

순수비틀림을 받는 철근콘크리트 보의 비틀림 강도 예측

Prediction of the Torsional Strength of RC Beams Subjected to Pure Torsion

박 지 선* 이 정 윤**
Park, Ji-Sun Lee, Jung-Yoon

ABSTRACT

The evaluation equation of torsional moment for reinforced concrete members in ACI 318-99 ignores the contribution of concrete, T_c . Several research indicates that the torsional moment of concrete is in effect, specially for the members in which the longitudinal and transverse reinforcement content is small.

This paper proposes an evaluation equation of torsional moment taking into account the contribution of concrete. According to the comparison with the 66 test results, the torsion equation in ACI code underestimated or overestimated the real torsional moment of reinforced concrete beams. On the other hand, the proposed torsional equation is shown to be in a good agreement with experimental results.

1. 서론

1995년에 개정된 ACI 규준¹⁾에서는 축력이 존재하지 않는 철근콘크리트 부재의 비틀림 모멘트를 콘크리트에 의한 비틀림 저항 모멘트, T_c 를 배제하고 박판 튜브 이론(Thin Walled Theory)과 힘의 평형 조건만을 이용한 공간 트러스 이론(Space Truss Theory)을 기본으로 하여 식(1)을 제안하였다.

$$T_n = \frac{2A_0A_yf_{yy}}{s} \cot \theta \quad (1)$$

여기서 T_n 은 공칭 비틀림 모멘트 강도, A_0 는 전단흐름 경로로 둘러싸인 총 단면적으로 폐쇄 스티럽의 중심선에 의해 둘러싸인 면적의 0.85배 즉, $0.85A_{oh}$ 로 하여도 무방하다. A_y 는 비틀림 보강철근 간격내의 비틀림에 저항하는 폐쇄 보강철근 한 가닥의 단면적, f_{yy} 는 y 방향 폐쇄 비틀림 보강철근의 설계기준 항복 강도이다. 비틀림에 대한 트러스 압축대의 각도 θ 는 30° 와 60° 사이이며 철근콘크리트 보에서는 45° 로 할 수 있다. s 는 y 방향 비틀림 보강철근의 간격을 나타낸다.

현행 규준식은 비교적 간단히 철근콘크리트 부재의 비틀림 모멘트를 구할 수 있지만 콘크리트에 의한 비틀림 저항 모멘트를 무시하여, 콘크리트와 철근량의 차이에 따른 비틀림 모멘트 값의 변화를 평가할 수 없다. 즉, 철근량이 매우 적을 경우 부재가 최대 비틀림 모멘트에 도달할 때 철근의 변형률은 증가하여 변형을 경화 구역에 도달할 가능성이 있어 식(1)은 실제 비틀림 모멘트를 과소 평가 한다(그림 2(a) 참조).

*정회원, 성균관대학교 건축공학과 석사과정

**정회원, 성균관대학교 건축공학과 조교수

이 연구에서는 현행 ACI 규준식과 같이 간편하게 비틀림 모멘트를 평가할 수 있으며, 또한 비틀림에 대한 콘크리트와 철근량의 상호작용을 고려한 합리적인 비틀림 모멘트 식을 제안하고자 한다. 본문에서는 x 방향과 y 방향의 철근비에 따라 변화하는 비틀림 균열각 θ 를 적용한 ACI 규준식과 Collins 등의 수정 압축장 이론(Modified Compression Field Theory 이하, MCFT)^{3,4)} 및 Hsu 등의 회전각 연화 트러스 이론(Rotation Angle Softened Truss Model 이하, RA-STM)^{5,6)}을 이용하여 구한 비틀림 모멘트 값을 콘크리트의 비틀림 저항을 고려한 제안식과 비교하였다.

2. 공간 트러스 이론

현행 ACI 318-99 규준에서는 철근콘크리트 부재에 대하여 경사콘크리트 압축대의 각도 θ 를 30° 와 60° 사이의 각으로 하되 철근콘크리트 보에서는 45° 로 하여도 된다고 규정하고 있다. x 방향과 y 방향의 철근량에 따라 변화하는 비틀림 균열각도 θ 는 그림 1과 같은 트러스 모델의 힘의 평형 조건만을 이용하여 구할 수 있다.

그림 1은 박판 튜브의 힘의 상태를 나타낸다. 그림에서 q 는 튜브의 평균전단흐름을 나타내며, p_o 는 전단흐름의 중심선으로 둘러싸인 면적이다. ΔN 은 x 방향 철근의 인장력이고 $q/\tan\theta$ 는 콘크리트 압축대의 x 방향의 단위 길이당 전단흐름이다. 그림 1의 힘의 평형 조건은 다음과 같다.

$$T = 2qA_o \quad (2)$$

$$A_x f_x = \Delta N = (qp_o) \frac{1}{\tan\theta} = \frac{T}{2A_o} p_o \cot\theta \quad (3)$$

$$A_y f_y = sq \tan\theta = \frac{T_s}{2A_o} \tan\theta \quad (4)$$

여기서 A_x 는 x 방향 전체 철근의 단면적, A_y 는 비틀림 보강철근 간격내의 비틀림에 저항하는 폐쇄 보강철근 한 가닥의 단면적, f_x , f_y 는 각각 x 방향과 y 방향으로의 철근 응력이다. 식(3)과 식(4)를 $\tan\theta$ 에 대하여 정리하면 식(5)와 같다.

$$\tan\theta = \sqrt{\frac{p_o}{s} \frac{A_y f_y}{A_x f_x}} \quad (5)$$

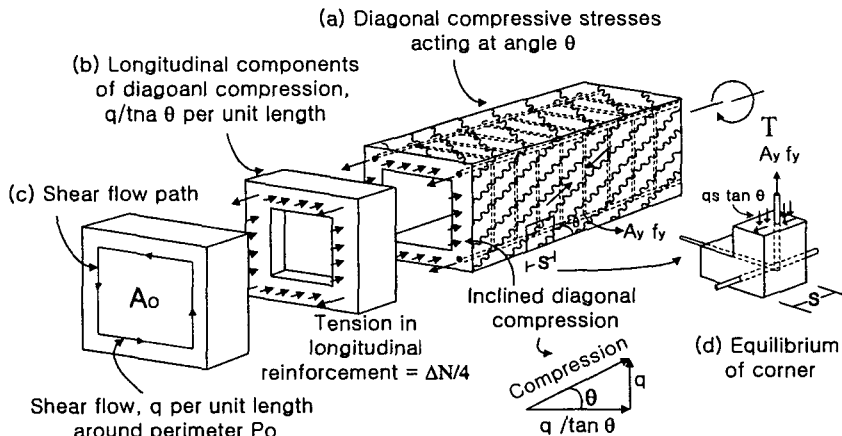


Fig. 1 Equilibrium conditions for cracked beam in torsion

식(5)에 $\rho_x = \frac{A_t}{\rho_o t_d}$, $\rho_y = \frac{A_t}{s t_d}$ 를 대입하고 x 방향 및 y 방향의 철근이 항복한다고 가정하여 균열각도 θ 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\cot \theta = \sqrt{\frac{\rho_x f_{yx}}{\rho_y f_{yy}}} \quad (6)$$

여기서 f_{xy} , f_{yy} 는 각각 x 및 y 방향 철근의 항복 응력이다.

본 연구에서는 이러한 철근량의 변화에 따른 균열각도를 고려한 ACI 규준과 대표적인 트러스 이론인 Collins 등의 MCFT 및 Hsu 등의 RA-STM으로 구한 비틀림 모멘트를 콘크리트의 비틀림 저항을 고려한 제안식과 비교하였다.

3. 콘크리트 저항을 고려한 비틀림 모멘트 제안식

식(1)의 ACI 규준식은 x 방향과 y 방향의 철근비에 따라 변화하는 균열각도, 식(6)을 이용하면 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$T_{ACI} = \frac{2A_o A_y f_{yy}}{s} \sqrt{\frac{\rho_x f_{yx}}{\rho_y f_{yy}}} \quad (7)$$

즉, 비틀림 모멘트 T_n 은 x 및 y 방향의 철근량에 직접적인 영향을 받으며 철근량이 증가할 수록 비례적으로 비틀림 모멘트도 증가한다. ACI 318-95 평가식은 공간 트러스 이론을 이용하여 ACI 318-89에서 사용된 콘크리트에 의한 비틀림 모멘트 저항을 무시하였다. 이러한 평가식은 비교적 간단히 비틀림 모멘트를 구할 수 있지만 그림 2(a)에 나타난 바와 같이 콘크리트와 철근량의 차이에 따른 비틀림 모멘트 값의 변화를 평가할 수 없다. 즉 그림 2(a)에서 철근량이 적을 경우 콘크리트의 전단 부담분이 커져 식(1)의 비틀림 모멘트는 실제 모멘트를 과소평가하고, 철근량이 많을 경우 콘크리트에 의한 전단 부담분이 작아 실제 모멘트를 과대 평가함을 알 수 있다. 이 논문에서는 현행 ACI 318-99와 같이 간편하지만, 콘크리트와 철근량의 상호 작용을 고려한 평가식을 식(8)과 같이 제안하고자 한다.

$$T_n = k_1 \frac{A_o A_y f_{yy}}{s} \cot \theta \quad (8)$$

이 논문에서는 식(8)의 계수 k_1 을 구하기 위하여 먼저 ACI 규준식에 콘크리트의 비틀림 강도 T_c 의 항을 추가하였다.

$$T_c = 0.21x^2y\sqrt{f_{ck}} \quad (9)$$

여기서 x 와 y 는 직사각형 단면의 짧은 변과 긴 변의 길이(cm)이고, f_{ck} 는 콘크리트 압축강도(kgf/cm²)이다. 트러스 모델을 이용한 철근의 비틀림 저항 T_{ACI} 에 콘크리트의 비틀림 저항 T_c 값을 그대로 추가할 경우 실제 부재의 성능을 과대 평가한다. 이것은 현행 규준식이 콘크리트의 비틀림 저항을 배제한 대신에 철근의 비틀림 저항을 다소 과대 평가하기 때문이다.

콘크리트의 비틀림 강도를 포함한 공칭 비틀림 모멘트는 ACI 318-95 이전의 규준식에서 아래와 같이 제안한 바 있다.

$$T_n = T_c + \alpha_t \frac{2A_{oh}A_y f_{yy}}{s} \quad (10)$$

여기서 A_{oh} 는 폐쇄 스테럽으로 둘러싸인 단면적이다. 보강철근의 비틀림 강도에 대하여서는 Rausch의 45°공간 트러스 모델을 이용하여 구한다. 그러나 Rausch의 45°공간 트러스 모델은 부재의 비틀림 강도를 실제값에 비하여 상당히 크게 평가한다. 따라서 트러스 모델에서 얻은 비틀림 상수 2 대신에 $\alpha_t = 0.66 + 0.33 y_1/x_1 \leq 1.5$ 를 대입하여 철근의 역할을 줄였다. ACI 318-95 규준식은 이전 규준식이 복잡하여 설계에 적용하기 어려운 점을 감안하여 콘크리트의 비틀림 저항을 0으로 하여 모든 비틀림을 철근이 받는 것으로 가정하였다. 그러나 상수 2는 그대로 사용하되 A_{oh} 는 임의적인 가정을 이용하여 A_o 로 줄이고 균열각도의 변화를 고려하였다. 즉, 콘크리트의 저항을 배제함으로써 인하여 줄여진 부재의 성능에 대하여 철근의 저항을 다소 과대 평가함으로써 보완한 것이다. 따라서 콘크리트의 비틀림 저항에 현행 규준식이 제안하는 철근의 비틀림 저항을 더할 경우 부재의 성능을 과대 평가하게 된다. 그러므로 콘크리트의 비틀림 저항을 고려함으로써 인한 공칭 비틀림 모멘트의 증가량에 대하여 식(1)의 상수 2 대신에 ACI 318-95 이전의 규준식에서 사용한 계수값 α_t 를 이용하여 공칭 비틀림 모멘트를 구하여 보았다.

콘크리트의 비틀림 저항을 포함한 공칭 비틀림 모멘트 식을 철근의 비틀림 저항만을 고려한 ACI 규준식, T_{ACI} 에 대하여 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$T_n = kT_{ACI} \quad (11)$$

여기서 k 는 보강철근의 철근량과 콘크리트의 압축강도에 관한 함수 $k = f(\rho_x, \rho_y, f_{yx}, f_{yy}, f'_c)$ 로 나타나며 α_t 를 대입하여 얻은 실제값은 다음과 같다.

$$k = \frac{\sqrt{f'_c}}{\sqrt{\rho_x f_{yx} + \rho_y f_{yy}}} \left(10.5 \frac{x}{t_d} + \frac{\sqrt{\rho_x f_{yx} \cdot \rho_y f_{yy}}}{\sqrt{f'_c}} \right) \quad (12)$$

식(12)를 간략화하여 콘크리트의 비틀림 저항을 포함한 공칭 비틀림 모멘트는 다음과 같다.

$$T_n = k_1 \frac{A_o A_y f_{yy}}{s} \cot \theta \quad (13)$$

여기서 $k_1 = 8 \left(\frac{f'_c}{\rho_x f_{yx} + \rho_y f_{yy}} \right)^{0.4}$ 이고 ρ_x, ρ_y 는 각각 x 및 y 방향 철근비(%)이다.

그림 2는 PCA(Portland Cement Association)와 토론토 및 캘거리대학에서의 보의 비틀림 실험에서 얻은 총 66개 보의 비틀림 모멘트 값과 ACI 규준, MCFT와 RA-STM 그리고 제안식의 공칭 비틀림 모멘트 값을 비교한 것이다. 그림 2(a)는 ACI 규준에 대한 실험값과 철근량에 대한 관계이다. 철근량이 증가할수록 비틀림 모멘트도 비례적으로 증가하는 경향을 나타내었다. 따라서 현행 ACI 규준식은 $(\rho_x f_{yx} + \rho_y f_{yy})/f'_c$ 이 작은 경우에는 과소 평가한다. 그림 2(b),(c)는 MCFT 및 RA-STM에 대한 것이다. RA-STM이 부재의 성능을 다소 과소평가하였으나 이러한 트러스 모델에 의한 해석은 대체적으로 ACI 규준식과 유사한 분포를 나타내었다. 이것은 MCFT와 RA-STM의 해석 방법이 A_o 값에 약간의 차

이가 있을 뿐 나머지는 ACI 규준식과 같기 때문이다. 그림 2(d)는 철근량에 따른 제안식과 실험값의 비교이다. 콘크리트의 비틀림 저항을 고려한 제안식은 부재의 비틀림 모멘트를 매우 정확하게 나타내었다. 제안식이 콘크리트와 철근량의 상호작용에 의한 모멘트의 변화를 타당하게 평가할 수 있기 때문이다.

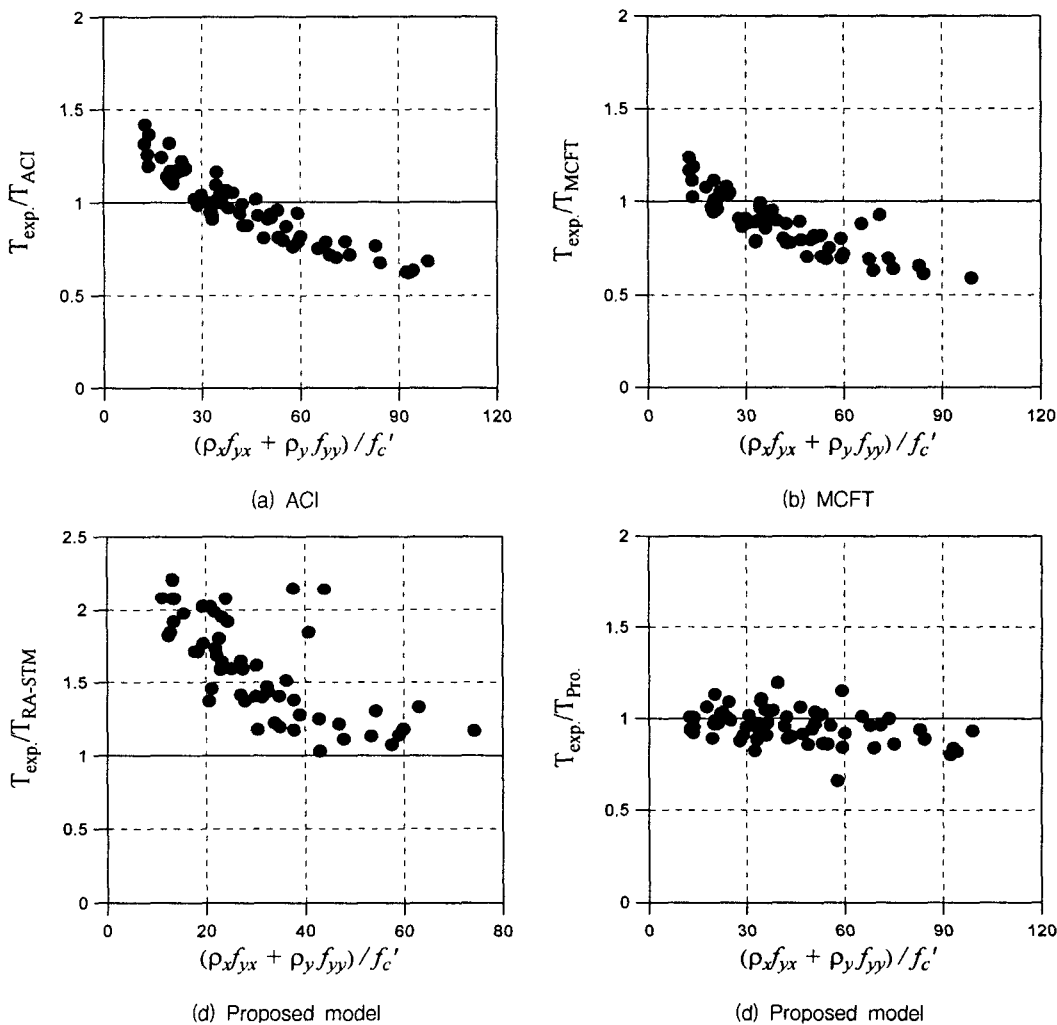


Fig. 2 $T_{exp.}/T_{calc.}$ versus total amount of reinforcement

Table 1. Comparison of nominal torsional strengths

	Ratio of experimental to analytical results					
	ACI 318-99	MCFT	RA-STM	$T_c + T_{ACI}$	$T_c + \alpha_t T_{ACI}$	Proposed model
Average	0.968	0.881	1.587	0.768	1.106	0.957
Standard Deviation	0.198	0.151	0.339	0.105	0.123	0.095
Variation Coefficient	0.205	0.172	0.214	0.137	0.111	0.099

표 1은 보의 실험값과 ACI 기준 그리고 MCFT 및 RA-STM으로 구한 비틀림 모멘트에 대하여 평균, 표준편차 및 변동계수에 대하여 제안식과 비교한 것이다. 표에서는 기준식에 콘크리트의 비틀림 저항을 더한 경우와 철근의 비틀림 저항에 α_s 를 보정하여 구한 비틀림 모멘트 값도 같이 비교하였다. ACI 기준식에 콘크리트의 비틀림 강도를 더한 것보다 철근의 비틀림 저항을 α_s 값으로 줄여 비틀림 강도를 계산했을 때가 부재의 비틀림 모멘트를 보다 합리적으로 평가하였다.

4. 결론

순수 비틀림을 받는 철근콘크리트 보의 비틀림 강도에 대하여 ACI 기준과 본 논문이 제안한 식의 결과를 비교하여 얻은 결론은 다음과 같다.

1) ACI 기준은 보강근의 비틀림 저항만을 고려하여 철근량이 매우 적을 경우 부재의 성능을 과소 평가하였고 철근량이 매우 많을 경우 부재의 비틀림 강도를 과대 평가하였다.

2) 콘크리트의 비틀림 저항을 포함할 경우 콘크리트와 철근량의 상호작용에 의한 모멘트의 변화를 고려하여 제안식은 부재의 성능을 매우 정확하게 표현하였다.

참고문헌

1. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete(318-99) and Commentary(318R-99)," American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., 1999, pp.149-155.
2. J. G. MacGregor and M. G. Ghoneim, "Design for Torsion," *ACI Structural Journal*, Vol. 92, No. 2, Mar.-Apr. 1995, pp.211-218.
3. Frank J. Vecchio and Michael P. Collins, "The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear," *ACI Journal, Proceedings* Vol. 83, No. 2, Mar.-Apr. 1986, pp.219-231.
4. Michael P. Collins and Denis Mitchell, *Prestressed Concrete Structures*, Prentice-Hall, Inc., 1991, pp. 380-441.
5. Thomas T. C. Hsu, "Softened Truss Model Theory for Shear and Torsion," *ACI Structural Journal*, Vol. 85, No. 6, Nov.-Dec. 1988, pp.624-635.
6. Thomas T. C. Hsu, "Nonlinear Analysis of Concrete Membrane Elements," *ACI Structural Journal*, Vol. 88, No. 5, Sep.-Oct. 1991, pp.552-561.
7. Thomas T. C. Hsu and Y. L. Mo, "Softening of Concrete in Torsional Members-Design Recommendations," *ACI Journal, Proceedings*, Vol. 82, No. 4, Jul.-Aug. 1985, pp.443-452.
8. Thomas T. C. Hsu, *Unified Theory of Reinforced Concrete*, CRC Press, Inc., 1993, pp.257-285.
9. Denis Mitchell and Michael P. Collins, "Diagonal Compression Field Theory-A Rational Model for Structural Concrete in Pure Torsion," *ACI Journal, Proceedings* Vol. 71, Aug. 1974, pp.396-408.
10. Xiao-Bo and Thomas T. C. Hsu, "Fixed Angle Softened Truss Model for Reinforced Concrete," *ACI Structural Journal*, Vol. 93, No. 2, Mar.-Apr. 1996, pp.197-207.
11. Khaldoun N. Rahal and Michael P. Collins, "Simple Model for Predicting Torsional Strength of Reinforced and Prestressed Concrete Sections," *ACI Structural Journal*, Vol. 93, No. 6, Nov.-Dec. 1996, pp.197-207.
12. 박창규, "콘크리트의 인장강성을 고려한 RC보의 공칭비틀림 강도," *한국콘크리트학회논문집*, 제14권 1호, 2002, pp.24-32.