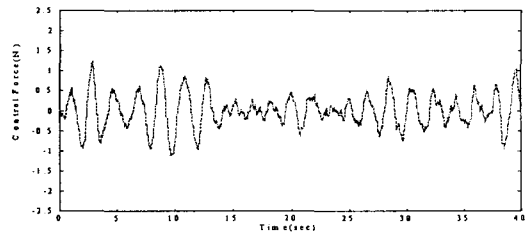


그림 3. Control Force of Active Mass Damper installed at the top of the 3rd floor

그림 4는 1층의 층간변위를 나타낸 것으로 표 3을 통하여 모드 증가비 증가로 정량적인 제어효과를 알 수 있다. (예를들면 1차 모드 감쇠비가 0.80%일때에서 4.2%로 증가됨)

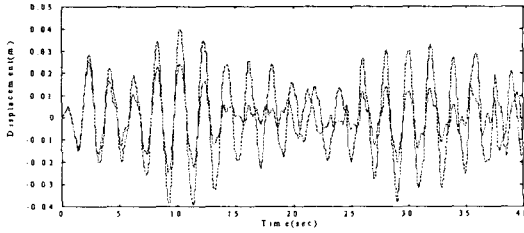


그림 4. 1st Floor Displacement Comparison with and without Active Mass Damper

3.3 마찰감쇠기에 의한 등가 감쇠비

본절에서는 비선형 감쇠장치인 마찰감쇠기가 구조물의 등가감쇠비에 미치는 특성을 파악하였다. 크기가 일정하고 속도의 방향에 반대인 이상적인 마찰감쇠기의 마찰력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u = -F_c \operatorname{sgn}(\dot{x}) = -F_c \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|} \quad (34)$$

F_c 는 감쇠기 마찰력의 크기이며 $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 는 부호를 나타내는 함수, \dot{x} 는 구조물의 속도를 나타낸다.

그림 5는 $F_c = 1\text{N}$ 일때의 제어력 변화를 나타낸 것으로 뱁뱁제어와 같은 형태를 띠고 있다.

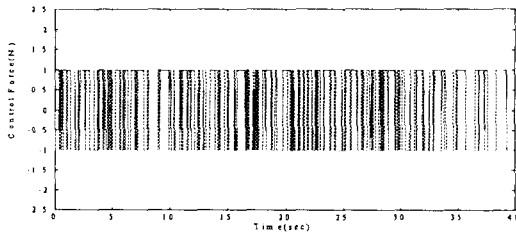


그림 5. Control Force of Friction Damper installed at the interstory between 1st and 2nd floor

그림 6은 1층의 층간변위를 나타낸 것으로 제어효과를 파악할 수 있다.

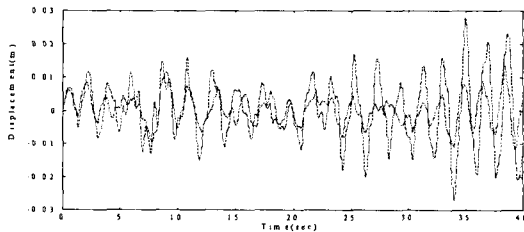


그림 6. 1st Floor Displacement Comparison with and without Friction Damper

표 4는 제안된 방법을 통하여 등가 모드감쇠비를 구하여 모드 합성을 하여 구한 응답을 시간이력해석과 비교한 것으로 결과의 정확성을 알 수 있다.

표 4. Friction Damper

F _c		0		0.1		0.2		0.5		1	
Method		(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)
Displacement (cm)	rms	4.6	4.1	4.1	3.7	3.6	2.4	2.3	1.3	1.3	
	peak	10.5	9.6	9.5	8.7	8.5	5.8	5.5	3.7	3.5	
Velocity (cm/sec)	rms	14.7	13.3	13.2	11.8	11.7	7.7	7.5	4.1	4.1	
	peak	32.6	30.0	29.8	27.2	26.8	18.8	17.9	13.0	12.5	
Acceleration (gal)	rms	48.1	43.2	43.1	38.4	38.1	24.9	24.5	14.2	13.7	
	peak	117.4	107.0	106.0	96.6	94.6	67.9	62.1	50.2	40.5	

Friction damper is modeled as (1)original characteristic, (2) equivalent damping ratio by proposed method

4. 결론

지진 및 바람과 같은 외력에 대하여 건물의 진동응답을 감소시켜주기 위한 방법으로 제어력이 응답에 비례하는 선형감쇠기 및 그렇지 않은 비선형감쇠기 등이 적용되고 있다. 이러한 감쇠기는 외력에 의한 입력에너지를 건물의 변형 및 운동에너지가 아닌 감쇠에너지로 흡수하기 때문에 건물의 응답이 감소하게 된다.

본 논문에서는 제어력에 의한 응답감소효과를 등가의 모드감쇠비로 표현하여 파악하는 방법을 제시하였다. 리아프노프 함수의 시간변화율이 지수함수의 형태를 가진다고 가정을 하여 등가감쇠비를 유도하였다. 점성감쇠기, AMD와 같은 선형감쇠기와 비선형감쇠기인 마찰감쇠기를 적용하여 건물의 등가감쇠기를 구하였다. 고유치 해석의 결과와 잘 일치하였으며 등가감쇠비를 구하여 간편한 방법으로 응답해석을 수행한 결과도 기존의 시간이력 결과와 잘 일치하였다

감사의 글

본 연구는 한국 과학재단 특장기초연구 과제(과제번호:R01-1999-000298-0)의 일환으로 수행되었으며, 과학재단의 연구비 지원에 대해서 감사드립니다.

참고 문헌

(1) Chopra AK. Dynamics of Structures. Prentice-H

- all: Englewood Cliffs, NJ, 1995
- (2) Penzien J, Clough RW. Dynamics of Structures. Mcgraw-hill, 1993
 - (3) Juang JN. Applied System Identification. Prentice-Hall: Englewood Cliffs, NJ, 1994
 - (4) Kijewski T, Kareem A, Analysis of Full-Scale Data from a Tall Building in Boston : Damping Estimates, 10th ICWE, Vol. 1, 1999
 - (5) Housner GW, Bergman LA, Caughey TK, Chassiakos AG, Claus RO, Masri SF, Skelton RE, Soong TT, Spencer BF, Yao JTP. Structural control: past, present, and future. *Journal of Engineering Mechanics.*, ASCE 1997, 123(9): 897-971.
 - (6) Hartog. DJ, Mechanical Vibrations, 4th ed., Mcgraw-Hill, New York. 1956
 - (7) Chang KC, Lai ML, Soong TT, Hao DS, Yeh YC, Seismic Behavior and Design Guidelines for Steel Frame Structures with Added Viscoelastic Dampers. Technical Report NCEER-93-0009. National Centre for Earthquake Engineering Research, Buffalo, NY, 1993
 - (8) Li C, Reinhorn JC, Experimental and Analytical Investigation of Seismic Retrofit of Structures with Supplemental Damping: Part II -Friction Devices, Technical Report NCEER-95-0009. National Centre for Earthquake Engineering Research, Buffalo, NY, 1995.
 - (8) Burl JB. *Linear Optimal Control: H_2 and H_∞ Methods.* Addison Wesley Longman. 1999