

궤도모형에 따른 철도교량의 동적응답분석

The Dynamics Responses of Railway Bridges Considering the Track Model

김상효* 이용선** 정준*** 이준석****
Kim, Sang-Hyo Lee, Yong-Seon Jung, Jun Lee, Jun-Suk

ABSTRACT

The dynamic load effects, generated by moving trains, are transferred to the railway bridges through tracks. The dynamic load effects may vary due to the dynamic characteristics of the applied vehicle loads and the railway bridges including the track system. However, the track models have been neglected or simplified by spring elements in the most studies since it is quite complicated to consider the track systems in the dynamic analysis models of railway bridges. In this study track system on railway bridges are modeled using a three-dimensional discrete-support model that can simulate the load carrying behavior of tracks. A 40m simply supported prestressed concrete box-girder system adopted for high-speed railway bridges are modeled for simulation works. The train models are composed of 20 cars for KTX.

The dynamic response of railway bridges are found to be affected depending on whether the track model is considered for not. The influencing rate depends on the traveling speed and different wheel-axle distance. The dynamic bridge response decreases remarkably by the track systems around the resonant frequency. Therefore, the resonance effect can be reduced by modifying the track properties in the railway bridge, especially for KTX trains.

1. 서 론

열차가 교량을 주행할 때 발생하는 동적하중은 궤과 레일의 마찰에 의한 진동, 이동축중의 주기적 재하에 의한 진동, 차량자체의 진동 등으로 구별할 수 있다. 이러한 진동을 유발시키는 하중들은 궤도구조를 통하여 교량으로 전달되며, 이때 전달되는 하중은 작용하중의 진동수와 궤도의 동적특성에 따라서 교량의 동적응답 또한 달라질 수 있다. 철도교량의 진동해석에 있어서 궤도구조물의 역할은 거의 무시되거나 극히 일부분만이 반영되어 왔다. 하지만 도로교와 달리 반복하중의 특성을 갖는 열차하중과 교량특성에 의해 발생하는 현상은 열차하중이 궤도를 통하여 전달되는 과정에서 변하게 되므로 궤도를 고려하지 않았을 때와 다른 특성을 나타낼 수 있다.

* 정회원·연세대학교 사회환경시스템공학부 교수	02-2123-2804	sanghyo@yonsei.ac.kr
** 정회원·연세대학교 토목공학과 박사과정	02-2123-2804	king2@yonsei.ac.kr
*** 수석엔지니어링 구조부	02-2142-9233	beautifullad@hanmail.net
**** 정회원·철도기술연구원 철도토목연구팀 책임연구원	031-461-8531	islee@krri.re.kr

따라서 본 연구에서는 교량, 차량과 궤도가 분리되어 궤도구조의 특성을 편리하게 고려할 수 있는 효율적인 모형을 제시하여 KTX 주행시 궤도구조물이 교량응답에 미치는 영향을 분석하고자 한다.

2. 궤도를 고려한 철도교량의 동적응답분석을 위한 모형화

2.1 궤도의 모형화

궤도를 고려한 철도교량의 동적응답 분석을 위해 궤도를 그림 1과 같이 3차원 이산지지 모형으로 모형화하였다. 레일(m_r)과 침목(m_s)을 질량체로 놓고, 감쇠-스프링 요소로써 레일패드(K_w, D_w)와 도상(K_b, D_b)을 각각 모형화하였으며, 레일과 침목에 대하여 힘과 가속도의 관계식을 이용하여 운동방정식을 유도하였다.

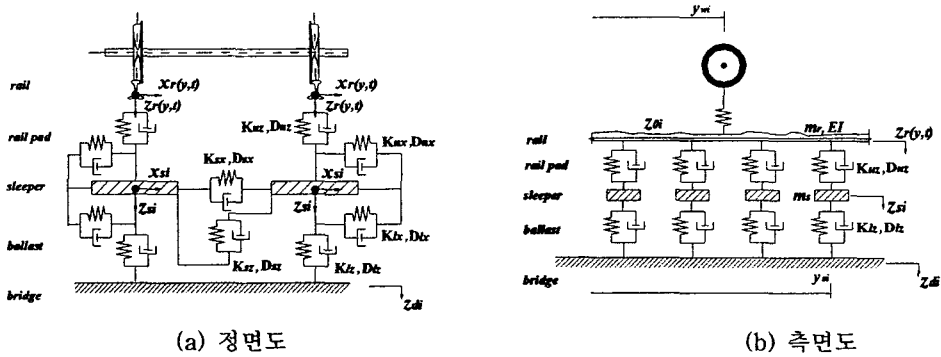


그림 1 3차원 이산지지 궤도 모형

차륜하중을 받는 레일의 운동방정식은 식(1)과 같다.

$$EI_x \frac{\partial^4 z_r(y, t)}{\partial y^4} + m_r \frac{\partial^2 z_r(y, t)}{\partial t^2} = - \sum_{i=1}^{N_s} P_{rzi}(t) \delta(y - y_{bi}) + \sum_{i=1}^{N_w} P_{zi}(t) \delta(y - y_{wi}) \quad (1)$$

여기서, $\delta(y)$: Dirac delta function이고, $P_{rzi}(t) = K_{uzi} z_{r, (y_{bi}, t)} - z_{ri}(t) + C_{uzi} \dot{z}_r(y_{bi}, t) - \dot{z}_{ri}(t)$, $P_{zi}(t) = K_{hzi} z_{w, (t) - z_{wi}(t)} + C_{hzi} \dot{z}_{wi}(t) - \dot{z}_r(y_{wi}, t) - \dot{z}_{wi}(t)$ 이다.

편미분 방정식을 풀기위해 식(2)와 같이 형상함수를 가정하였다. 이때 레일의 변위는 식(3)과 같이 나타내어진다.

$$Y_k(y) = \sqrt{\frac{2}{m_r l}} \sin \frac{k\pi y}{l} \quad (2)$$

$$z_r(y, t) = \sum_{k=1}^{N_k} Y_k(y) q_k(t) \quad (3)$$

여기서, $q_k(t)$ 는 k 번째 모드의 시간에 따른 좌표를 나타내며 N_k 는 전체 모드의 개수이다. 해석결과 N_k 는 60이상일 때 좋은 수렴 해가 얻어짐을 알 수 있었다. 식(1)에 식(2)와 식(3)을 대입하여 정리하면 식(4)와 같다.

$$\ddot{q}_{zk}(t) + \sum_{i=1}^{N_s} C_{uzi} Y_k(y_{bi}) \sum_{n=1}^{N_k} Y_n(y_{bi}) \dot{q}_{zn}(t) + \frac{EI}{m_r} \left(\frac{k\pi}{l} \right) q_{zk}(k) + \sum_{i=1}^{N_s} K_{uzi} Y_k(y_{bi}) \sum_{n=1}^{N_k} Y_n(y_{bi}) q_{zn}(t) - \sum_{i=1}^{N_s} C_{uzi} Y_k(y_{bi}) \dot{z}_{si} - \sum_{i=1}^{N_s} K_{uzi} Y_k(y_{bi}) z_{si} = \sum_{i=1}^{N_k} K_{hz} z_{wi}(t) - \sum_{n=1}^{N_k} Y_n(y_{wi}) q_{zn}(t) - z_{0i} \quad (4)$$

$$+ \sum_{i=1}^{N_k} C_{hz} \dot{z}_{wi}(t) - \sum_{n=1}^{N_k} Y_n(y_{wi}) \dot{q}_{zn}(t) - \dot{z}_{0i}, \quad k=1, 2, \dots, N_k$$

수평방향에 대한 운동 방정식도 같은 과정으로 유도할 수 있으며 우측과 좌측 레일을 분리하여 유도하므로 레일에서 $4N_k$ 개의 운동방정식을 구성할 수 있다.

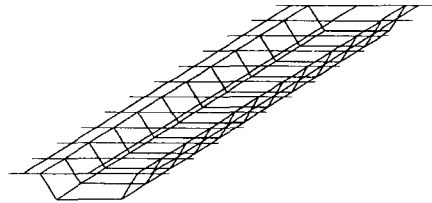
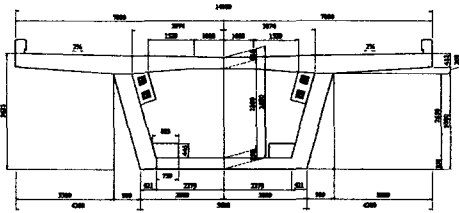
침목의 운동방정식은 식(5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$m_s \ddot{z}_{si}(t) + \{C_{uzi} + C_{lzi}\} \dot{z}_{si}(t) + \{K_{uzi} + K_{lzi}\} z_{si}(t) - C_{lzi} \dot{z}_{di}(t) - K_{lzi} z_{di}(t) - C_{uzi} \sum_{k=1}^{N_k} Y_k(y_{bi}) \dot{q}_{Rzk}(t) - K_{uzi} \sum_{k=1}^{N_k} Y_k(y_{bi}) q_{Rzk}(t) + K_{sz} \{z_{si}(t) - z_{s(i+N_s)}(t)\} + C_{sz} \{\dot{z}_{si}(t) - \dot{z}_{s(i+N_s)}(t)\} = 0, \quad i=1, 2, \dots, N_s \quad (5)$$

좌·우측 침목에 대하여 수평, 연직방향을 고려하면 $4N_s$ 개의 운동 방정식을 구성할 수 있다.

2.2 교량의 모형화

본 연구에서는 교량의 휨, 전단, 비틀림 모두를 파악할 수 있도록 보요소와 강결된 절점에 의하여 상호 연결된 것으로 근사화하는 3차원 뼈대요소모형을 사용하여, 그림 2(a)와 같은 40m 단순 PSC박스거더교의 고속철도교량을 그림 2(b)과 같이 모형화하였다.



(a) PSC박스거더교 단면도 (단위:mm) (b) PSC박스거더교에 대한 3차원 뼈대요소모형
그림 2 PSC박스거더교의 모형화

2.3 차량의 모형화

국내 경부고속철도에 도입되는 KTX의 정규편성은 기본적으로 동력차 2량, 동력객차 2량 및 객차 16량(키객차 포함)의 총 20량으로 구성되어 있다. 즉 KTX 정규편성의 앞뒤에 동력차(38dof)와 동력객차(22dof)가 위치하고 객차(22dof) 16량은 그 사이에 위치하는데, 그 기본구성은 그림 3과 같이 10번 객차(키객차 38dof)를 중심으로 대칭적으로 배치되어 있다. 각 차량 그림 4~그림 7과 같이 모형화하였다.

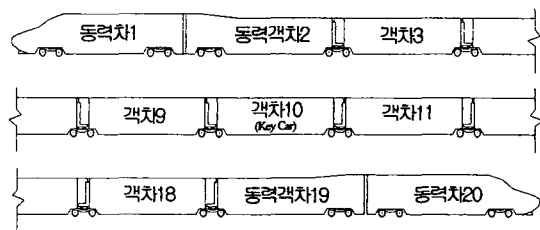


그림 3 KTX 20량 1편성

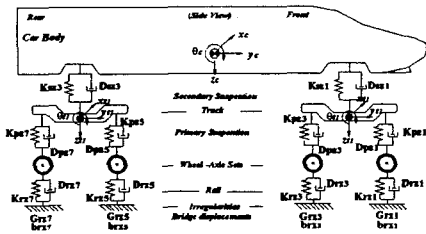


그림 4 동력차의 모형화

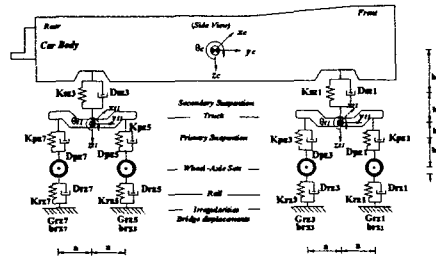


그림 5 동력객차

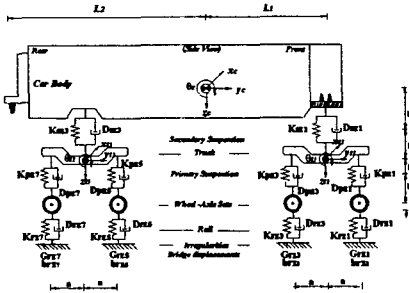


그림 6 객차

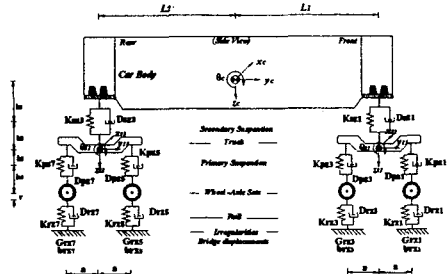


그림 7 키객차

2.4 차륜과 레일 사이의 상호작용력

차륜과 레일의 접촉점에서의 상호 작용력(F)과 압축변위(y)는 Herzian 접촉강성을 이용해서 나타낼 수 있으며 아래의 식(6)과 같이 비선형 관계식이 된다.

$$F = c_H y^{3/2} \quad (6)$$

여기서, $c_H(Nm^{-3/2})$ 는 재료의 특성과 차륜의 반경에 따른 상수이고, 변환함수를 이용해서 선형화시키면 Herzian 강성(k_H)은 식(7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$k_H = \frac{dF}{dy} = \frac{3}{2} c_H^{2/3} F^{1/3} \quad (7)$$

Jenkins의 연구에 의하면 Herzian 강성은 직경 1m인 차륜에 대해서 정적 축중이 7.5kN인 경우 새 차륜은 $1.4 \times 10^9 N/m$, 오래된 차륜은 $1.6 \times 10^9 N/m$ 인 것으로 나타났다. 본 연구에서는 새로 도입된 KTX 차량에 대하여 $1.4 \times 10^9 N/m$ 를 적용하였다.

차륜과 레일 사이의 상호작용력은 Herzian 상수와 차륜과 레일사이의 상대변위의 함수가 되며 아래의 식(8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_H = k_H (y_w - y_r - y_g) \quad (8)$$

여기서, F_H 는 상호작용력, k_H 는 Herzian 강성이고 u_{ii} 는 차륜과 레일 사이의 상대변위로 식(9)와 같다.

$$u_{ii} = y_w - y_r - y_g \quad (9)$$

여기서, y_w 는 차륜의 변위, y_r 는 레일의 변위, y_g 는 레일의 노면 조도를 나타낸다.

3. 해석모형의 타당성 분석

철도교의 동적거동 해석을 위해 본 연구에서 모형화한 교량, 차량과 궤도모형이 타당한가를 분석하였다. 차량모형은 KTX 동력차를 대상으로 시행하였으며, 가진력이 없는 상태에서 열차의 자

중만에 의해 현가장치의 작용으로 안정화되어가는 것을 분석한 결과 그림 8과 같이 각 차륜하중이 8.5ton으로 정적운하중과 동일한 값을 나타내었고, 교량모형은 개발된 프로그램을 이용한 교량의 해석결과와 SAP에 의해 해석된 결과를 비교해볼 때 표 1과 같이 고유진동수가 매우 유사하게 나타났다. 마지막으로, 궤도모형은 8.5ton의 주행하중 모형을 궤도가 있는 교량위로 주행시켰을 때 각 침목에서 발생한 하중의 합이 그림 9와 같이 8.5ton에 수렴하였다. 따라서 본 연구에서 개발된 해석모형은 타당한 것으로 판단된다.

표 1 40m 단순 PSC박스 거더교의 고유진동수

프로그램 종류	고유진동수(Hz)		
	1모드	2모드	3모드
본 연구	4.39	4.94	11.12
SAP	4.43	5.10	11.30

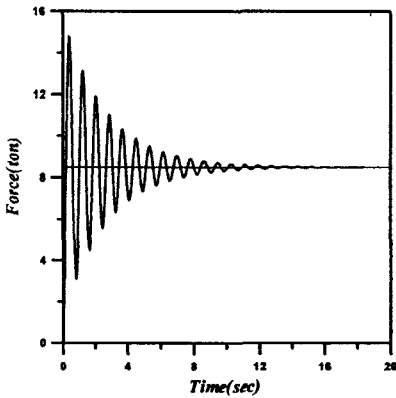


그림 8 차륜하중의 시간이력(1~4번째 축)

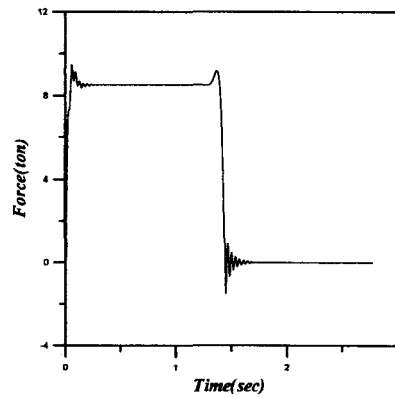


그림 9 각 침목의 하중의 합

4. 궤도구조를 고려한 철도교의 동적응답 분석

철도교량의 동적응답을 분석하기 전에 정적인 응답을 비교해 본 결과 그림 10(a)에서 보는 바와 같이 각 열차마다 궤도가 고려된 경우와 고려되지 않은 경우의 최대변위의 차이가 없는 것으로 나타났으며, 동적해석에서는 KTX의 주행속도를 100km/hr에서 300km/hr까지 50km/hr 간격으로 변화시키며 해석을 수행한 결과 교량 변위의 시간이력곡선은 그림 10과 같다. 각 그림에서, 진출·진입시 변위가 크게 나타난 부분은 열차의 양끝에 위치한 동력차 통과시 응답을 나타내며, 중앙의 상대적으로 변위가 작게 나타난 부분은 객차부분 통과시 응답을 나타내는 것이다. 객차부분 통과시의 응답을 보면 150km/hr까지는 궤도를 고려한 모형의 응답이 다소 증가하는 것으로 나타났으며, 200km/hr부터는 감소하는 경향을 보였다. 객차들이 관절구조로 연결된 KTX에서 객차들의 대차중심 간격은 18.7m로 열차가 100km/hr~300km/hr로 주행시 이동축중의 진동수는 1.5Hz~4.5Hz로 나타나는데, 이동축중의 진동수에 따라 궤도의 전달하중 크기가 달라지므로 다양한 응답이 나타나는 것으로 판단된다. 300km/hr로 주행시에는 현저한 감소를 나타냈으며, 이것은 고유진동수가 4.39Hz인 대상교량의 경우 295 km/hr에서 공진이 발생하게 되므로, 궤도의 하중 분산 효과와 하중전달시 진동특성의 변화로 인해 공진의 영향이 감소되기 때문인 것으로 판단된다. 하지만 최대변위는 객차에 비해 축중이 큰 선두 또는 후미에 위치한 동력차에 의해 결정됐으며, 그림에 나타난 것처럼 250km/hr와 300km/hr에서의 응답이, 다른 속도로 주행할 경우에 비해 크게 증가하는 것으로 나타났으며, 궤도모형이 없는 경우에 비해 각각 4.7%와 3.5%씩 증가하였다. 이것

은 마지막 객차와 후미 동력차의 대차축간 거리에 의해 발생하는 이동축중의 재하주기에 대해 궤도를 통한 전달하중이 증가하기 때문인 것으로 판단된다.

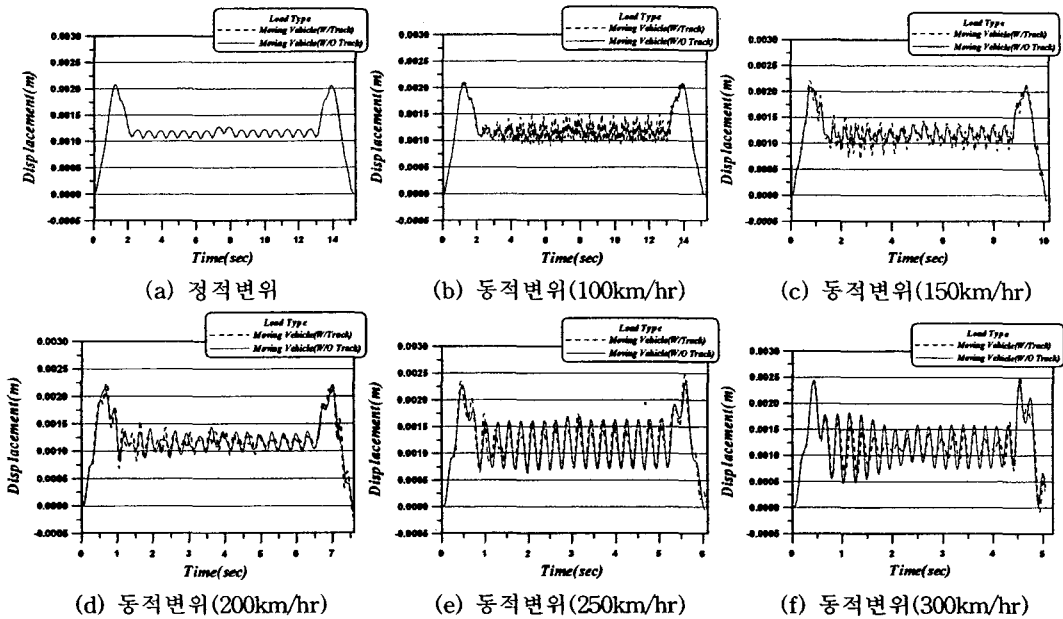


그림 10 KTX 주행시 교량 변위의 시간이력곡선

5. 결론

본 연구에서는 궤도구조를 3차원 이산지지 모형으로 모형화하여 열차 주행에 의한 교량의 응답에 궤도모형이 미치는 영향을 분석한 결과 그 영향은 크지 않았지만 속도에 따라 궤도모형을 고려한 경우에 응답이 더 크게 발생하기도 하였으며, 더 작게 발생한 경우도 있었다. 이러한 원인은 열차주행속도에 따라 이동축중의 재하주기가 틀러지며, 이에 따라 궤도를 통해 교량에 전달되는 하중효과도 증가 또는 감소되기 때문인 것으로 판단된다. 공진 속도 근처에서는 궤도모형을 고려한 경우에 응답이 감소하였으며, 이것은 차량하중과 교량의 동적특성에 의해 발생하는 공진에 있어서, 차량하중이 궤도를 통해 전달될 때 진동특성이 바뀌게 되므로 공진현상이 감소되는 것으로 분석된다. 따라서 궤도의 특성을 개선함으로써 KTX 주행시 우려되고 있는 공진에 대한 영향을 저감시킬 수 있을 것으로 판단된다.

6. 참고문헌

1. Wiriyachai, A., Chu, K. H., and Garg, V. K., "Bridge Impact due to Wheel and Track Irregularities", Journal of Structural Engineering, Vol. 108, No. 4, 1982, pp. 648-666.
2. Jenkins, H. H., Stephenson, J. E., Clayton, G. A., Morland, G. W., and Lyon, D., "The Effect of Track and Vehicle Parameter on Wheel/Rail Vertical Dynamic Forces", Railway Engineering Journal, 1974.1
3. Zhai, W. and Cai, Z., "Dynamic Interaction between a Lumped Mass Vehicle and a Discretely Supported Continuous Rail track", Computer&Structures, Vol.63, No.5, 1997, pp.987-997.