

연속이동 스프링-질량계가 등분포종동력을 받는 단순보의 동특성에 미치는 영향

Influence of Successive Two Moving Spring-Mass Systems on Dynamic Behavior of a Simple Beam Subjected to Uniformly Distributed Follower Forces

유진석*·윤한익**·강혁준***

Jin-seok, Yu, Han-ik, Yoon and Hyuk-joon, Kang

Key Words : Moving spring-mass system(이동질량계), follower force(종동력), initial displacement(초기변위)

ABSTRACT

A simple beam subjected to a uniformly distributed tangential follower force and the successive two moving spring-mass systems upon it constitute this vibration system. The influences of the velocities of the moving spring-mass system, the distance between the successive two moving spring-mass systems and the uniformly distributed tangential follower force have been studied on the dynamic behavior of a simple beam by numerical method. The uniformly distributed tangential follower force is considered within its critical value of a simple beam without the successive two moving spring-mass systems, and three kinds of constant velocities and constant distance of the successive two moving spring-mass systems are also chosen. Their coupling effects on the transverse vibration of the simple beam are inspected too.

1. 서론

기계구조물이나 물체의 수송장치에서 단순보의 역할은 매우 중요하다. 단순보가 지지하는 이동질량계의 구조와 속도, 그리고 단순보에 작용하는 종동력(follower force)이 탄성보의 진동과 안정성에 미치는 중요한 인자가 된다.

비보존력중에서 종동력은 시간과 속도에 관계없이 그 작용방향이 변환되는 일정한 크기의 힘으로서 그 작용선은 탄성계의 변형에 의하여 결정된다. 탄성봉에 작용하는 축하중은 집중종동력과 분포종동력으로 나누어지며, 집중종동력은 변형된 탄성봉의 자유단에서 그 접선방향으로 분포되어 작용하며, 분포종동력은 변형된 탄성봉의 축선을 따라서 그 접선방향으로 분포되어 작용한다. 유체를 이송하는 파이프의 경우 점성이 작은 유체의 분사력은 파이프의 우측단에 작용하는 집중종동력이 되며, 점성이 큰 유체는 파이프의 내면에 작용하는 등분포 접선종동력을 일으킨다.

Kenney⁽¹⁾는 탄성기초위에 놓인 보에 빠른 이동속도의 이동하중이 통과할 때에 응답의 해석적 해와 공진상태에서의 임계속도를 구하였고 감쇠가 있을 때의 보 처짐에 관한 확대계수를 구하였다. Chonan 등⁽²⁾은 축하중과 이동하중을 받으며 탄성적

으로 지지되어 있는 Timoshenko 보에서 횡진동에 관한 해를 구하고 축하중의 영향을 논하였다. Wilson⁽³⁾은 집중질량으로 된 이동하중이 아닌 등분포질량으로 된 이동하중에 대한 보의 응답을 고려하였다. Licari⁽⁴⁾는 스프링-질량-감쇠계로 구성된 이동하중을 받는 보의 동적응답을 연구하였으며 Lee⁽⁵⁾는 Winkler 기초위에 놓인 이동질량을 갖는 Timoshenko 보의 동적응답을 연구하였고 Ichikawa 등⁽⁶⁾은 이동질량을 가진 연속보의 진동을 연구하였다.

이 연구에서는 단순보에 등분포종동력이 작용하고 동시에 두 개의 스프링-질량계가 일정한 속도로 이동하는 탄성계를 고려한다. 이동하는 스프링-질량계는 단순보에 접촉하여 이동하는 상부질량과 상부질량에 스프링으로 연결된 하부질량으로 구성되어있다. 이 이동 스프링-질량계의 고유진동수와 하부질량의 크기 및 초기조건 즉, 초기변위와 초기속도가 단순보의 동특성에 영향을 미친다. 연속 이동 스프링-질량계의 속도와 계간의 간격 역시 단순보의 진동과 안정성에 관계되어 있다. 등분포종동력은 단순보의 외부에서 작용할 수도 있으나, 여기서는 파이프 속을 흐르는 고점성 유체와 파이프 내면의 마찰에 의하여 발생한다. 파이프 자체가 물체의 이송용 단순보가 될 수도 있고, 또는 단순보에 부착된 고점성 유체이송용 파이프가 될 수도 있다. 그러므로 연속 이동 스프링-질량계의 이동속도와 특성, 즉 고유진동수, 하부질량, 초기변위 그리고 초기속도가 단순보의 동특성에 미치는 영향을 해석하였으며, 동시에 등분

*동의대학교 대학원 기계공학과
E-mail : jsyu@dongeui.ac.kr
Tel : (051) 890-1932, Fax : (051) 890-2232

** 동의대학교 기계산업시스템공학부

*** 동의공업대학 금형설계과

포 접선종동력의 작용과 연속 이동 스프링-질량계 간의 간격의 영향을 검토하였다. 그리고 연속 이동 스프링-질량계의 특성과 등분포종동력의 연성이 단순보의 동특성에 미치는 영향을 고찰하였다.

2. 이론해석

2.1 이론해석 모델

일정거리를 유지하는 두 개의 스프링-질량계가 단순지지된 탄성보의 위를 일정속도로 이동하고 등분포종동력이 작용하는 탄성계의 개략도는 Fig.1 과 같다. 여기서 M_1 과 M_2 는 상부이동질량, M_{11} 과 M_{22} 는 하부이동질량, v 는 이동 스프링-질량계의 속도, q 는 분포접선종동력이며 a 는 이동 스프링-질량계간의 간격을 나타낸다. 이동 스프링-질량계의 속도와 연속 이동질량계간의 간격, 그리고 등분포종동력의 크기가 단순보의 동특성에 미치는 영향을 해석하기 위하여 Lagrange 방정식으로 계의 운동방정식을 유도한다.

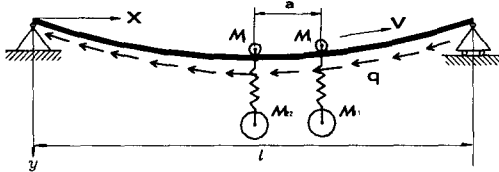


Fig. 1 A simple beam with successive two spring-masses system upon and subjected to uniformly distributed follower force

2.2 단순보의 에너지식

단순보의 진동형은 $\sum_{i=1}^{\infty} d_i(t) \phi_i(x)$ 로 표현되므로 단순보의 횡변위와 속도는

$$y = \sum_{i=1}^{\infty} d_i(t) \phi_i(x) \quad (1)$$

$$\dot{y} = \sum_{i=1}^{\infty} \dot{d}_i(t) \phi_i(x) \quad (2)$$

이다. 여기서 (\cdot) 는 시간에 대한 미분이고 $\phi_i(x)$ 는

$$\phi_i(x) = \sin \frac{i\pi x}{l} \quad (3)$$

로써 정규직교 고유함수이며 $d_i(t)$ 는 시간의 함수이다. 그러므로 단순보의 운동에너지와 퍼텐셜 에너지는

$$T = \frac{ml}{4} \sum_{i=1}^{\infty} \dot{d}_i^2(t) \quad (4)$$

$$V = \frac{(i\pi)^4 EI}{2 \cdot 2l^3} \sum_{i=1}^{\infty} d_i^2(t) \quad (5)$$

이다. 여기서 m 은 단순보의 단위길이당 질량이며 l 은 단순보의 길이, EI 는 단순보의 굽힘강성계수이다.

2.3 등분포종동력에 의한 일량

비보존적인 등분포종동력에 의한 일은 등분포종동력의 보존력성분에 의한 일과 비보존력 성분에 의한 일로 구분된다. 등분포종동력의 보존력 성분에 의한 일은

$$\begin{aligned} W_c &= \frac{1}{2} \int_0^l q(l-x)(y')^2 dx \\ &= \frac{1}{8} (i\pi)^2 q \sum_{i=1}^{\infty} d_i^2(t) \end{aligned} \quad (6)$$

이고, 등분포종동력의 비보존력 성분에 의한 일은 다음 식(7)과 같다.

$$W_N = - \int_0^l q(y')(y) dx \quad (7)$$

2.4 연속 이동 스프링-질량계의 에너지식

연속 이동 스프링-질량계의 수평속도가 v 이면 각각의 수평변위는

$$x_1 = \int v dt \quad (8)$$

$$x_2 = \int v dt - a \quad (9)$$

이고, 여기서 a 는 연속 이동 스프링-질량계의 간격이다. 연속 이동 스프링-질량계의 상부질량의 수직변위와 속도를 $y_{M_1}, \dot{y}_{M_1}, y_{M_2}, \dot{y}_{M_2}$, 하부이동질량의 수직변위와 속도를 $y_{M_{11}}, \dot{y}_{M_{11}}, y_{M_{22}}, \dot{y}_{M_{22}}$ 이라하면 이동 스프링-질량계의 운동에너지는

$$T_M = \frac{1}{2}M_1(\dot{y}_{M_1}^2 + v^2) + \frac{1}{2}M_2(\dot{y}_{M_2}^2 + v^2) \quad (10)$$

$$+ \frac{1}{2}M_{11}(\dot{y}_{M_{11}}^2 + v^2) + \frac{1}{2}M_{22}(\dot{y}_{M_{22}}^2 + v^2)$$

가 되고, 연속 이동 스프링-질량계의 포텐셜에너지는 다음 식 (11)과 같다.

$$V_M = \frac{1}{2}k_1y_{k_1}^2 + \frac{1}{2}k_2y_{k_2}^2 - M_1gy_{M_1} - M_2gy_{M_2} \quad (11)$$

$$- M_{11}gy_{M_{11}} - M_{22}gy_{M_{22}}$$

여기서 g 는 중력 가속도이고, y_{k_1} 과 y_{k_2} 는 각각 연속 이동 스프링-질량계의 스프링의 변위로서 다음 식(12)와 식 (13)과 같다.

$$y_{k_1} = \frac{\dot{s}_{(0)_1}}{\omega_{n_1}} \sin \omega_{n_1}t + s_{(0)_1} \cos \omega_{n_1}t \quad (12)$$

$$y_{k_2} = \frac{\dot{s}_{(0)_2}}{\omega_{n_2}} \sin \omega_{n_2}(t - \frac{a}{v}) + s_{(0)_2} \cos \omega_{n_2}(t - \frac{a}{v}) \quad (13)$$

연속 이동 스프링-질량계의 상부질량들이 단순보와 분리되지 않고 접촉된 상태로 이동한다고 가정한다. 따라서, 이들의 수직변위와 수직속도는 다음 식(14)~식(17)과 같다.

$$y_{M_1} = y(x_1, t)|_{x_1=f(t)} \quad (14)$$

$$y_{M_2} = y(x_2, t)|_{x_2=f(t)} \quad (15)$$

$$\dot{y}_{M_1} = (\frac{\partial y}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial t})|_{x_1=f(t)} \quad (16)$$

$$\dot{y}_{M_2} = (\frac{\partial y}{\partial x_2} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial t})|_{x_2=f(t)} \quad (17)$$

여기서

$$x_1 = f_1(t) = \int_0^t v dt \quad (18)$$

$$x_2 = f_2(t) = \int_0^t v dt - a \quad (19)$$

임을 고려하여 식(1)과 식(2)를 식(14)와 식(15)에 대입하면

$$\dot{y}_{M_1} = v \sum_{i=1}^{\infty} d_i(t) \phi_i[f_1(t)] + \sum_{i=1}^{\infty} \dot{d}_i(t) \phi_i[f_1(t)] \quad (20)$$

$$\dot{y}_{M_2} = v \sum_{i=1}^{\infty} d_i(t) \phi_i[f_2(t)] + \sum_{i=1}^{\infty} \dot{d}_i(t) \phi_i[f_2(t)] \quad (21)$$

이다.

2.5 계의 운동에너지

계의 운동방정식을 유도하기 위하여 앞에서 구한 일과 에너지식을 다음의 Lagrange 방정식 (22)에 대입하여 정리한다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial q_i} \right) = 0 \quad (22)$$

여기서, 일반좌표 q_i 는 d_i 이고 L 은 Lagrangian. 으로서

$$L = (T + T_M) - (V + V_M) + W_C + W_N \quad (23)$$

이다.

식(29)를 식(28)에 대입하고, 또 단순보의 고유함수

$$\phi_i[f_1(t)] = \sin \frac{i\pi x_1}{l} = \sin \frac{i\pi vt}{l} \quad (24)$$

$$\phi_i[f_2(t)] = \sin \frac{i\pi x_2}{l} = \sin \frac{i\pi vt}{l} = \sin \frac{i\pi}{l}(vt - a) \quad (25)$$

를 고려하여 정리하면 계의 운동방정식은 다음 식(26)과 같다.

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{ml}{2} + (M_1 + M_{11}) \sin^2 \left(\frac{i\pi vt}{l} \right) + (M_2 + M_{22}) \sin^2 \left(\frac{i\pi vt}{l} - a \right) \right\} \ddot{d}_i$$

$$= \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ (M_1 + M_{11}) v^2 \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{i\pi vt}{l} \right) + (M_2 + M_{22}) v^2 \left(\frac{i\pi}{l} \right)^2 \right.$$

$$\left. \cos^2 \left(\frac{i\pi vt}{l} - a \right) - \frac{(i\pi)^4 EI}{2 l^3} + \frac{(i\pi)^2}{2} q \right\} d_i$$

$$+ (M_1 + M_{11}) g \sum_{i=1}^{\infty} \sin \left(\frac{i\pi vt}{l} \right) + (M_2 + M_{22}) g \sum_{i=1}^{\infty} \sin \left(\frac{i\pi vt}{l} - a \right)$$

$$+ M_{11} v \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{i\pi}{l} \right) \cos \left(\frac{i\pi vt}{l} \right) \{ \dot{s}_{(0)_1} \cos \omega_{n_1} t - \omega_{n_1} s_{(0)_1} \sin \omega_{n_1} t \}$$

$$+ M_{22} v \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{i\pi}{l} \right) \cos \frac{i\pi}{l} (vt - a) \{ \dot{s}_{(0)_2} \cos \omega_{n_2} (t - \frac{a}{v})$$

$$- \omega_{n_2} s_{(0)_2} \sin \omega_{n_2} (t - \frac{a}{v}) \}$$

$$(26)$$

2.6 운동방정식의 무차원화

계의 운동방정식 (26)을 무차원화 시키기 위하여 다음의 매개변수를 도입한다..

$$\begin{aligned} \bar{M}_1 &= \frac{M_1}{ml}, \bar{M}_2 = \frac{M_2}{ml}, \bar{M}_{11} = \frac{M_{11}}{ml}, \bar{M}_{22} = \frac{M_{22}}{ml}, \\ \bar{E} &= \frac{EI}{ml^4}, \bar{q} = \frac{q}{ml}, \bar{g} = \frac{g}{l}, \bar{d} = \frac{d}{l}, \bar{v} = \frac{v}{l} \\ \bar{a} &= \frac{a}{l}, \beta_1 = \pi \bar{v} t, \beta_2 = \pi (vt - \bar{a}), \bar{s}_{(0)_1} = \frac{s_{(0)_1}}{l}, \\ \bar{s}_{(0)_2} &= \frac{s_{(0)_2}}{l}, \dot{\bar{s}}_{(0)_1} = \frac{\dot{s}_{(0)_1}}{l}, \dot{\bar{s}}_{(0)_2} = \frac{\dot{s}_{(0)_2}}{l}, \\ \tau_1 &= \omega_{n1} t, \tau_2 = \omega_{n2} (t - \frac{a}{v}) \end{aligned} \quad (27)$$

매개변수 (27)을 계의 운동방정식 (26)에 대입하여 정리하면 식(28)과 같이 무차원화된 계의 운동방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{2} + (\bar{M}_1 + \bar{M}_{11}) \sin^2(i\beta_1) \right\} \ddot{\bar{d}}_i \\ & + \left\{ \frac{1}{2} + (\bar{M}_2 + \bar{M}_{22}) \sin^2(i\beta_2) \right\} \ddot{\bar{d}}_i \\ & = \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ (i\pi)^2 \bar{v}^2 (\bar{M}_1 + \bar{M}_{11}) \cos^2(i\beta_1) \right. \\ & \quad \left. + (i\pi)^2 \bar{v}^2 (\bar{M}_2 + \bar{M}_{22}) \cos^2(i\beta_2) \right\} \bar{d}_i \\ & \quad - \frac{1}{2} (i\pi)^4 \bar{E} + \frac{1}{4} (i\pi)^2 \bar{q} \\ & + (\bar{M}_1 + \bar{M}_{11}) \bar{g} \sum_{i=1}^{\infty} \sin(i\beta_1) + (\bar{M}_2 + \bar{M}_{22}) \bar{g} \sum_{i=1}^{\infty} \sin(i\beta_2) \\ & + \bar{M}_{11} \bar{v} \sum_{i=1}^{\infty} \sin(i\beta_1) \{ \dot{\bar{s}}_{(0)_1} \cos \tau_1 - \bar{s}_{(0)_1} \omega_{n1} \sin \tau_1 \} \\ & + \bar{M}_{22} \bar{v} \sum_{i=1}^{\infty} \sin(i\beta_2) \{ \dot{\bar{s}}_{(0)_2} \cos \tau_2 - \bar{s}_{(0)_2} \omega_{n2} \sin \tau_2 \} \end{aligned} \quad (28)$$

운동방정식 (28)은 2 계 상미분방정식이므로 다음과 같이 보조기호

$$\bar{z}_i = \bar{d}_i, \quad \dot{\bar{z}}_i = \dot{\bar{d}}_i = f(\bar{d}_i, \bar{z}_i, t) \quad (29)$$

를 사용하여 변수를 치환하면 1 계 상미분방정식 계로 변환된다. 따라서 1 계 상미분방정식계는 행렬을 사용하여 다음 식 (30)으로 나타내어진다.

$$[A] \{\dot{\bar{X}}\} = [B] \{\bar{X}\} + \{C\} \quad (30)$$

3. 수치해석 결과 및 고찰

이 연구에서는 두 이동 스프링-질량계의 질량을 같게두고 ($\bar{M}_1 = \bar{M}_2, \bar{M}_{11} = \bar{M}_{22}$) 계의 동특성을 지배하는 등분포중동력과 이동속도의 크기, 이동 스프링-질량계간의 간격, 그리고 이동 스프링-질량계의 초기변위 및 고유진동수 등 여러 가지 양에 대하여 단순보의 동특성을 계산하여 그림으로 나타내고 비교하였으며 수치해석을 위한 입력 데이터는 아래의 Table. 1 과 같다.

Table 1 input parameters

Parameter	Value
Length of simple beam	10m
Elastic modulus of simple beam	$206 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
Moment of inertia of beam cross sectional	$2.37 \times 10^{-5} \text{ m}^4$
Mass of simple beam per unit length	9 kg/m
Mass of upper moving masses	1 kg EA
Mass of lower moving masses	10 kg EA

Fig.2 ~ Fig.10 은 단순보를 따라 진행되는 앞선 이동 스프링-질량계의 위치에 따른 단순보의 중점의 무차원 변위를 나타낸 것이다.

Fig.2, Fig.3, Fig.4 는 이동 스프링-질량계의 세가지 속도 $\bar{v} = 0.1, \bar{v} = 0.2, \bar{v} = 0.4$ 일 때의 단순보의 동특성을 나타내고 있다. Fig. 2 에서 고려된 세 무차원 스프링-질량계의 이동속도중 상대적으로 저속의 경우인 $\bar{v} = 0.1$ 에서는 질량이 이동함에 따라 횡변위가 거의 비례적으로 증가하여 앞선 이동 스프링-질량계가 단순보 길이의 2/3 지점을 통과할 때 단순보의 횡변위가 최대 되었다가 다시 감소하는 모습을 보인다. 또한 이동 스프링-질량계의 고유진동수의 영향에 의해 미세한 진동을 동반한 변위의 변화를 보이고 있다. $\bar{v} = 0.2$ 에서는 단순보의 최대 횡변위가 나타나는 지점은 단순보를 따라 이동하는 앞선 이동 스프링-질량계가 $\bar{v} = 0.1$ 에 비해 보다 더 후반부를 통과하는 순간에 나타남을 볼 수 있다. $\bar{v} = 0.4$ 의 경우는 이동 스프링-질량계가 단순보의 30% 지점을 지날 때까지는 단순보의 변위의 변화율이 적지만 30% 지점을 지나면서부터 단순보의 횡변위가 증가하기 시작한다. 또한 이 경우에서는 최대 횡변위를 관찰 할 수가 없는데, 이는 이동 스프링-질량계가 단순보를 통과하고 난 이후에 최대 변위가 나타날 것으로 예상할 수 있어 고속 이동하중에 의한 단순보의 최대 횡변위는 이동하중이 단순보를 떠난 후에 일어난다는 Weaver⁽⁷⁾의 설명에 부합한다고 볼 수 있다.

Fig.3 과 Fig.4 는 하부 이동질량 M_{11} , M_{22} 의 초기변위가 각각 $\bar{s}_{(0)}=0.01$, $\bar{s}_{(0)}=0.02$ 로 증가되었을 때의 단순보의 동특성을 나타내고 있다. 이동 스프링-질량계의 초기변위가 증가함에 따라 스프링력에 의해 미세진동의 진폭이 증가함을 볼 수 있다. 이상의 결과들에서 볼 때 등분포종동력을 받는 단순보의 횡변위는 계의 다른 인자들보다 이동 스프링-질량계의 이동속도에 크게 영향을 받고, 그 이동속도가 고속일수록 더욱 지배적이다. 또한 이동 스프링-질량계의 초기변위의 증가에 의해 단순보의 미세진동 변위가 증가되는 반면 단순보의 횡변위는 감소됨을 관찰할 수 있었다.

Fig.5, Fig.6, Fig.7 은 두 이동 스프링-질량계의 간격 $\bar{a}=0.1$, $\bar{a}=0.3$, $\bar{a}=0.5$ 에 대한 단순보의 동특성을 나타내고 있다. 초기변위 $\bar{s}_{(0)}$ 가 각각 0.005, 0.01 그리고 0.02 일 때 이동 스프링-질량계의 간격이 클수록 전반적으로 횡변위는 낮게 나타났다. 그리고 $\bar{s}_{(0)}=0.005$ 에서 단순보의 최대 횡변위는 앞선 이동 스프링-질량계가 단순보의 60% 지점을 통과할 때 나타나며 이동 스프링-질량계간의 간격이 커질수록 단순보의 최대 횡변위가 일어나는 시기가 늦어짐을 알 수 있다. 또한 초기 변위 $\bar{s}_{(0)}$ 가 클수록 미세진동의 진폭이 증가하는 경향을 보이고 있으며, $\bar{a}=0.5$ 인 경우 앞선 이동 스프링-질량계가 단순보의 40% 지점을 지날 때까지 급격히 증가하던 단순보의 변위가 40% 이후부터는 완만하게 증가하는 모습을 볼 수 있다. 이동 스프링-질량계 간의 간격이 커질수록 단순보의 최대 횡변위는 감소되며, 단순보의 최대 횡변위는 앞선 이동 스프링-질량계가 보의 후반부를 통과할 때 나타나는 것으로 관찰되었다.

Fig.8, Fig.9, Fig.10 은 단순보에 작용하는 등분포종동력 $\bar{q}=0$, $\bar{q}=100$, $\bar{q}=200$ 에 대한 단순보의 동특성을 나타내고 있다. 스프링-질량계의 이동속도 $\bar{v}=0.1$ 인 경우 작용하는 등분포종동력이 커질수록 단순보의 횡변위는 증가하는 것을 볼 수 있다. 등분포종동력은 이동 스프링-질량계가 단순보 길이의 30% 부근을 지날 때 까지는 영향을 미치지 못하지만 그 이후부터는 단순보의 횡변위를 증가시킨다. 따라서 등분포종동력의 증가는 단순보의 진동형에는 영향을 미치지 못하지만 단순보의 횡변위를 증가시키며, 이동 스프링-질량계의 특성과 연성되어 보의 후반부를 통과할 때 그 영향이 커진다.

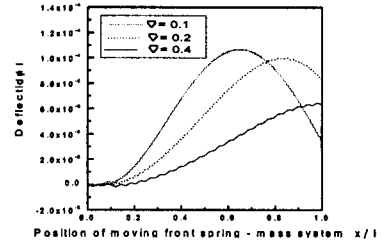


Fig.2 Midspan deflection of the simple beam $\bar{q}=0$, $\bar{s}_{(0)}=0.005$, $\bar{a}=0.1$, $M_{11}=M_{22}=10kg$, $\omega=60rad/s$

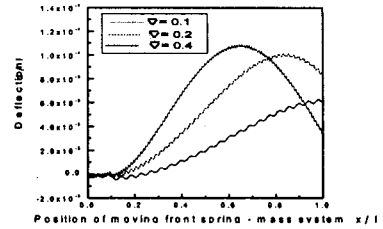


Fig.3 Midspan deflection of the simple beam $\bar{q}=0$, $\bar{s}_{(0)}=0.01$, $\bar{a}=0.1$, $M_{11}=M_{22}=10kg$, $\omega=60rad/s$

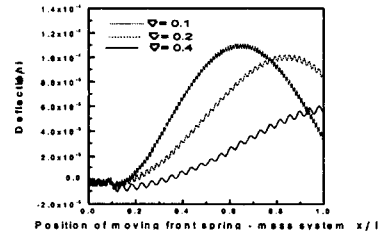


Fig.4 Midspan deflection of the simple beam $\bar{q}=0$, $\bar{s}_{(0)}=0.02$, $\bar{a}=0.1$, $M_{11}=M_{22}=10kg$, $\omega=60rad/s$

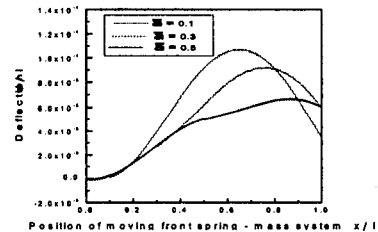


Fig.5 Midspan deflection of the simple beam $\bar{q}=0$, $\bar{s}_{(0)}=0.005$, $\bar{v}=0.1$, $M_{11}=M_{22}=10kg$, $\omega=60rad/s$

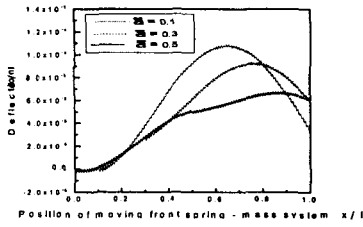


Fig.6 Midspan deflection of the simple beam
 $\bar{q}=0, \bar{s}_{(0)}=0.01, \bar{v}=0.1, M_{11}=M_{22}=10\text{kg}, \omega=60\text{rad/s}$

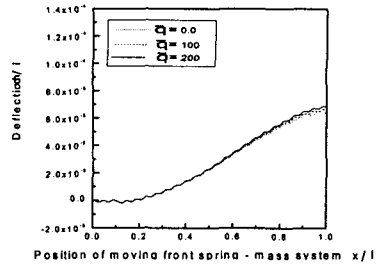


Fig.10 Midspan deflection of the simple beam
 $\bar{v}=0.4, \bar{s}_{(0)}=0.005, \bar{a}=0, M_{11}=M_{22}=10\text{kg}, \omega=60\text{rad/s}$

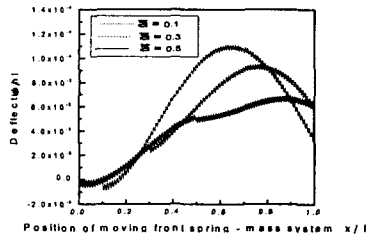


Fig.7 Midspan deflection of the simple beam
 $\bar{q}=0, \bar{s}_{(0)}=0.02, \bar{v}=0.1, M_{11}=M_{22}=10\text{kg}, \omega=60\text{rad/s}$

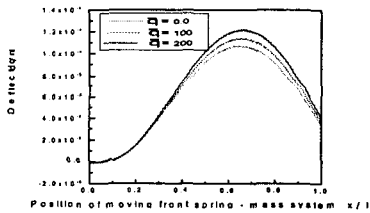


Fig.8 Midspan deflection of the simple beam
 $\bar{v}=0.1, \bar{s}_{(0)}=0.005, \bar{a}=0, M_{11}=M_{22}=10\text{kg}, \omega=60\text{rad/s}$

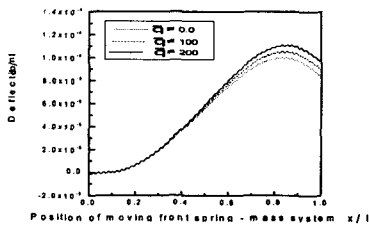


Fig.9 Midspan deflection of the simple beam
 $\bar{v}=0.2, \bar{s}_{(0)}=0.005, \bar{a}=0, M_{11}=M_{22}=10\text{kg}, \omega=60\text{rad/s}$

4. 결론

단순보에 작용하는 등분포중동력과 이동 스프링-질량계의 이동속도, 이동 스프링-질량계간의 간격 및 초기변위와 고유진동수 변화가 단순보의 횡진동 변위에 미치는 영향을 수치해석으로 연구하여, 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 보의 횡변위는 계의 다른 인자들보다 이동 스프링-질량계의 이동속도에 크게 영향을 받으며, 그 이동속도가 고속일수록 더욱 지배적이다
2. 이동 스프링-질량계의 자유진동에 의하여 단순보는 스프링-질량계의 고유진동수에 비례하는 미세진동을 동반하며 횡변위 된다
3. 이동 스프링-질량계의 초기변위의 증가는 스프링 복원력을 크게 하므로단순보의 미세진동 변위를 증가 시키며 뒤따르는 이동질량의 출발시점에서 단순보의 변위를 크게 증가시킨다.
4. 이동 스프링-질량계 간의 간격이 커질수록 단순보의 최대 횡변위는 감소되며 최대변위는 앞선 이동 스프링-질량계가 보의 후반부를 통과할 때 나타난다.
5. 등분포중동력의 증가는 단순보의 횡변위를 증가시키며, 이동 스프링-질량계의 특성과 연성되어 보의 후반부를 통과할 때 등분포중동력의 영향이 커진다.

참고문헌

- (1) Kenney, J. T., Jr., 1954, " Steady-State Vibrations of Beam on Elastic Foundation for Moving Load", Journal of Applied Mechanics TRANS. ASME, Dec.
- (2) Chonan, C., 1973, " The Elastically Supported Timoshenko Beam Subjected to An Axial Force and A

Moving Load," International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 17, pp.573 ~ 581.

(3) Wilson, J. F., 1973, " Response of Simple Sans to Moving Mass loads", AIAA Journal, pp.4 ~ 5.

(4) Licari, J. S. and Wilson, E. N., 1962, " Dynamic Response of a Beam Subjected to Moving Forcing System," Proceedings of Fourth U.S. National Congress of Applied Mechanics, pp.481 ~ 425.

(5) Lee, H. P., 1998, "Dynamic Response of a Timoshenko Beam on a Winkler Foundation Subjected to a Moving Mass", Applied Acoustics, Vol, 55, No. 3, pp.203 ~ 215

(6) Ichikawa, M., Miyakawa, Y. and Matsuda, A., 2000, "Vibration Analysis of the Continuous Beam Subjected to a Moving Mass", Journal of Sound and Vibration Vol. 230, No. 3, pp.493 ~ 506.

(7) Weaver, W. Jr., Timoshenko, S. P., and Young, D. H., 1990, "Vibration problem in Engineering," 5th ed., John Wiley & Sons, Singapore, pp.422 ~ 454