

판유리의 열처리에 의한 잔류 응력

공진학, 정관수, 강태진
 서울대학교 공과대학 재료공학부

Residual Stress in Tempered Plate Glasses

Jinhak Kong, Kwansoo Chung and Tae Jin Kang

School of Materials Science and Engineering, College of Engineering, Seoul National University, 56-1 Shinlim-dong, Kwanak-ku, Seoul 151-742, South Korea

1. 서론

유리는 광학적으로 우수한 재료이나, 역학적 성질이 취약하여 이를 보완하기 위해 열처리 공정을 받게 된다. 열처리 공정에서 유리는 두께 방향으로 분포를 가지는 잔류 응력을 얻게 되고 이로부터 유리는 물성의 향상을 얻을 수 있다. 본 연구의 목적은 잔류 응력을 구하는 기존 방법[1]에 개선된 수치 해석법[2]을 도입하고, 보다 정확한 열변형율의 계산[2]을 통해, 기존의 잔류 응력 값[1]보다 향상된 잔류 응력 값을 구하는데 있다.

본 연구에서는 주변의 온도가 유리와 같은 온도였다가 갑자기 상온으로 떨어져 변하지 않고, 유리 표면의 열전달 계수가 변하지 않는 상수인 상황을 경계조건으로 하였고, 유리를 점탄성 물질로 가정하고 여기에 전이 영역에서의 유리의 비체적 변화를 도입한 Structural 모델[1,2]을 도입하였다. 그리고 기하학적인 해석의 편이를 위해 판유리의 열처리 공정만을 생각하였으며, Soda-Lime Silicate Glass에 전혀 외력이 가해지지 않는 경우를 고려하였다.

2. 이론

두께에 비해 길이와 폭이 큰 판유리에서는 열처리 과정의 모든 변수가 시간과 두께 방향의 위치에만 영향을 받는 평면 응력 문제로 단순화되며, 특히 길이와 폭 방향의 변형율은 적합조건에 의해 단지 시간에만 영향을 받는 변수가 된다. 여기에 열 유변학적 단순화 원리[4]를 도입하여 점탄성 물질의 구성 방정식인 Hereditary 식을 전개하면 식 (1)을 유도할 수 있다.

$$\sigma(x, t) = \int_0^t A(\xi(x, t) - \xi(x, t')) \frac{d[\epsilon(t') - \epsilon_{th}(x, t')]}{dt'} dt' \quad (1)$$

여기서 함수 A는 Relaxation Modulus 함수와 Bulk Modulus 함수로부터 구하는 보조 Modulus 함수이며, ξ 는 환산시간(Reduced Time)이고, σ 와 ϵ 는 각각 길이와 폭 방향의 응력과 변형율이며, ϵ_{th} 는 열변형율이다. 실제 잔류 응력은 식 (1)과 외력이 전혀 없는 상태의 힘 평형 방정식을 Iteration 방법으로 풀어 얻을 수 있다. 한편,

Structural 모델에서 ξ 와 ε_{th} 는 각각 다음의 식 (2)과 식 (3)으로부터 얻는다.

$$\xi = \int_0^t \exp\left(\frac{H}{R}\left\{\chi\left(\frac{1}{T_R} - \frac{1}{T(x,t)}\right) + (1-\chi)\left(\frac{1}{T_R} - \frac{1}{T_f(x,t)}\right)\right\}\right) dt' \quad (2)$$

$$\varepsilon_{th}(x,t) = \alpha_f [T_f(x,t) - T_0] + \alpha_g [T(x,t) - T_f(x,t)] \quad (3)$$

여기서 H 와 R 은 각각 엔탈피와 이상기체상수이며, T_R 와 T_0 는 각각 기준온도, 열처리 시작의 온도이며, χ 는 실험적으로 얻는 값이고, α_f 와 α_g 는 각각 열변형율에 대한 액체상태와 Glassy 상태의 열팽창 계수로 기존의 경우는 상수로 가정한다. 그리고 T_f 는 유리의 미세 구조와 관련된 가상온도로 식 (4)로부터 얻을 수 있다.

$$T_f(x,t) = T(x,t) - \int_0^t M(\xi(x,t) - \xi(x,t')) \frac{dT(x,t')}{dt'} dt' \quad (4)$$

여기서 함수 M 는 Normalized Relaxation Modulus 함수로 표현된다[1]. 그리고 경계조건에 의한 온도 변화 $T(x,t)$ 는 Lee의 연구 결과[5]를 이용하였다.

기존의 연구[1]에서는 유리의 Glassy 상태의 열팽창 계수를 상수로 가정하여 식 (3)을 그대로 이용하나, 열팽창 계수가 온도에 대하여 상수가 아님은 당연하다. 본 연구에서는 이를 보완하기 위해 각 온도 구간에 따라 다른 값의 열팽창 계수를 이용하여 정확한 열변형을 구하였다. Table.1은 각 온도 구간에 따른 열팽창 계수 값이다 [2].

3. 수치해석법

$A(t) = \sum_i a_i \exp(-t/\lambda_i)$ 와 $\sigma(x,t) = \sum_i \sigma_i(x,t)$ 를 식 (1)에 도입하면

$$\sigma_i(x,t_n) \approx \sigma_i(x,t_{n-1}) \exp\left(-\frac{\xi(x,t_n) - \xi(x,t_{n-1})}{\lambda_i}\right) + A_i^*(\Delta t_n) [\varepsilon(t_n) - \varepsilon(t_{n-1}) - \varepsilon_{th}(x,t_n) + \varepsilon_{th}(x,t_{n-1})] \quad (5)$$

이 된다. 여기서 A_i^* 는 다음과 같이 표현된다.

$$A_i^*(\Delta t_n) = \frac{1}{t_n - t_{n-1}} \left\{ \int_{t_{n-1}}^{t_n} a_i \exp\left(-\frac{\xi(x,t_n) - \xi(x,t')}{\lambda_i}\right) dt' \right\} \quad (6)$$

식 (6)의 적분을 위해 개선된 적분법은 적분의 정확성과 효율성 향상을 위해 적분점의 위치를 개선한 3점적분법과 짧은 적분구간 안에서 환산시간 ξ 가 시간 t 에 대해 선형이라는 가정을 도입하여 직접 적분을 수행하는 방법을 조합한 혼합 적분법이며, Table.2은 적분점의 위치와 가중치이다. 적분점의 위치에 대한 보완으로 식 (5)에서 계산 시 사용되는 데이터를 이용해 2점적분과 유사한 계산량으로 3점 적분을 수행할 수 있어 정확도와 효율성 향상을 크게 기대할 수 있다. 또한 선형이라는 가정을 도입하여 직접 적분을 수행하면 대부분의 영역에서 부정확하나 ξ 가 큰 영역에서는 다른 적분법보다 정확한 결과를 얻을 수 있는데 이를 도입한 혼합 적분법은 ξ 가 큰 영역에

서도 높은 정확성을 유지할 수 있다[2]. 그리고 환산시간에 대한 수치해석은 1984년의 Markovsky의 논문[6]을 이용하였다.

4. 프로그래밍 결과와 요약

Fig.1 (a)는 열처리 시작 시 온도가 616°C이며 주변의 온도는 25°C로 고정되고, 결국 유리도 25°C가 되며 유리 표면에서의 열전달 계수는 공기에 의한 강제 대류 상태에 준하는 $0.0045 \text{ cal/cm} \cdot \text{s} \cdot \text{K}$ 의 값을 가지는 경우의 결과로 유리 내부의 가운데 부분의 잔류 응력 값이 1197 nm/cm 이 나온다. 그리고 기존의 잔류 응력 값[1]은 1332 nm/cm 이며, 실제 실험에 의해 측정된 값은 1190 nm/cm 이므로, 기존의 오차를 11.9%이며 본 연구의 오차율은 0.588%이다. 응력 단위는 실제 실험에서 잔류 응력값을 광학적 방법으로 측정하기 때문에 nm/cm 단위를 사용하였으며, 1 nm/cm 는 3.826 N/cm^2 의 값을 가진다.

Fig.1 (b)는 열처리 공정 변수인 열처리 시작의 온도와 유리 표면의 열전달 계수 값을 달리하였을 때의 결과이다. 다양한 시작 온도와 열전달 계수 값에서도 본 연구의 결과가 정확한 결과를 보임을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 기존의 연구[1]에 개선된 수치해석법과 열변형율[2]을 도입하여 열처리 시 발생하는 잔류 응력을 해석해 보았다. 우선, 적분 계산의 효율성과 정확도의 향상을 위해 적분점의 위치를 개선한 3점 적분법과 작은 적분 구간에서의 환산 시간과 실제 시간이 선형적으로 변한다는 가정을 이용하여 직접 적분을 하는 선형 적분법의 혼합 적분법을 도입하였으며, 다음으로는 Glassy State의 열팽창율이 온도에 대한 함수임을 고려하여 각 온도 구간에 따라 다른 값을 가지는 열팽창 계수를 도입하여 정확한 열변형율을 계산할 수 있었다. 이러한 두 가지 개선된 방법의 도입 결과로 보다 정확한 잔류 응력 값을 구할 수 있었다.

감사의 글

본 연구는 과학기술부의 국가 지정 연구실 사업을 통하여 지원되었으며 이에 감사드립니다.

6. 참고문헌

1. O.S. Narayanasamy, "Stress and Structural Relaxation in Tempering Glass", J. Am. Ceram. Soc., 61[3-4], p.146-152(1978)
2. R.S. Chambers, "Numerical Integration of the Hereditary Integrals in a Viscoelastic Model for Glass", J. Am. Ceram. Soc., 75[8], p.2213-2218(1992)
3. O.S. Narayanaswamy, "Material Models of Glass in the Simulation of the Tempering Process", Ceramic Transactions, 29, p.315-328(1993)
4. C.R. Kurkjin, "Relaxation of Torsional Stress in the Transformation Range

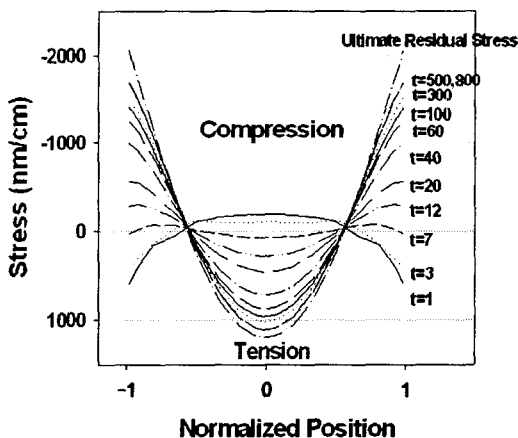
- of a Soda-Lime-Silica Glass", Phys. Chem. Glasses, 4[4], p.128-136(1963)
5. E.H. Lee, T.G. Rogers and T.C. Woo, "Residual Stresses in a Glass Plate Cooled Symmetrically from Both Surfaces", J. Am. Ceram. Soc., 48[9], p.480-487(1965)
6. A. Markovsky and T.F. Soules, "An Efficient and Stable Algorithm for Calculating Fictive Temperature", J. Am. Ceram. Soc., 67[4], C-56-C57(1984)

Table.1 Thermal Properties of a Soda-Lime-Silicate Glass

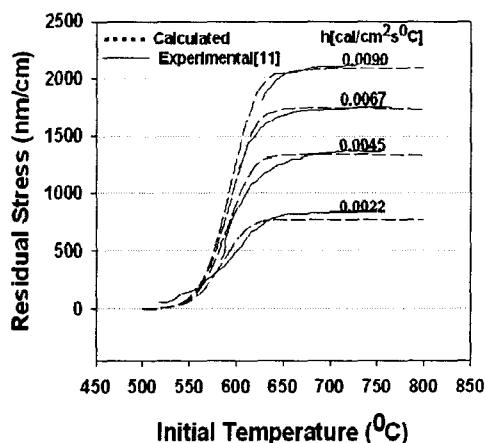
Temperature(°C)	20-106	106-187	187-264	264-337	337-407	407-474	747-538	538-600
α	7.982	8.501	8.990	9.454	9.896	10.32	10.73	11.12

Table.2 Coordinates and Weighting Coefficients of the New Three-Point Method

i	x_i	w_i
1	-.289898	1.024972
2	.689898	.7528061
3	-1.00000	.2222222



(a)



(b)

Fig.1 Residual Stress of Glass during Tempering Process: (a) Stress Distribution as Time Increases, (b) Dependence of Central Residual Tension on Initial Temperature and Heat Transfer Coefficient