

롤 드래프트 존 내의 섬유의 동적거동에 대한 모델링

허 유, 김종성

경희대학교 섬유공학과

Modeling of Fiber Dynamics in Roll Draft Zone

You Huh, Jong S Kim

Department of Textile Engineering, Kyunghee University, Yongin, Korea,

1. Introduction

드래프팅은 staple yarn의 생산에 있어 대단히 중요한 조작이다. 이 조작은 여러 단계의 방적공정에서 반복 수행되며 각 공정에서 다음 공정에 적합하도록 두께를 가늘게 하고 집속체의 불균제를 최소화하여 제품의 품질을 결정하는데 그 중요한 역할을 한다. 지금까지 드래프트 전후의 슬라이버 상태에 관한 연구는 많이 이루어져 왔지만, 드래프트 존 내의 슬라이버의 동적거동에 대한 모델 연구는 아직 미흡한 실정이다. 본 연구에서는 슬라이버의 드래프트 존 내에서의 동적거동을 일반적인 물리법칙을 토대로 하여 기본방정식을 얻었다. 슬라이버에 작용하는 surface force는 fibers 사이의 마찰력으로 생각하고, surface force와 변형과의 관계를 묘사하는 구성방정식은 슬라이버의 움직임을 나타내는 대표적인 물리적 변수를 고려하여 설정하였으며 이를 실험적으로 확인하였다.

2. Modeling

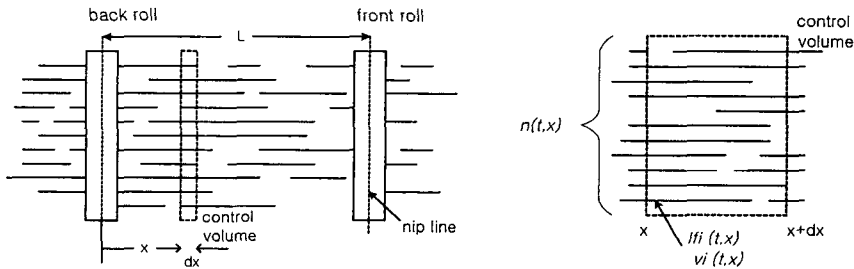


fig. 1 Schematic drawing of the drafting zone

2.1. Assumption

드래프트 존 내의 섬유의 거동을 모델링 하기 위하여 다음의 가정을 따르기로 한다.

- 1) 슬라이버는 더 많이 또는 덜 퍼진 평행한 상태로 배열된 집속체로 취급한다.
- 2) 모든 구성섬유의 선밀도는 같다.
- 3) 섬유들은 드래프팅 방향에 평행하게 흐른다.
- 4) 섬유의 흐름은 오직 섬유간 마찰에 의하여 끌리는 힘에 의해서만 발생한다.

모델링을 위하여 사용된 변수는 다음과 같다.

$lb(t,x)$: back roll의 nip line으로부터 시간 t 동안 떨어진 위치 x 에서 슬라이버의 선밀도

$v(t,x)$: 시간 t , 위치 x 에서 섬유속의 평균 속도.

$n(t,x)$: 시간 t , 위치 x 에서 쌓여있는 섬유의 수.

$lfi(t,x)$: 시간 t , 위치 x 의 슬라이버 내부에 있는 i 번째 섬유의 선밀도(모든 구성섬유
의 선밀도는 lf 로 같고 일정하다고 가정).

$vi(t,x)$: 시간 t , 위치 x 의 슬라이버 내부에 있는 i 번째 섬유의 속도.

$f(t,x)$: 시간 t , 위치 x 의 control volume에 작용하는 surface force.

μ : 슬라이버의 점성계수.

a : 속도분산에 대한 변수.

2.2. Fundamental Equation System

2.2.1. Mass Balance

Fig. 1에 주어진 control volume에 대하여 질량보존에 따르면, control volume 내 섬유의 질량 변화율은 surface x 를 통해 들어가는 섬유의 mass flow rate와 surface $x+dx$ 를 통해 나오는 섬유의 mass flow rate의 차이로 나타낼 수 있으므로

$$\frac{d\left\{\sum_{i=1}^{n(t,x)} lfi(t,x) \cdot dx\right\}}{dt} = lb(t,x) + v(t,x) - lb(t,x+dx) \cdot v(t,x+dx) \quad (1)$$

으로 주어진다. 식(1)을 정리하면 선밀도와 평균속도와의 관계는 식(2)으로 나타난다.

$$\frac{\partial\{lb(t,x)\}}{\partial t} = -\frac{\partial\{lb(t,x) \cdot v(t,x)\}}{\partial x} \quad (2)$$

2.2.2. Momentum Balance

Fig. 1에 주어진 control volume의 운동량의 총 변화율은 surface x 를 지나 들어가는 슬라이버의 kinetic momentum rate와 $x+dx$ 를 지나 나오는 슬라이버의 kinetic momentum rate와의 차이, 그리고 여기에 surface x 에 작용하는 surface force와 $x+dx$ 에 작용하는 surface force와의 차이의 차로 나타낼 수 있으므로

$$\frac{\partial}{\partial t}\{lb(t,x) \cdot dx \cdot v(t,x)\} = lb(t,x) \cdot \{v(t,x)^2 + Var[vi(t,x)]\} - lb(t,x+dx) \cdot \{v(t,x+dx)^2 + Var[vi(t,x+dx)]\} + f(t,x+dx) - f(t,x) \quad (3)$$

으로 주어지며 이를 정리하면 식(4)이 된다.

$$\frac{\partial}{\partial t}\{lb(t,x) \cdot v(t,x)\} = -\frac{\partial}{\partial x}\{lb(t,x) \cdot v(t,x)^2\} - \frac{\partial}{\partial x}\{lb(t,x) \cdot Var[vi(t,x)]\} + \frac{\partial f(t,x)}{\partial x} \quad (4)$$

2.2.3. Constitutive Equation

Surface force와 fiber의 움직임과의 관계의 묘사에 있어, 마찰력이 슬라이버의 선 밀도와 위치에 따른 속도변화에 대하여 선형적인 관계에 있다고 가정하면 구성방정식은 식(5)과 같이 나타낼 수 있다.

$$f(t, x) \propto lb(t, x) \cdot \frac{\partial v(t, x)}{\partial x} \quad \mu : \text{frictional viscosity (constant)} \quad (5)$$

$$= \mu \cdot lb(t, x) \cdot \frac{\partial v(t, x)}{\partial x}$$

2.3. Model Simplification

위에 주어진 식(2), (4), (5)는 sliver의 동적거동을 묘사하는 equation system으로서 이는 변수가 서로 coupling 되어 있는 비선형의 문제이므로 이를 단순화하기 위하여 정상상태에서의 유체영역에서 고려하였다. 이러한 경우 시간에 대하여 선밀도와 속도의 변화는 일어나지 않는다. 따라서

$$\frac{\partial \{lb(t, x)\}}{\partial t} = 0, \quad \text{그리고} \quad \frac{\partial \{lb(t, x) \cdot v(t, x)\}}{\partial t} = 0 \quad \text{이다.}$$

식(1)로부터 $\frac{\partial \{lb(t, x) \cdot v(t, x)\}}{\partial x} = 0$, 식(2), (3)으로부터

$$f(t, x) = \mu \cdot lb(t, x) \cdot \frac{\partial v(t, x)}{\partial x} = lb(t, x) \cdot v(t, x)^2 + lb(t, x) \cdot \text{Var}[vi(t, x)] \quad (6)$$

$$\text{섬유의 속도분산을 } \text{Var}[vi(t, x)] = a \cdot v(t, x) \cdot (1 - \cos \frac{2\pi}{L} x), \quad a = \text{constant} \quad (7)$$

라고 가정하면 속도에 대한 equation은,

$$\mu \cdot \left\{ \frac{\partial v(t, x)}{\partial x} \right\} = v(t, x)^2 + a \cdot v(t, x) \cdot (1 - \cos \frac{2\pi}{L} x) \quad (8)$$

한편, $lb(t, x) \cdot v(t, x) = m_0$ 로 선밀도에 대한 equation은,

$$\mu \cdot \left\{ \frac{\partial lb(t, x)}{\partial x} \right\} + a \cdot (1 - \cos \frac{2\pi}{L} x) \cdot lb(t, x) = -m_0 \quad (9)$$

3. Simulation and Discussion

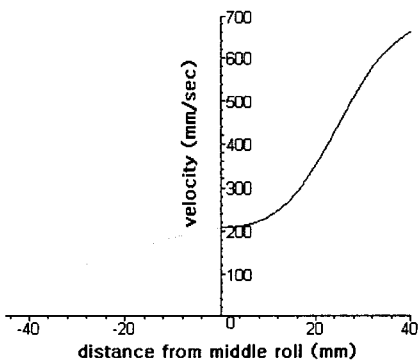


Fig.2 The profile of the mean velocity in the draft zone.

(v(0)=206, μ =55870, L=40, DR=3.2, a=1175)

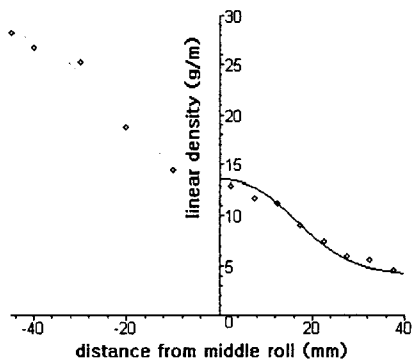


Fig.3 The profile of the linear density in the draft zone.

(v(0)=206, μ =55870, L=40, DR=3.2, a=1175)

드래프트 존 내에서 거동하는 섬유 집속체에 대한 simulation 결과는 속도분포의 경우 Fig. 2와 같이 back roll의 nip line으로부터 front roll 쪽으로 다가가면서 어느순간 급격히 가속되었다가 front roll의 nip line 근처에서 다시 감속이 일어나는 거동을

보여주며 선밀도의 경우는 속도분포의 영향을 받아 Fig. 3과 같이 나타남을 보여준다.

4. Experiment

슬라이버의 드래프팅이 일어나고 있는 드래프트 기구를 일시 중지시킨 후, 드래프팅 되고 있던 슬라이버를 채취하여 40mm, 20mm, 10mm, 5mm의 구간으로 나누어 각각의 무게를 측정하였으며 실험의 오차를 줄이기 위해 동일한 조건에서 6회 반복하여 평균 값을 취하였다. 또한 드래프트 비의 변동에 대한 영향을 알아보기 위하여 드래프트 비를 변화시키면서 동일한 실험을 행하였다. 실험에 사용된 시료는 평균섬유장이 27.3mm인 면섬유 슬라이버이며 roller gauge length는 40mm이다. Fig. 4와 Fig. 5는 실험결과를 보여주며 이는 Fig. 3에 나타난바와 같이 simulation결과와 잘 일치함을 알 수 있다.

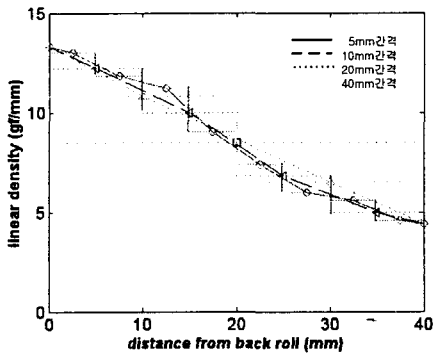


Fig.4 The linear density corresponded to measuring interval (DR:3.2)

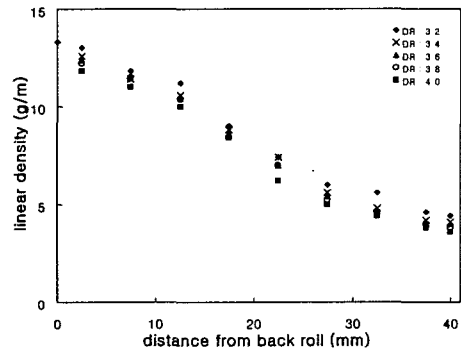


Fig.5 The linear density with the change of draft ratio

5. Conclusion

본 연구에서는 기본적인 물리법칙과 구성방정식을 토대로 드래프트 존 내에서의 섬유 동적거동에 대한 수학적 모델을 설정하였으며 이를 정상상태에서 해석하였다. 드래프트 비, 초기속도 그리고 경계조건 등에 의해 결정되는 상수 μ 와 α 를 본 모델에 적용시켜 simulation 하였으며 실험적 결과와 일치함을 확인하였다.

본 연구에서 확립한 수학적 모델을 바탕으로 드래프트 조건변화에 따른 섬유의 동적거동을 예측하고 슬라이버 불균제 제어에 관한 지속적인 연구가 이루어질 것이다.

References

1. G. Mandl, H. Noebauer, *The Infulence of Cotton-spinning Machinery on the Random Irregularity of Sliver and Yarn-partI, II, III*, J.T.I (1977)
2. Y.Huh, J.L.Woo. *Identification of the Dynamic Behavior of sliver by the Roller Drafting(I)*. J.Korean Fiber Soc. 30. 527 (1993)
3. Kevin R. Coombes, Jone Wiley & Son, Inc. *Differential Equations With MAPLE*.