

순수비틀림을 받는 프리스트레스트 콘크리트 보의 비틀림 강도 예측

Prediction of the Torsional Strength of PSC Beams Subjected to Pure Torsion

박 지 선* 이 정 윤**
Park, Ji-Sun Lee, Jung-Yoon

ABSTRACT

The evaluation equation of torsional moment for prestressed concrete members in ACI 318-95 ignores the contribution of concrete, T_c . Several research indicates that the current ACI code is not successful in predicting the observed torsional moment of the PSC beams with reasonable accuracy.

This paper proposes an evaluation equation of torsional moment taking into account the inter-effects between concrete and torsional reinforcement on the torsional resistance of the PSC beams. According to the comparison with the 31 test results, the torsion equation in ACI code underestimated or overestimated the real torsional moment of prestressed concrete beams. On the other hand, the proposed torsional equation is shown to be in a good agreement with experimental results.

1. 서론

1995년에 개정된 현행 ACI 기준¹⁾에서는 프리스트레스트 콘크리트 부재의 비틀림 모멘트 내력을 식(1)과 같이 콘크리트에 의한 비틀림 저항 모멘트 T_c 를 배제하고 박판 튜브 이론(Thin Walled Theory)과 힘의 평형 조건만을 이용한 공간 트러스 이론(Space Truss Theory)을 이용하여 평가하였다.

$$T_n = \frac{2A_o A_s f_{ly}}{s} \cot \theta \quad (1)$$

여기서 T_n 은 공칭 비틀림 모멘트 강도, A_o 는 전단흐름 경로로 둘러싸인 총 단면적으로 폐쇄 스테럽의 중심선에 의해 둘러싸인 면적의 0.85배, A_s 는 비틀림 보강철근 간격내의 비틀림에 저항하는 폐쇄 보강철근 한 가닥의 단면적, f_{ly} 는 l 방향 폐쇄 비틀림 보강철근의 설계기준 항복강도, s 는 l 방향 비틀림 보강철근의 간격이다. 현행 기준식에서는 비틀림에 대한 트러스 압축대의 각도 θ 를 30° 와 60° 사이의 각도로 규정하고 있다. 기준식에서는 PSC 부재의 유효 프리스트레스 힘이 l 방향 철근 인장강도의 40%를 초과할 때 $\theta=37.5^\circ$ 로 하고, 이보다 작은 유효 프리스트레스 힘을 받는 PSC 부재에 대해서는 $\theta=45^\circ$ 로 하여 비틀림 설계를 한다.

현행 기준식은 힘의 평형 조건만을 이용하여 비교적 간단히 프리스트레스트 콘크리트 부재의 비틀림 모멘트를 구할 수 있지만 콘크리트에 의한 비틀림 저항을 배제한 채 비틀림 보강근의 저항성능만으로 비틀림 모멘트를 평가하고 있기 때문에 콘크리트와 철근량의 차이에 따른 비틀림 모멘트 값의 변화를 평가할 수 없다.

* 정회원, 성균관대학교 건축공학과 석사과정
** 정회원, 성균관대학교 건축공학과 조교수

즉, 비틀림 보강근량이 매우 적은 부재가 외력을 받아 최대 비틀림 모멘트에 도달할 때, 철근의 변형률은 변형률 경화 구역에 도달하기 때문에 부재의 비틀림 강도가 증가하지만, 현행 기준식(1)에서는 철근항복응력 f_b 가 사용되어 실제 비틀림 모멘트를 과소 평가 할 수 있다. 반대로 비틀림 보강근량이 매우 많은 경우, 철근의 변형률은 평균 항복변형률²⁾에 도달하지 않기 때문에 부재의 비틀림 강도가 감소 할 수 있다.

이 연구에서는 콘크리트와 철근량의 상호작용을 고려한 보다 합리적인 비틀림 모멘트 식을 제안하고자 한다. 제안식은 비틀림 모멘트에 대한 콘크리트의 인장강도, 콘크리트내에 묻혀있는 철근의 평균응력 및 평균변형률의 영향을 고려하였다. 또한, 이 논문에서는 변형률의 적합조건을 이용한 트러스 이론³⁾을 이용하여 콘크리트 인장강도 σ_1 과 l , t 방향 비틀림 보강근응력 f_l 및 f_t 에 영향을 주는 요인들을 검토하여, 부재가 최대 비틀림 모멘트에 도달하였을때의 σ_1 , f_l 및 f_t 를 평가하였다.

2. 공간 트러스 이론

현행 ACI 318-95 기준에서는 프리스트레스트 콘크리트 부재에 대하여 경사콘크리트 압축대의 각도 θ 를 30° 와 60° 사이로 규정하고 있다. 기준식의 비틀림 균열각도 θ 는 l 방향과 t 방향의 철근량에 따라 변화하여 그림 1과 같은 트러스 모델의 힘의 평형 조건만을 이용하여 구할 수 있다.

그림 1은 박판 튜브의 힘의 상태를 나타낸다. 그림에서 q 는 튜브의 평균전단흐름을 나타내며, p_o 는 전단흐름의 중심선으로 둘러싸인 면적이다. ΔN 은 l 방향 철근의 인장력이고 $q/\tan\theta$ 는 콘크리트 압축대의 l 방향의 단위 길이당 전단흐름이다. 그림 1의 힘의 평형 조건은 다음과 같다.

$$T = 2qA_o \quad (2)$$

$$A_l f_l + A_p f_p = \Delta N = (q p_o) \frac{1}{\tan \theta} = \frac{T}{2A_o} p_o \cot \theta \quad (3)$$

$$A_t f_t = s q \tan \theta = \frac{T s}{2A_o} \tan \theta \quad (4)$$

여기서 A_l 은 l 방향 전체 철근의 단면적, A_p 는 프리스트레스트 강재의 단면적, A_t 는 비틀림 보강철근 간격내의 비틀림에 저항하는 폐쇄 보강철근 한 가닥의 단면적, f_l , f_t 는 각각 l 방향과 t 방향으로의 철근 응력, f_p 는 프리스트레스트 강재의 응력이다.

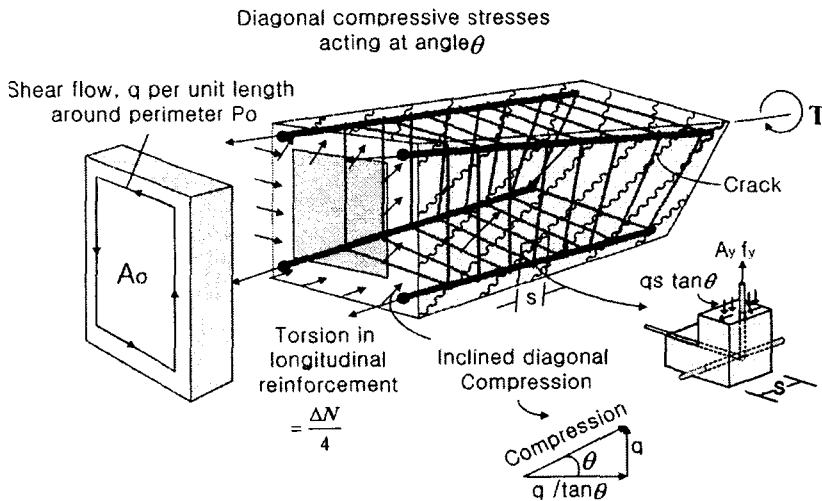


Fig. 1 Equilibrium conditions for cracked beam in torsion

식(3)과 식(4)를 $\tan \theta$ 에 대하여 정리하면 식(5)와 같다.

$$\tan \theta = \sqrt{\frac{\rho_o}{s} \frac{A_l f_l}{\Delta N}} \quad (5)$$

식(5)에 $\rho_l = \frac{A_l}{p_o t_d}$, $\rho_t = \frac{A_t}{s t_d}$, $\rho_b = \frac{A_b}{p_o t_d}$ 를 대입하고 프리스트레스트 철근과 각방향의 철근이 모두 항복한다고 가정하면 관열각도 θ 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\cot^2 \theta = \frac{\rho_l f_{ly} + \rho_b f_{by}}{\rho_t f_{ly}} \quad (6)$$

여기서 f_{ly}, f_{by} 는 각각 l 및 t 방향 철근의 항복 응력, f_b 는 프리스트레스트 강재의 항복응력이다.

3. 콘크리트와 비틀림 보강근의 상호영향을 고려한 비틀림 모멘트 평가식

현행 ACI 기준식은 비틀림 모멘트에 미치는 콘크리트 인장강도의 영향을 직접적으로 고려하고 있지 않다. 또한, 부재가 최대 비틀림모멘트에 도달 했을 때 비틀림 보강근의 응력은 항복응력과 동일하다고 가정하여 비틀림 강도를 평가한다. 그러나 비틀림 보강근의 응력은 콘크리트의 압축강도와 비틀림 보강근비의 상호관계에 따라 변화하므로, 부재가 최대 비틀림 내력에 도달할 때 식(1)의 f_l 가 반드시 항복응력 f_{ly} 와 일치한다고는 볼 수 없다. 부재가 최대 비틀림 모멘트에 도달 할 때의 철근의 응력 f_l 는 콘크리트 압축강도 f_{ck} 와 철근비 ρ_l 에 좌우된다. 이 논문에서는 그림 2와 같이 단면크기가 30×45cm이며, 속이 빈 철근콘크리트 보의 최대 비틀림 모멘트시의 f_l 와 f_{ck} 및 ρ_l 의 관계를 Hsu 등이 제안한 회전각 연하트러스 모델(Rotation Angle Softened Truss Model 이하, RA-STM)³⁾을 이용하여 조사하였다. 시험체의 주요 변수는 표 1과 같이 콘크리트의 압축강도와 철근의 항복응력이다.

그림 3은 RA-STM에 의하여 계산된 시험체 S3C3 및 S3C6의 비틀림 회전각 θ , 콘크리트 주압축·인장응력 σ_2 및 σ_1 , 콘크리트의 유효압축응력 νf_{ck} 의 관계를 비교하고 있다. 그림 3에서 콘크리트의 압축강도가 증가함에 따라 콘크리트의 유효압축강도 νf_{ck} 가 증가하여 시험체 S3C3의 σ_2 는 시험체 S3C6보다 빨리 νf_{ck} 에 도달하여 부재가 압괴함을 알 수 있다. 따라서 최대 비틀림 모멘트 시의 시험체 S3C3의 σ_1/f_{ck} 값은 시험체 S3C6의 값보다 크다.

그림 4는 철근의 항복응력이 다른 시험체 S3C3($f_{ck} = 300\text{MPa}$)와 S5C3($f_{ly} = 500\text{MPa}$)의 거동을 비교하고 있다. 그림 4에서 항복응력이 큰 철근을 사용한 시험체 S5C3의 σ_1 값은 시험체 S3C3의 σ_1 보다 컸다.

그림 5는 비틀림 회전각 θ 의 변화에 의한 시험체 S3C3($f_{ck} = 30\text{MPa}$)와 S3C6($f_{ck} = 60\text{MPa}$)의 횡방향 철근 응력 f_l , 콘크리트 주 압축응력 σ_2 및 콘크리트의 유효압축강도 νf_{ck} 를 비교하고 있다. 그림 5에서 콘크리트의 압축강도 f_{ck} 가 증가함에 따라 최대 비틀림 모멘트에 대한 철근의 응력 f_l 는 증가하였다.

Table 1 Material properties of the specimens

Beam	ρ_l	f_{ly} (MPa)	ρ_t	f_{ty} (MPa)	f_{ck} (MPa)
S3C3	0.007	300	0.007	300	30
S3C6	0.007	300	0.007	300	60
S5C3	0.007	500	0.007	500	30
S3C3T	0.007	300	0.014	300	30

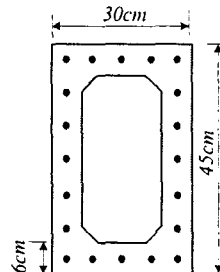


Fig. 2 Beam section.

그림 6은 시험체 S3C3($f_{ty} = 300\text{MPa}$)와 S5C3($f_{ty} = 500\text{MPa}$)의 f_t , σ_2 및 v_{ck} 를 비교하고 있다. 횡방향 철근의 항복응력이 증가함에 따라 콘크리트의 주 압축응력이 증가하여 시험체 S5C3의 σ_2 는 보통강도 철근을 사용한 시험체 S3C3보다 빨리 v_{ck} 에 도달하여 부재가 압괴하였다. 따라서 부재가 최대 비틀림 모멘트에 도달할 때의 f_t/f_{ty} 값은 횡방향 철근의 항복응력 f_t 가 증가함에 따라 감소하였다. 즉, f_{ty} 가 300MPa인 S3C3의 최대 f_t/f_{ty} 는 1.25이지만 f_{ty} 가 500MPa인 S5C3의 f_t/f_{ty} 는 0.98로 감소하였다. 그림 5와 6의 해석결과로부터 횡방향 철근의 응력 f_t 는 콘크리트 압축강도 f_{ck} 가 증가함에 따라 증가하지만 ρf_{ty} 가 증가함에 따라 감소하는 것을 알 수 있다.

따라서, 보다 정확히 프리스트레스트 콘크리트 보의 비틀림 모멘트를 평가하기 위해서는 부재가 최대 비틀림 모멘트에 도달했을 때의 각 재료의 응력을 계산하여야 한다. 이 논문에서는 그림 7과 같은 콘크리트의 인장응력을 고려한 트러스 모델의 응력 상태 및 변형률 적합조건을 고려한 재료 메카니즘을 통하여 최대 비틀림 모멘트 시의 재료 응력을 평가하였다. 그림 7에서 횡방향에 대한 힘의 평형조건은 다음과 같다.

$$A_t f_t + \sigma_1 \cdot s \cdot t_d = \frac{T_s}{2A_o t_d} \quad (7)$$

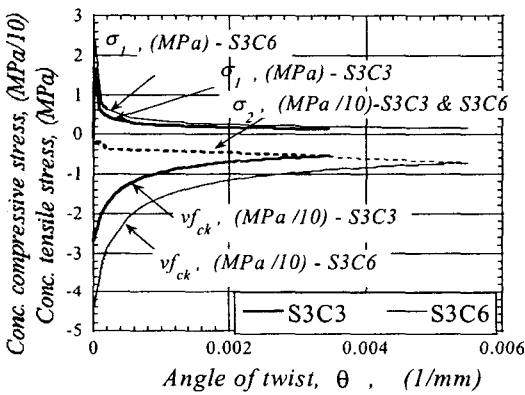


Fig. 3 Comparison of the tensile stresses of concrete for S3C3 and S3C6.

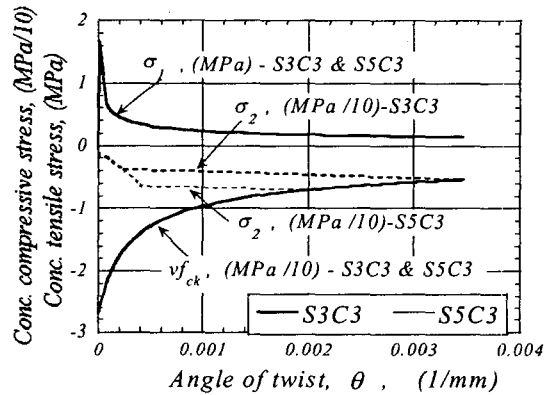


Fig. 4 Comparison of the tensile stresses of concrete for S3C3 and S5C3.

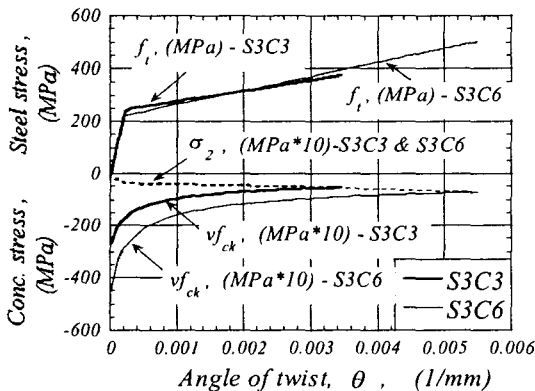


Fig. 5 Comparison of the steel stresses for S3C3 and S3C6.

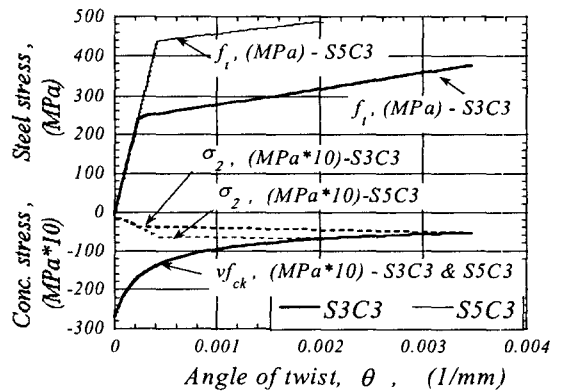


Fig. 6 Comparison of the steel stresses for S3C3 and S5C3.

식(7)을 비틀림 모멘트 T 에 대하여 정리하면 식(8), (9)와 같다.

$$T = \left(\frac{\sigma_1 + \rho f_t}{\rho f_{ty}} \right) \rho f_{ty} 2A_o t_d \cot \theta \quad (8)$$

$$\theta = \frac{\rho f_t + \rho_p f_p + \sigma_1}{\rho f_t + \sigma_1} \quad (9)$$

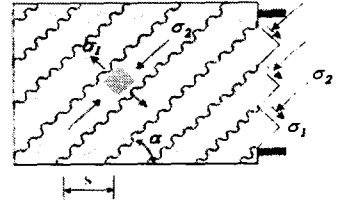


Fig. 7 Truss model considering tensile stress of concrete

식(8)의 f_t 는 그림 3과 4에서 콘크리트 압축강도 f_{ck} 가 증가함에 따라 증가하지만 ρf_{ty} 가 증가함에 따라 감소함을 알 수 있다. 또한 σ_1/f_{cr} 은 그림 5와 6에서 콘크리트 압축강도 f_{ck} 가 증가함에 따라 감소하지만 ρf_{ty} 가 증가함에 따라 증가하였다.

이 논문에서는 8100개의 프리스트레스트 콘크리트 보를 해석하여 부재가 비틀림 강도에 도달했을 때의 σ_1 , f_t , f_p 를 계산하였다. 해석에 사용된 보의 콘크리트 압축강도 f_{ck} 는 20MPa에서 60MPa까지 변화하였다. 또한, 철근의 항복응력 f_{ty} 는 300MPa에서 600MPa까지, 프리스트레스트 강재의 항복응력은 1400MPa에서 1900MPa까지 변화하며 철근비 ρ 는 0.002에서 0.02까지 변화하였다. 해석에서 얻은 결과를 회귀분석하여 구한 σ_1 , f_t , f_p 에 대한 평가식은 아래와 같다.

$$\frac{\sigma_1}{f_{cr}} = 0.15 \frac{1}{f_{ck}^{0.1}} (\rho f_{ty})^{0.6} \quad (10)$$

$$\frac{f_t}{f_{ty}} = 0.37 \frac{f_{ck}^{0.4}}{(\rho f_{ty})^{0.4}} \quad (11)$$

$$\frac{f_p}{f_{py}} = 0.37 \frac{f_{ck}^{0.4}}{(\rho_p f_{py})^{0.4}} \quad (12)$$

여기서 식(10)은 최대 비틀림 내력 시의 콘크리트 인장응력값과 균열발생 시의 $f_{cr} (= 0.33\sqrt{f_{ck}}\text{MPa})$ 값의 차이를 나타내며, 식(11)은 최대 비틀림 내력 시의 f_t 값과 철근의 항복응력 f_{ty} 의 차이이다. 또한 식(12)는 최대 비틀림 내력 시의 f_p 값과 프리스트레스트 강재의 항복응력 f_{py} 값과의 차이를 나타낸다.

종방향과 횡방향 비틀림 철근량이 다를 경우에는 비틀림 균열각도 θ 가 달라지므로 식(10)~(12)을 식(9)의 균열각도에 대입하여 식(13)을 구할 수 있다.

$$\cot \theta = \sqrt{\frac{\rho f_{ty} + \rho_p f_{py}}{\rho f_{ty}}} \times \sqrt{\frac{0.37\{(\rho f_{ty})^{0.6} + (\rho_p f_{py})^{0.6}\}(\rho f_{ty})^{0.4} + 0.05(\rho f_{ty})}{0.42(\rho f_{ty} + \rho_p f_{py})}} \quad (13)$$

이 논문에서는 식(10)-(13)을 식(8)에 대입하여 프리스트레스트 콘크리트 보에 대한 비틀림 강도 평가식을 다음과 같이 제안하였다.

$$T = k \frac{A_o A_f f_{ty}}{s} \cot \theta \quad (14)$$

여기서, $k = 1.11 \left(\frac{f_{ck}}{\rho f_{ty} + \rho_p f_{py} + \rho f_{ty}} \right)^{0.4}$, $\cot^2 \theta = \frac{\rho f_{ty} + \rho_p f_{py}}{\rho f_{ty}}$ 이다.

제안된 식에서는 현행 ACI 기준 식(1)의 상수 '2'대신에 k 값에 의하여 콘크리트의 압축강도와 철근의 양이 비틀림 내력에 미치는 효과를 평가할 수 있다.

그림 8은 총 31개의 프리스트레스트 콘크리트 보의 비틀림 실험⁴⁵⁾에서 얻은 비틀림 모멘트 값과 현행 ACI 기준 및 제안식의 비틀림 모멘트 값을 비교하고 있다. 그림 8(a)는 ACI 기준에 의하여 예측된 비틀림

모멘트와 실험값의 관계를 나타낸다. 그림에서 ACI 규준식은 철근량이 증가할수록 실제 비틀림 모멘트를 과대 평가하고 있음을 알 수 있다. 그림 8(b)는 철근량과 콘크리트 강도의 변화에 따른 실험에서 관찰된 비틀림 모멘트와 제안식(14)에서 계산된 비틀림 모멘트를 비교하고 있다. 콘크리트와 철근량의 상호작용을 고려하여, 최대 비틀림 모멘트 시의 콘크리트의 인장응력과 비틀림 보강근 응력을 사용하고 있는 제안식은 프리스트레스트 콘크리트 보의 실제 비틀림 모멘트를 정확히 예측하였다.

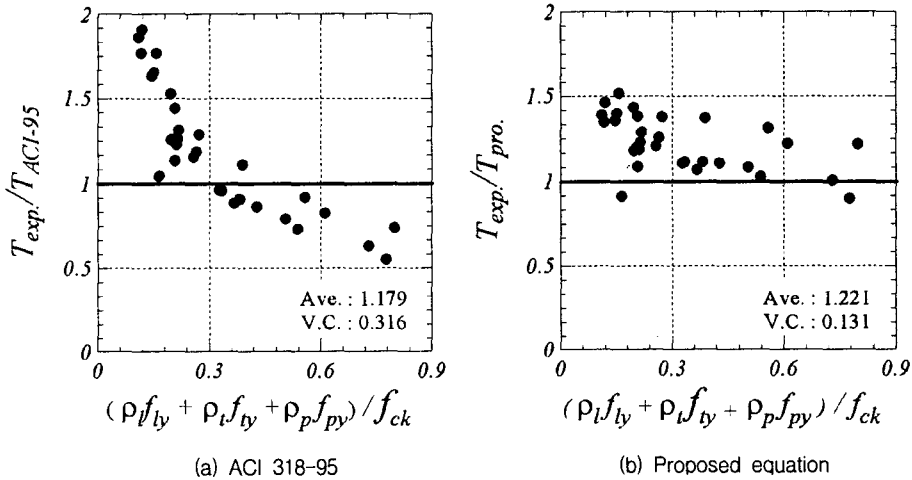


Fig. 8 Comparisons of the observed and predicted torsional moment

4. 결론

순수 비틀림을 받는 프리스트레스트 콘크리트 보의 비틀림 강도에 대하여 ACI 규준과 본 논문이 제안한 식의 결과를 비교하여 얻은 결론은 다음과 같다.

1) ACI 규준은 콘크리트의 압축강도에 비하여 비틀림 보강근의 양이 적은 경우 $[(\rho_l f_{ly} + \rho_t f_{ty} + \rho_p f_{py}) / f_{ck} < 0.3]$, 프리스트레스트 콘크리트 보의 비틀림 성능을 과소 평가하였다. 또한, 콘크리트의 압축강도에 비하여 비틀림 보강근의 양이 많은 경우 $[(\rho_l f_{ly} + \rho_t f_{ty} + \rho_p f_{py}) / f_{ck} \geq 0.3]$, 부재의 비틀림 강도를 과대 평가하였다.

2) 콘크리트의 압축강도와 비틀림 보강근의 양을 함수로 하고 있는 제안식은 $(\rho_l f_{ly} + \rho_t f_{ty} + \rho_p f_{py}) / f_{ck}$ 의 변화에 관계없이 현행 ACI 규준식보다 정확하게 프리스트레스트 콘크리트 보의 비틀림 모멘트를 평가하였다.

참고문헌

1. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete(318-02) and Commentary(318R-02)," American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., 2002, pp. 155-162.
2. Belarbi, A. and Hsu, T.T.C., "Constitutive Laws of Concrete in Tension and Reinforcing Bars Stiffened by Concrete," *ACI Structural Journal*, Vol. 91, No. 4, July-Aug. 1994, pp.465-474.
3. Thomas T. C. Hsu, "Nonlinear Analysis of Concrete Membrane Elements," *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 5, Sep.-Oct. 1991, pp. 552-561.
4. Khaldoun N. Rahal and Michael P. Collins, "Simple Model for Predicting Torsional Strength of Reinforced and Prestressed Concrete Sections," *ACI Structural Journal*, Vol. 93, No. 6, Nov.-Dec. 1996, pp. 658-666.
5. Faisal F. Wafa, Sabri A. Shihata, Samir A. Ashour, and Ali A. Akhtaruzzaman, "Prestressed High-Strength Concrete Beams under Torsion," *J. Struct. Engrg.*, ASCE, Vol. 121, No. 9 1280-1286.