

철근콘크리트 기둥에서 원형전단철근의 유효전단강도

Effective Shear Strength of Circular Transverse Reinforcement in Reinforced Concrete Columns

하태훈*
Ha, Tae Hun

홍성걸**
Hong, Sung Gul

ABSTRACT

Existing design equations generally overestimate the shear strength of the circular transverse reinforcement. This is due to the simplification of the discrete distribution of the reinforcement to the continuous one and the inappropriate application of the classical truss model to the circular section, which is different in shear-resisting component from the rectangular section. The present study introduces a new model considering the starting point of the diagonal crack, the number of transverse reinforcing bars crossing the crack and the effective strength component of the transverse resistance. This model leads to a simple design equation which is derived using the linear regression method and is in agreement with the lower bound of exact strength curve.

1. 서론

일반적인 철근콘크리트 부재의 전단강도 설계 방법은 대각선 균열 발생 이전의 콘크리트가 저항하는 성분과 균열 발생으로 인해 노출된 전단철근이 저항하는 성분을 합하여 그 크기가 외력에 충분히 저항할 수 있도록 하고 있다. 기둥에 있어서도 이 원칙은 예외가 아니며, 다만 기둥 축방향의 압축력에 의해 증가하는 콘크리트의 기여 성분을 실험적인 식을 통하여 설계에 반영하고 있다. 균열면을 가로지르는 전단철근의 강도 V_s 에는 보에서와 마찬가지로 다음과 같은 45° 트러스 모델을 이용한 강도식 (ACI 318-99 [1] 식11-15)이 사용되고 있다.

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s} \quad (1)$$

여기서 A_v 는 일반적으로 전단철근 1개의 단면적 A_{sb} 의 2배이며, f_y 는 철근의 항복강도, d 는 부재의 유효춤, s 는 전단철근의 배근 간격이다. 식(1)은 부재의 단면이 장방형일 경우에 해당하지만, ACI 11.3.3에 따르면 단면이 원형이고 원형 전단철근을 사용할 경우에는 유효춤의 크기를 단면 직경 D 의 0.8배로 한다는 전제 하에 동일한 식을 사용할 수 있도록 하고 있다. 그러나 이는 적용의 편의성만을 고려한 방편으로서 일반적으로 전단철근의 강도를 과대평가하고 있는 것으로 알려져 있다[2].

* 정회원, 서울대학교 건축학과 대학원 박사과정

** 정회원, 서울대학교 건축학과 조교수

본 논문의 목적은 철근의 형태와 균열의 발생지점, 균열을 가로지르는 철근의 개수 등을 고려하여 원형 전단철근의 합리적인 설계 강도식을 제안하는 것이다. 해석에 사용된 모델은 실제 철근의 배근 방식을 고려한 불연속 모델이며, 최종적으로 선형회귀분석을 이용한 하한계 값을 설계식으로 하여 이를 기존의 설계식들과 비교하였다.

2. 선행연구 고찰

1989년에 Ang et al.[2]은 원형기둥에 발생하는 대각선 균열에 의해 노출된 원형철근의 전단저항 성분을 구하기 위하여 다음과 같은 식을 제안하였다.

$$V_s = \frac{\pi(2A_{sh}f_y)D'}{4s} \quad (2)$$

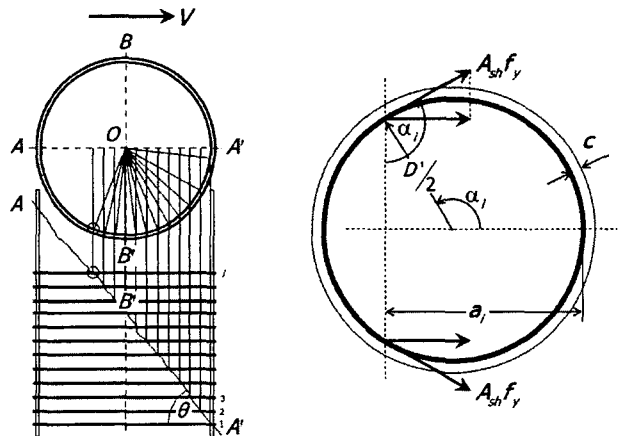
여기서 D' 는 전단철근이 배근된 직경이며, 나머지 변수들은 식(1)에서 사용된 것과 같다. 식(2)는 45° 로 가정한 대각선 균열면과 만나는 전단철근의 위치에 따라 외력에 저항하는 힘의 크기가 변하는 사실을 반영하기 위해 (그림 1 참고) 평균적분법을 사용하였다. 그러나 이러한 접근 방법은 오직 전단철근의 배근 간격 s 가 D' 에 비해 충분히 작을 경우에만 성립하는 것으로서, 저자들 스스로도 D'/s 가 작은 경우에는 식(2)가 철근의 강도를 약 10% 정도 과대평가함을 밝힌 바 있다.

전단철근비가 작은 경우에 발생하는 식(2)의 문제점은 김장훈[3]에 의해서도 이미 지적된 바 있으나 그의 모델은 전단철근과 균열면이 만나는 지점이 단면상에 투영된 각을 등각분포로 가정하여 오히려 전단철근이 가지는 강도를 과소평가하는 결과를 가져왔다[4]. 그는 이 후에 균열을 지나는 전단철근의 개수가 1 ~ 3개인 경우에 대하여 기존의 설계식들과 그의 불연속 모델을 이용한 강도식을 실험결과와 비교하는 연구를 수행하기도 하였다[5].

Dancygier[6]는 불연속 모델을 사용하여 균열면을 통과하는 전단철근의 개수가 4개 이하로 떨어질 때 Ang et al.의 식이 실제 강도를 최대 50% 이상 과대평가할 수 있음을 보인바 있다. 그의 접근방법은 본 연구에서 사용된 방법과 본질적으로 차이가 없으나, 실제 값을 계산하는 과정과 균열의 시작점 및 철근의 개수 산정방법에서 일관성이 없어 모델을 재현할 수가 없는 단점이 있다.

3. 원형전단철근의 유효강도 계산

그림 1은 등간격으로 배근된 전단철근이 철근배근 방향과 θ 의 각을 이루는 대각선 균열에 의해 노출되어 저항할 때의 모습을 나타낸 것이다. 그림 1(a)의 단면도로부터 i 번



(a) 전단철근의 등간격 배근에 (b) i 번째 철근의 전단저항성분 따른 α_i 의 분포

그림 1 원형전단철근의 전단저항성분

재의 철근이 균열면과 만나는 점이 단면의 중앙과 이루는 각 α_i 는 등각분포가 아님을 알 수 있으며 [4], 이 각의 크기는 식(3)에서 표현된 균열이 첫 번째 전단철근과 만나는 점부터 i 번째 철근과 만나는 점까지의 수평 투영거리(그림 1(b)의 a_i)를 이용하여 구해야 한다.

그림 1(b)로부터 외력 V 에 저항하는 전단철근의 유효강도는 $A_{sh}f_y$ 의 $\sin \alpha_i$ 성분임을 알 수 있으므로, 전체 저항강도는 균열을 가로지르는 각 전단철근의 유효강도를 합하여 식(5)를 이용해 구할 수 있다. 이 때 전단철근의 개수 n 은 균열의 경사도와 철근의 배근 간격, 그리고 균열이 주철근과 만나는 지점을 고려하여 식(4)와 같이 표현가능하다. 식(4)는 균열의 수직 투영길이와 철근 배근 간격의 배수관계, 균열의 시작점의 불확실성 등을 포괄하기 위하여, 균열이 주철근과 만나는 지점에 전단철근이 위치하여 그 유효강도가 0이 되는 경우도 개수 산정에 포함하고 있다.

$$a_i = \{s_0 + (i-1)s\} \cot \theta \quad (3)$$

$$n = \left[\frac{D' \tan \theta - s_0}{s} \right] + 1 \quad (4)$$

$$V_s = 2A_{sh}f_y \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i \quad (5)$$

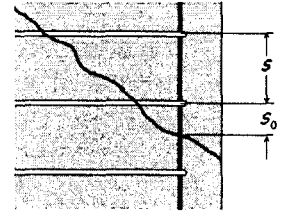


그림 2 s_0 의 정의

여기서 s_0 는 균열이 주철근과 만나는 지점으로부터 첫 번째 전단철근까지의 수직거리($0 \leq s_0 < s$)이며 (그림 2 참조) 식(4)에서 $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수를 의미한다. 그림 1(b)에서 α_i 에 대한 cosine 값을 구해 이를 식(5)에 대입하면 철근의 개수와 유효성분, 그리고 균열의 시작점을 고려한 강도식을 얻을 수 있다.

$$V_s = 2A_{sh}f_y \sum_{i=1}^n \sqrt{1 - \left[1 - \frac{2\{s_0 + (i-1)s\}}{D' \tan \theta} \right]^2} \quad (6)$$

그림 3의 그래프는 s_0 의 값이 1mm 씩 변함에 따라서 식(6)이 어떠한 변화를 보이는데 대한 예이다. 예제에 사용된 기둥은 Ang et al.[2]의 실험에 사용된 것으로 $D' = 364$ mm, $s = 60$ mm, $f_y = 328$ MPa 이고 θ 는 45° 로 가정하였다. 이 그래프로부터 알 수 있는 사항은 s_0 가 0일 때 V_s 가 최소값을 갖는다는 것이다. 그림 3에 사용된 예제의 경우에는 $s_0 = 4$ mm 인 경우에도 최소값을 가지지만, 이 역시 s_0 가

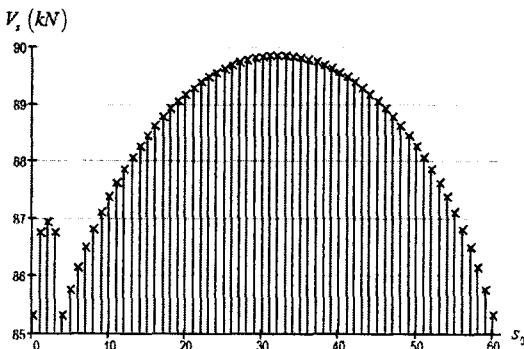


그림 3 s_0 와 철근의 전단강도 사이의 관계

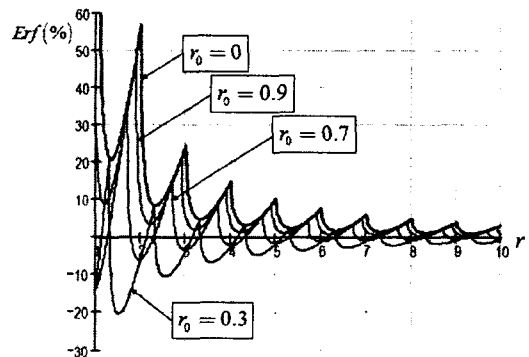


그림 4 r_0 의 크기에 따른 오차함수의 변화

0일 때와 동일한 값이다. 이러한 관계가 일반적인 경우에 대해서도 성립한다는 사실은 다음의 해석을 통해 알아볼 수 있다.

식(6)을 단순하게 만들고 비교를 편하게 하기 위하여 균열의 정중앙을 지나는 전단철근의 강도 $2A_{sh}f_y$ 로 식(6)을 나누고, 새로운 변수 $r_0 = s_0/s$ ($0 \leq r_0 < 1$)와 $r = D' \tan \theta / s$ 를 식(6)에 대입하여 다음과 같이 무차원의 식을 정의한다.

$$\bar{V}_s = \sum_{i=1}^n \sqrt{1 - \left[1 - \frac{2\{r_0 + (i-1)\}}{r} \right]^2} \quad (7)$$

그림 4는 Ang et al.[2]의 평균적분식이 r 의 값이 작은 경우에 전단철근의 강도를 얼마만큼 과대평가하는지를 보여주고 있다. 이 그래프에 사용된 오차함수(Erf: Error function)는 식(2)를 식(7)에서와 같이 정상화(normalize)시킨 후 두 식의 차이를 \bar{V}_s 에 대한 백분율로 나타낸 것이다(식(8) 참고).

$$Erf = \frac{(\pi/4)r - \bar{V}_s}{\bar{V}_s} (\%) \quad (8)$$

그림 4의 그래프로부터 알 수 있는 사실을 정리하면 다음과 같다.

- ① Dancygier[6]가 지적한 바와 같이 $r=2$ 인 경우에 식(2)에 의한 설계식이 전단철근의 강도를 실제보다 50% 이상 과대평가하고 있다.
- ② $r_0=0$ 인 경우에 오류함수의 곡선이 가장 큰 값을 갖는다. 이는 전술한 바와 같이 $s_0=0$ 일 때 V_s 가 최소가 된다는 사실이 일반적인 경우에 대하여 성립함을 보여주는 것이다.
- ③ $r_0=0$ 인 경우에 대하여 r 이 정수일 때 (균열의 수직 투영거리가 전단철근 배근 간격의 배수가 될 때) \bar{V}_s 가 최소가 된다(그림 5 참고).

위 사항들에 기초하여 식(7)에 $s_0=0$ 를 대입하면 식(9)를 얻을 수 있으며, r 이 정수인 경우에 대하여 최종적으로 정리하면 식(10)이 된다.

$$\bar{V}_s = \sum_{i=1}^{\langle x \rangle - 1} \sqrt{1 - \left(1 - \frac{2i}{r} \right)^2} \quad (9)$$

$$\bar{V}_s = \frac{2}{r} \sum_{i=1}^{\langle x \rangle - 1} \sqrt{-i^2 + ri} \quad (10)$$

식(9)와 (10)은 $s_0=0$ 인 경우에 대한 것이므로 균열이 주철근과 만나는 지점에 전단철근도 위치하게 된다. 이때 균열 사이에서 실질적으로 저항하는 철근의 개수만을 산정하기 위해 식(4)의 n 을 다시 정의하였다($\langle x \rangle$ 은 x 보다 작지 않은 최소의 정수). 즉, r 이 정수인 경우에 균열면을 지나는 철근의 개수는 경계면을 제외했을 때 $(r-1)$ 개가 된다.

그림 5는 정상화시킨 ACI 기준(식(1))과 Ang et al.(식(2))의 식을 식(9)의 \bar{V}_s 와 비교한 그래프이다. 여기서 x 축은 균열면을 가로지르는 철근의 개수이며, ACI의 설계식을 정상화시킬 때 $D' \approx d = 0.8D$ 라고 가정하였다. 이 그래프로부터 두 종류의 설계식 모두 $s_0=0$ 인 경우의 실제 강도를 과대평가하고 있음을 알 수 있다. 균열의 발생 위치는 미리 예측할 수 없으므로 가장 취약한 경우에 대해 설계를 하려면 이는 반드시 재고되어야 하는 대상이다. 그림 5에서 한 가지 주목할만한 사항은 r 이 정수인 경

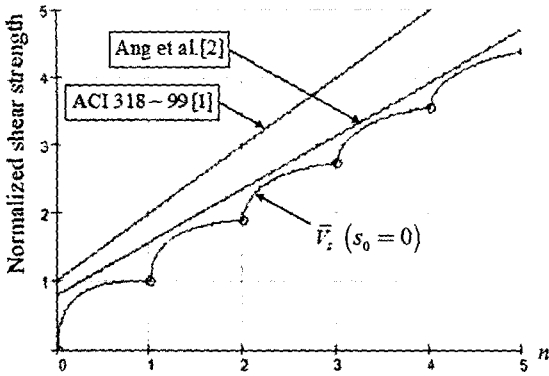


그림 5 전단철근의 강도식 비교그래프

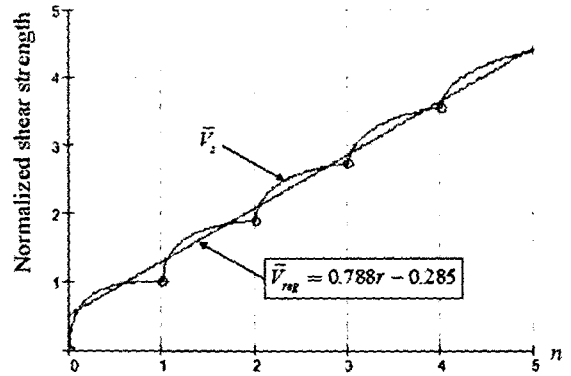


그림 6 선형회귀분석에 의한 설계방정식

우에 해당하는 \bar{V}_s 의 값이 r 과 선형관계를 가지고 있다는 사실이다. 이러한 관계를 이용하여 다음 장에서 실제 설계에 사용될 수 있는 단순한 설계식을 제안하고 이를 정해와 비교해보도록 한다.

4. 선형회귀법에 의한 설계식 제안

그림 6은 균열을 지나는 전단철근의 개수($n=r-1$)와 철근의 유효강도 사이의 관계를 보여준다. 전장에서 서술한 바와 같이 $s_0=0$ 일 때 \bar{V}_s 는 r 이 정수인 경우에 최소값들을 가지며 곡선의 하한계를 형성한다. 이 하한계 값들은 r 의 크기와 밀접한 상관관계를 가지며 ($Corr(r, \bar{V}_s)=1$) 높은 선형성을 보이고 있다. r 과 \bar{V}_s 의 하한계 값들에 대한 선형회귀분석을 통해 다음의 식을 도출해낼 수 있다.

$$\bar{V}_s = \bar{V}_{reg} = 0.788r - 0.285 \quad (11)$$

그림 6에 나타난 식(11)의 직선함수를 살펴보면, n 이 커지는 경우에 대한 선형성을 맞추기 위해 n 이 작은 경우에는 하한계 값보다 큰 값을 가지지만 그림 5에 표시된 다른 함수들에 비해 그 오차가 상당히 작음을 알 수 있다. 그림 7과 8은 기존의 설계식 및 식(11)을 식(9)의 정해와 비교한 오차함수의 그래프들이다.

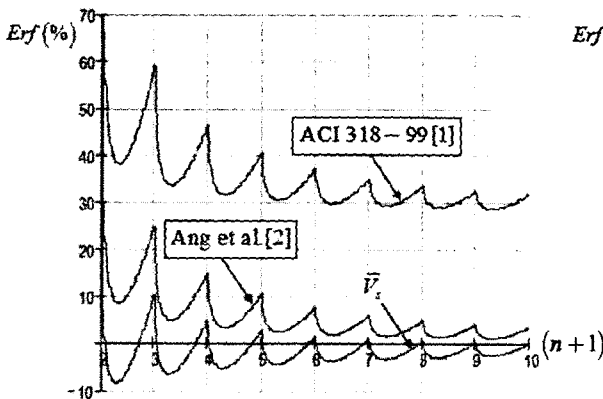


그림 7 전단철근 강도식의 오차함수 비교그래프 (1)

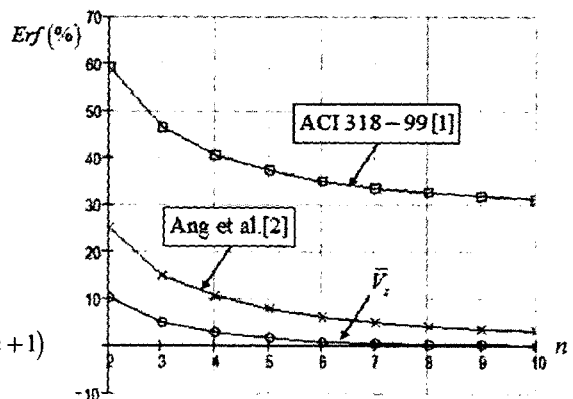


그림 8 전단철근 강도식의 오차함수 비교그래프 (2)

균열면을 지나는 철근의 개수와 오차함수의 관계를 나타낸 그림 8을 보면, 식(11)에 의한 강도식이 철근의 개수가 1개인 경우를 제외하고는 오차율 10% 이내로 정해에 접근하고 있음을 알 수 있다. 이는 20% 이상의 오차율을 보이는 Ang et al.의 식은 물론 최소 30% 이상 강도를 과대평가하는 ACI의 설계식보다 이론적인 정해에 부합하는 것이다. 식(11)을 원래의 강도식으로 되돌려 놓으면 최종적으로 본 연구에서 제안하고자 하는 원형철근의 전단강도 설계식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$V_s = (2A_{sh}f_y) \left(0.788 \frac{D' \tan \theta}{s} - 0.285 \right) \quad (12)$$

5. 결론

본 논문은 철근콘크리트 원형기둥에 주로 사용되는 원형 전단철근의 강도설계식을 제안하기 위해 이론적인 접근을 시도하였으며, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- ① 원형전단철근은 장방형 단면에 사용되는 일반적인 직선형 철근과는 기하학적인 형태가 다르므로, 균열면에 노출되었을 때 외력에 평행인 성분만을 유효한 것으로 산정하여 그 강도를 계산해야 한다. 직선철근의 설계식을 사용하는 경우에는 원형철근의 강도를 30% 이상 과대평가하게 된다.
- ② 균열이 시작되는 지점은 철근의 강도분포에 영향을 미치며, 균열이 기둥의 주철근과 전단철근이 만나는 부분을 지날 때 강도가 가장 작은 것으로 나타났다. 이때 대각선 균열의 수직 투영거리가 철근 배근 간격의 배수가 되는 값들이 전단강도의 하한계 분포를 이룬다.
- ③ 철근의 전단강도와 $r = D' \tan \theta / s$ 의 선형관계를 이용하여 제안한 설계식(식(12))은 균열면을 가로지르는 철근의 개수가 1개인 경우를 제외하고는 10% 이내의 오차한계로 이론적인 정해와 일치하였다.

참고문헌

- [1] American Concrete Institute (ACI), "Building Code Requirements for Structural Concrete," ACI 318-99 and ACI 318R-99 Commentary, Farmington Hills, Mich, 1999.
- [2] Ang, B. G., Priesley, M. J. N., and Paulay, T., "Seismic Shear Strength of Circular Reinforced Concrete," ACI Structural Journal, 86(1), pp.45-59, 1989.
- [3] 김장훈, "철근콘크리트 원형기둥의 전단철근 유효단면적 평가," 콘크리트학회논문집, 11(3), pp.81-88, 1999.
- [4] 하태훈, 홍성걸, "토론: 철근콘크리트 원형기둥의 전단철근 유효단면적 평가," 콘크리트학회논문집, 11(6), pp.137-140, 1999.
- [5] 김장훈, 정준언, 홍성걸, "콘크리트 원형단면의 횡보강근에 의한 전단강도 평가 이론 및 실험," KCI 2000년도 봄 학술발표회 논문집, 12(1), pp.515-520, 2000.
- [6] Dancygier, A. N., "Shear Carried by Transverse Reinforcement in Circular RC Element," Journal of Structural Engineering, ASCE, 127(1), 81-83, 2001.