

혼잡교통류의 불안정성 해석

Instability in Congested Traffic Flow

박 상 조 (시정개발연구원 초빙부연구위원)

- 목 차 -

1. 서론
 2. 자료수집
 3. 접근방법
 4. 간섭의 전파특성 분석
 5. 혼잡교통류의 불안정성 해석
 6. 결론
-

Edie와 Foote가 병목의 상류에서 가다서다(stop-and-go) 현상을 관측한 후, 불안정성은 혼잡교통류를 대표하는 용어가 되었다. 혼잡교통류의 불안정성 문제를 다루었던 연구자들은 간섭이 전파되는 속도의 차이에 주목하였으나, 간섭의 전파특성을 명확하게 규명하지는 못하였다.

본 연구에서는 대규모의 자료취득이 가능한 지점관측자료를 사용하여 간섭의 전파 속도(충격파의 속도)를 추정하는 방법론을 제안하고, 도시고속도로에서 수집된 자료를 분석하여 간섭전파의 특성을 살펴보았다.

혼잡교통류에서 간섭을 전파하는 충격파의 속도는 간섭을 통과하는 교통류의 점유율 및 교통류율, 가·감속에 따라 달라지는 것으로 분석되었다. 주어진 밀도에서 교통류율이 크면 감속간섭이 가속간섭보다 빠르게 상류로 전파되지만, 교통류율이 작으면 가속간섭이 감속간섭보다 빠르게 상류로 전파된다. 이는 혼잡상태에서의 운전행태에 비추어 타당하다.

분석결과를 적용하여 시·공간 평면에서 교통류의 전개과정을 표현하고, 연구자들이 관측한 혼잡교통류의 불안정성은 간섭의 전파특성으로 해석할 수 있음을 도해적으로 설명하였다.

1. 서론

Edie와 Foote(1958, 1961)는 혼잡상태의 교통류에서 작은 간섭이 상류로 전파되면서 가다시나(stop-and-go) 현상을 발생시키는 불안정함이 나타남을 관측하였다. 그 이후 많은 연구자들이 혼잡교통류의 불안정한 특성을 파악하고, 불안정성의 원인과 진행과정을 규명하기 위한 연구를 수행하였다.

Newell(1963)은 운전자의 추종행태에 대한 두 가지 가설에 기반하여 Edie와 Foote가 관측한 현상을 설명할 수 있는 이론을 제안하였다. 그는 자신의 이론이 간섭의 증폭에 따른 혼잡교통류의 불안정성을 표현할 수 있음을 보였지만, 자신의 가설을 뒷받침하는 경험적 연구는 수행하지 않았다.

Koshi 등(1981)은 Edie와 Foote가 관측한 것과 유사한 현상이 동경고속도로에서 관측하였다. 이들은 병목상류의 네 지점에서 속도변동을 관측하였는데, 병목부근에서 작은 폭과 주기를 가진 속도진동이 상류로 전파되면서 증폭되지만, 어느 정도 성장한 후에는 일정한 크기를 유지함을 발견하였다. 이들은 혼잡교통류가 아래로 볼록한 밀도-교통류율 관계를 가진다고 주장하였으며, 이를 적용하여 가속간섭이 후방으로 빠르게 전파됨에 따라 혼잡구간의 상류에서 관측되는 속도진동의 주기와 진폭의 성장함을 보였다.

최근에 Daganzo 등(1999)은 가속과 감속에 적용되는 두 개의 밀도-교통류율 관계를 적용하여 혼잡교통류의 불안정성을 설명하였다. 그의 이론은 Newell의 추종이론과 일치하는 거시적 수준의 이론으로, 단순 마코비안 모형에 적용하여 혼잡교통류의 현상들을 재현할 수 있음을 보였으나, 관측자료를 이용하여 이론을 타당성을 증명하지는 못하였다.

혼잡교통류의 불안정성에 대한 이론은 간섭의 전파(충격파)의 속도차이에 주목하고 있으나, 현재까지 간섭의 전파특성에 대해서는 명확하게 규명되지 않고 있다. 이것은 간섭의 전파를 직접적으로 관측하기 어렵다는 것에 기인한다.

본 연구에서는 대규모 자료수집이 가능한 지점관측자료를 이용하여 충격파의 속도를 추정하는 방법을 제시하고, 이를 적용하여 간섭의 전파특성을 분석한다. 또한 분석결과를 적용하여 교통류의 시공간적 전개과정을 도해적으로 표현하고, 이를 관측된 현상과 비교하여 분석결과의 타당성을 검토한다.

2. 자료수집

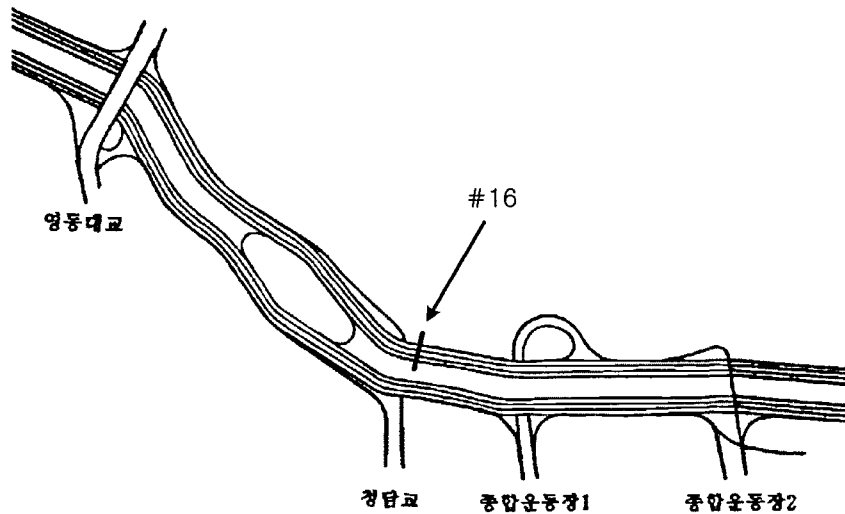
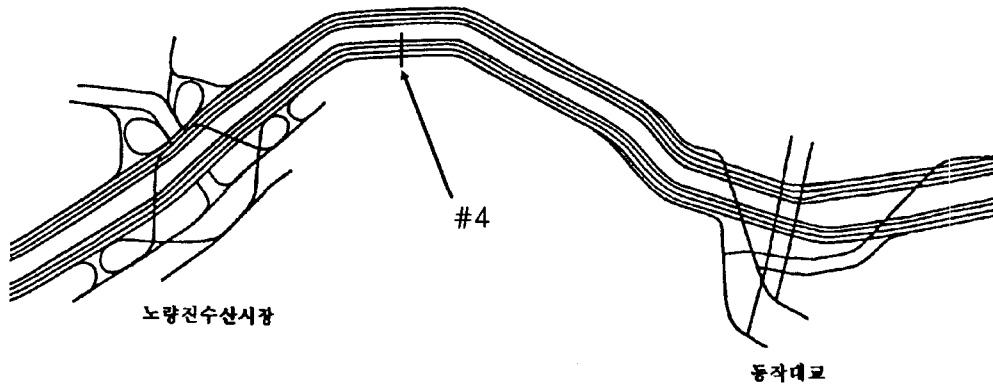
교통류 자료는 지점관측(local observation)과 시점관측(instantaneous observation)에 의해 수집된다. 지점관측은 도로구간의 한 지점에서 차량의 흐름을 관측하는 것이고, 시점관측은 한 시점에 도로의 구간에 존재하는 차량을 관측하는 것이다. 최근에는 체계적인 자료수집체계를 갖춘 교통관리시스템에서 수집된 자료를 교통류 분석에 사용하고 있는데, 도로에 설치된 검지기를 이용한 지점관측자료이다.

지점관측 교통류 자료는 관측위치에 따라 다른 분포를 나타내므로 한 지점에서 얻어진 자료로는 다양한 조건에서 나타나는 간섭의 전파특성을 분석하기 어렵다. 고속도로 기본구간에서 관측한 자료는 병목의 상·하류에 따라 그 특성이 다르므로(Schoen 등, 1995), 동질적인 도로의 병목 상류와 하류 지점을 자료수집지점으로 선정하였다. 또한 중차량이 섞여 있으면 교통류 관계를 왜곡시킬 수 있으므로 중차량의 영향을 배제할 수 있는 지점을 선정하였다.

자료수집지점으로 선정된 곳은 올림픽대로 『수산시장→한강대교』구간의 지점과 『잠실대교→영동대교』구간의 지점이다. 두 지점은 모두 편도 4차로, 제한 속도 80km/hr의 도시고속도로상의 지점으로 승용차의 구성비가 큰 특성을 가지고 있다. 『수산시장→한강대교』구간의 자료수집지점은 합류부 상류로 병목상류의 교통특성이 나타나고, 『잠실대교→영동대교』구간의 조사지점은 상류와 하류에 합류부가 있어 병목상류의 교통특성과 병목하류의 교통특성이 모두 나타난다.

교통류 자료는 올림픽대로에 설치된 서울시 관제센터의 영상검지기(autoscope)를 이용하여 수집되었다. 올림픽대로 검지기는 각 차로별로 30초 간격으로 집계된 3개 차종별 교통류율(평균차두시간), 평균속도(시간평균속도, 공간평균속도), 밀도(시간점유율, 공간점유율)를 산출한다.

각 지점에 대해 기상조건이 양호한 사흘간 24시간 자료를 수집하였는데, 30초 간격으로 집계된 교통류율, 점유율, 공간평균속도를 분석에 사용하였다. 자료수집지점 및 일시는 <그림 1>, <표 1>과 같다.



<그림 1> 자료수집지점

<표 1> 자료수집 지점 및 일시

구 분	자료수집지점	검지기번호	자료수집일
천호방면	수산시장→한강대교 (한강철교-한강대교)	4번	1998년 9월 10일 22일 10월 28일
공항방면	잠실대교→영동대교 (청담공원-영동대교)	16번	1998년 9월 3일 17일 22일

교통량은 3개 차종으로 구분되는데, 조사지점의 경우 1,2차로의 승용차 구성비가 90%에 이르고, 특히 혼잡시에는 95%를 넘으므로 1,2차로의 자료만 분석에 사용하였

다.

<표 2> 차로별 차종구성비

(단위: %)

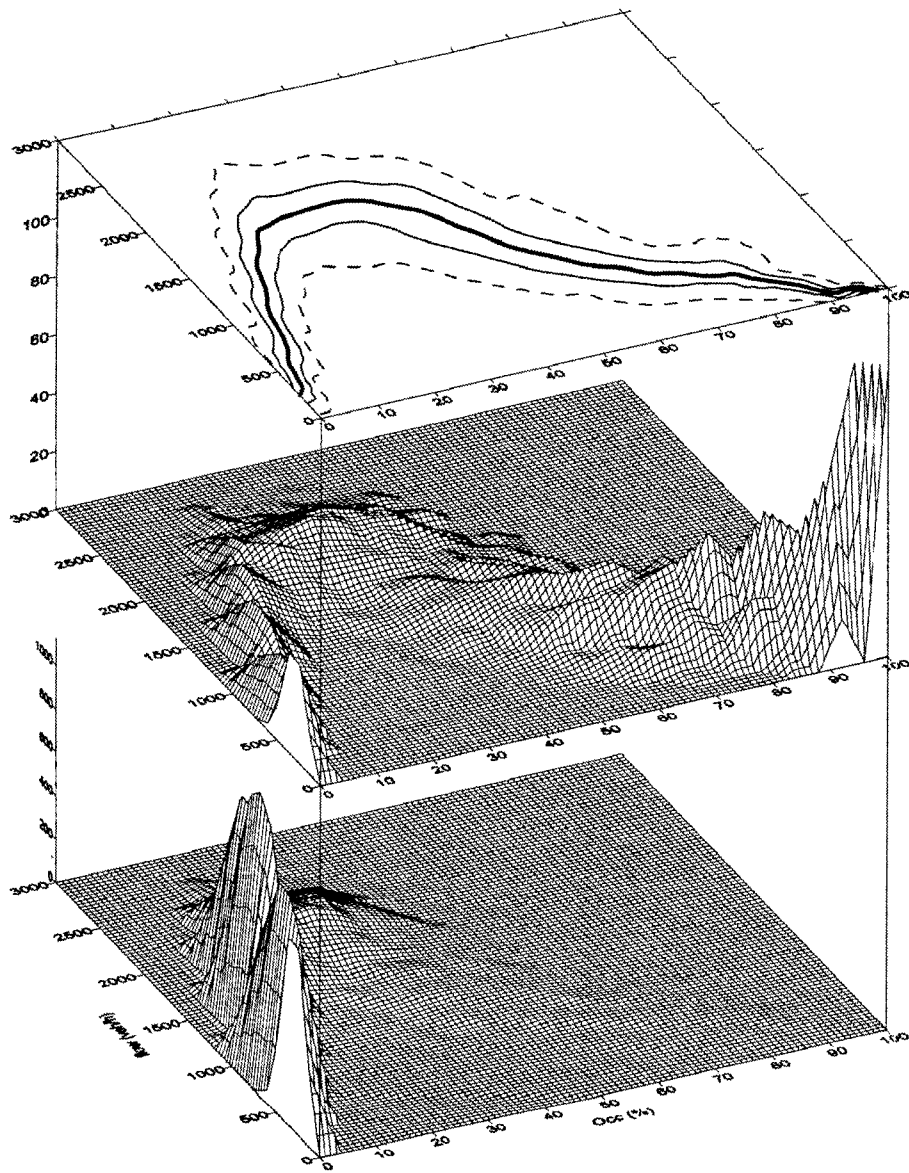
		공향방면				천호방면			
		1차로	2차로	3차로	4차로	1차로	2차로	3차로	4차로
전 일	소형	90.7	89.3	76.6	87.7	90.7	91.6	86.4	89.0
	중형	8.1	9.1	18.1	9.8	7.8	7.1	10.6	8.2
	대형	1.2	1.6	5.3	2.6	1.4	1.2	3.0	2.8
오전 혼잡시 (7:00-9:00)	소형	99.2	97.9	88.6	92.7	98.9	98.0	89.1	92.8
	중형	0.6	1.8	8.9	5.5	0.6	1.4	8.7	4.7
	대형	0.2	0.2	2.5	1.7	0.6	0.6	2.2	2.5

3. 접근방법

3.1 자료의 표현

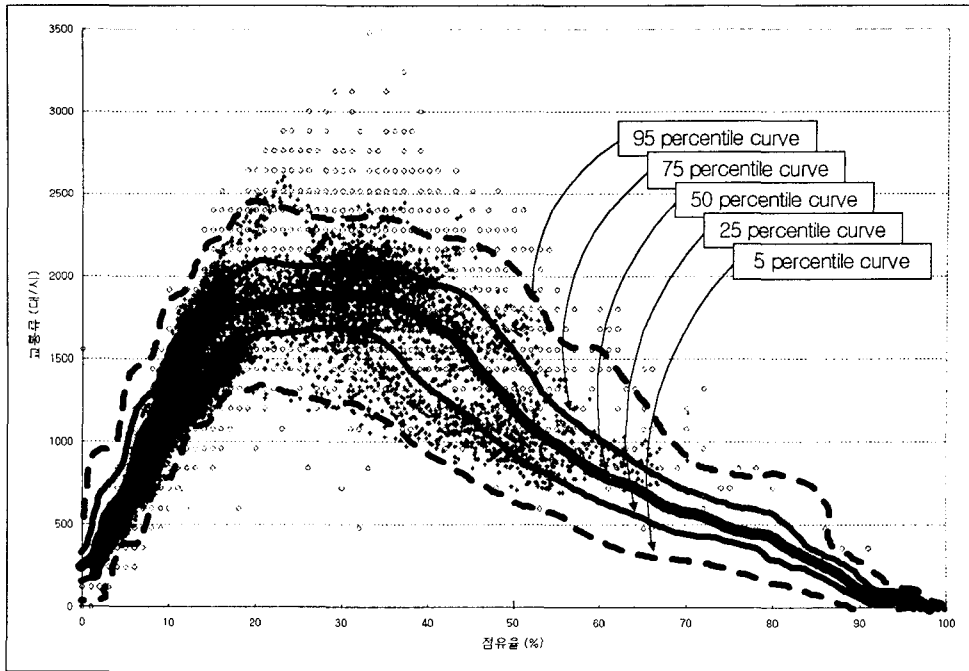
교통류 특성에 대한 경험적 연구에서 교통류 자료를 표현하는 전통적인 방법은 산포도(scatter plot)와 추세선(trend curve, regression curve)이다. 산포도는 자료분포의 전반적인 특성을 보여주지만, 자료분포에 대한 정량적인 특성은 표현하지 못하는 단점을 가지고 있다. 추세선은 자료분포를 대표하는 함수를 제공하지만, 자료의 분포특성에 대한 정보는 거의 주지 않는다. 또한 추세선의 추정과정에서 빈도가 큰 자료에 과적합 시키는 문제점을 가지고 있다.

본 연구에서는 자료의 분포특성과 통계적으로 유의미한 값을 파악할 수 있는 방법으로 누적상대도수분포곡선(percentile curve)으로 자료의 분포를 표현하였다. <그림 2>에서 아래의 3차원 다이어그램은 밀도-교통류율 자료의 도수분포와 상대도수(%)분포를 나타내고, 위에 위치한 2차원 다이어그램은 누적상대도수분포곡선을 나타낸다. 중앙의 굵은 실선은 자료분포의 중앙값인 50% 누적상대도수곡선이고, 실선은 각각 25, 75% 누적상대도수곡선이고, 점선은 각각 5, 95% 누적상대도수곡선이다.



<그림 2> 누적상대도수분포곡선의 개념

<그림 3>은 밀도-교통류율 평면에 분석에 사용된 자료의 산포도와 누적상대도수분포곡선을 함께 나타낸 것이다.



<그림 3> 자료의 산포도와 누적상대도수분포곡선

3.2 충격파 속도의 추정방법

교통류에서 간섭은 충격파를 따라 전파되므로, 충격파를 추적하면 간섭이 시·공간에서 어떻게 전파되는지 파악할 수 있다.

충격파는 인접한 이질적인 교통류의 경계면으로, 연속된 시점관측에 의해 이 경계면의 이동을 추적함으로써 충격파의 속도를 측정할 수 있지만, 시점관측으로 충분한 양의 충격파 속도 자료를 얻기는 어렵다. 반면, 대량의 자료수집이 가능한 지점관측으로는 충격파의 속도를 직접 구하기 어렵다.

충격파의 속도는 차량보존법칙(vehicle conservation law)으로부터 다음과 같이 유도된다.

$$w = \frac{\Delta q}{\Delta k} \quad (1)$$

여기서, w 는 충격파의 속도

Δq 는 충격파를 경계로 나누어진 교통류의 교통류율의 차이

Δk 는 충격파를 경계로 나누어진 교통류의 밀도의 차이

지점관측으로는 공간적으로 인접한 두 개의 이질적 교통류를 직접적으로 구분할 수 없다. 그러나, 시·공간평면에서 공간적으로 인접한 교통류는 시간적으로도 인접한 교통류이므로, 시계열 지점관측자료를 이용하여 교통류의 공간적 분포를 추정할 수 있다.

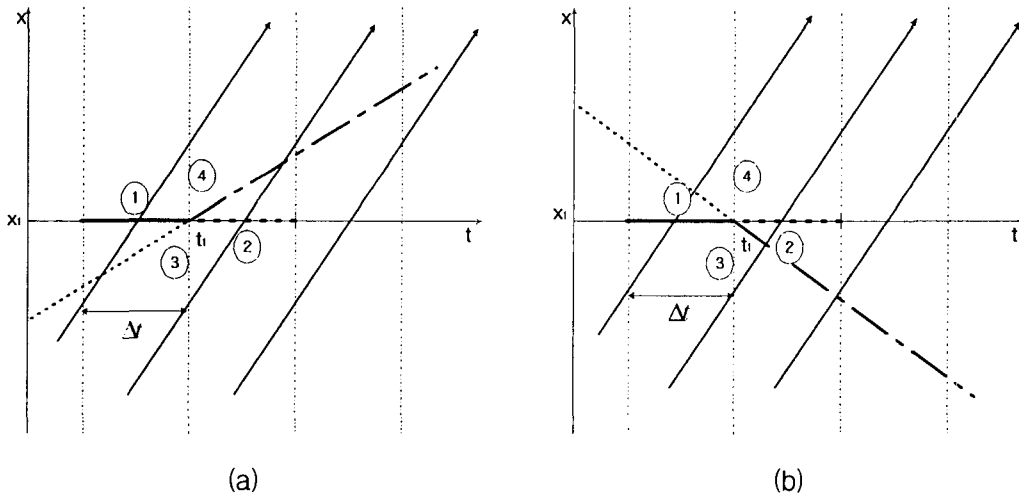
<그림 4>에서 (t_1, x_1) 을 통과하는 충격파의 속도는 t_1 시점에 관측된 x_1 지점 상·하류의 교통류율(q_3, q_4)과 밀도(k_3, k_4)를 이용하여 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$w = \frac{q_3 - q_4}{k_3 - k_4}$$

교통류의 상태는 충격파를 경계로 나누어지게 되는데, 만약 Δt 가 충분히 작아서 $(t_1 - \Delta t, t_1 + \Delta t)$ 기간 동안 x_1 지점을 통과하는 충격파가 없다면, x_1 지점에서 관측한 교통류 ①, ②의 상태는 t_1 시점에 관측한 교통류 ③, ④의 상태와 같다고 할 수 있다. <그림 4>의 (a)와 같이 전방충격파가 나타나는 경우는 ①과 ④, ②와 ③의 상태가 같고, <그림 4>의 (b)와 같이 후방충격파가 나타나는 경우는 ①과 ③, ②와 ④의 상태가 같다. 따라서 충격파의 속도는 다음과 같이 지점관측 변수로 얻을 수 있다.

$$w = \frac{q_3 - q_4}{k_3 - k_4} = \frac{q_1 - q_2}{k_1 - k_2} \quad (1')$$

<그림 4>에서 교통류의 궤적이 충격파를 통과하는 것을 보면, (a)와 같이 전방충격파가 나타나는 경우는 ②에서 ①로 교통류의 상태가 변하고, <그림 4>의 (b)와 같이 후방충격파가 나타나는 경우는 ①에서 ②로 교통류의 상태가 변한다. 따라서, 충격파가 전파하는 간섭이 가속간섭인지 감속간섭인지 알 수 있으며 충격파를 통과하는 교통류의 가·감속을 구분할 수 있다.



<그림 4> 차량의 궤적 및 충격파

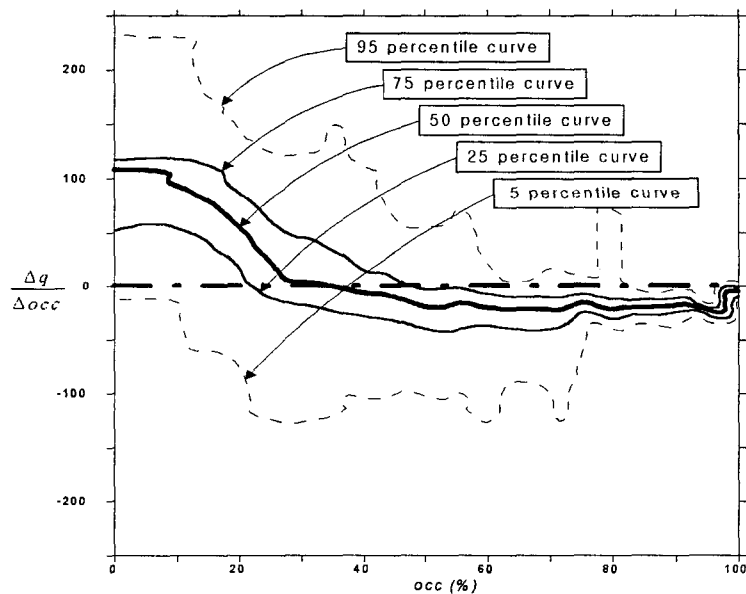
4. 간섭의 전파특성 분석

앞 절에서 지점관측에 의해 수집된 교통류율과 밀도를 사용하여 충격파의 속도와 충격파를 통과하는 교통류의 가속도를 파악할 수 있음을 보였다. 밀도는 지점관측에서 직접 얻을 수 없는 값으로 차량의 길이가 같은 경우에는 점유율을 밀도와 동등한 값으로 볼 수 있다.(Daganzo, 1997). 본 분석에 사용된 교통류 자료의 승용차 구성비가 높으므로 점유율을 밀도와 동등한 값으로 사용하였으며, 충격파의 특성분석에서도 $\frac{\Delta q}{\Delta occ}$ 값을 충격파의 속도($\frac{\Delta q}{\Delta k}$)와 동등한 값으로 사용하였다.

앞 절에서 제시한 분석방법의 전제는 관측된 교통류가 동질적일 만큼 자료수집 간격(Δt)이 충분히 작다는 것이다. 올림픽대로 교통관리시스템의 검지기는 30초 간격으로 자료를 집계한다. 30초 자료수집간격이 충분히 작은 값인지는 의문의 여지가 있으나, 현실적으로 취득할 수 있는 최소집계간격자료이므로 이 자료를 분석에 사용하였다.

4.1 점유율값에 대한 $\frac{\Delta q}{\Delta occ}$ 값의 분포

<그림 5>는 점유율값에 따라 $\frac{\Delta q}{\Delta occ}$ 값이 어떻게 분포하는지 보여준다. 혼잡도가 커짐에 따라 $\frac{\Delta q}{\Delta occ}$ 값이 작아지지만, 어느 정도 혼잡도에 이르면 그 값이 변하지 않음을 알 수 있다. 일반적으로 비혼잡교통류에서는 전방충격파가 혼잡교통류에서는 후방충격파가 발생하는 것으로 알려져 있으나, 자료에서 얻은 $\frac{\Delta q}{\Delta occ}$ 값은 분산이 커서 알려진 것과 다른 값을 가지는 경우도 나타난다.



<그림 5> $\frac{\Delta q}{\Delta occ}$ 값의 분포

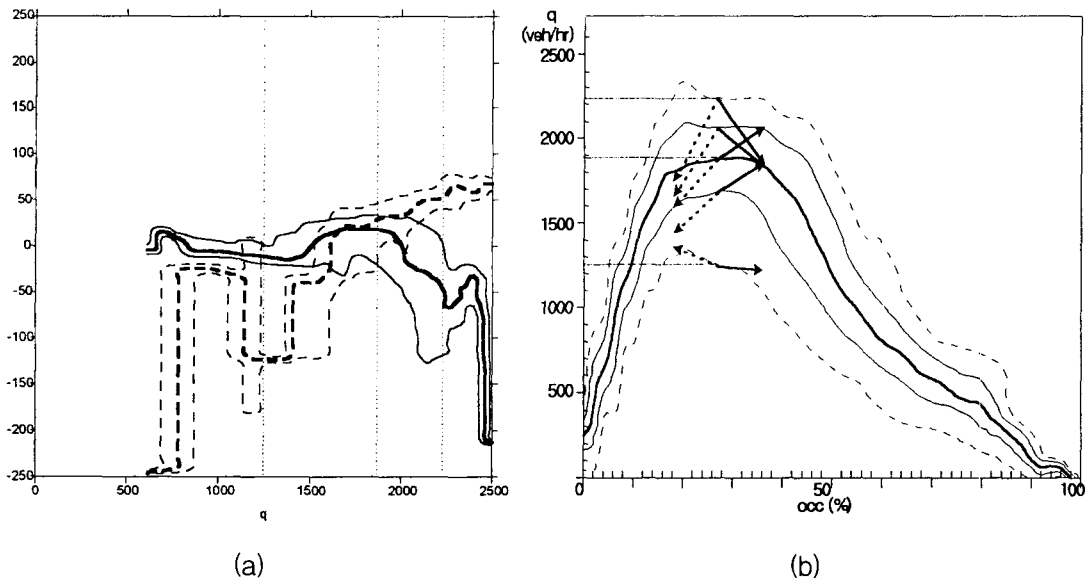
비혼잡교통류에서 $\frac{\Delta q}{\Delta occ}$ 값의 분산이 큰 것은 교통류의 상태가 전방의 교통류에 대해 독립적으로 결정된다는 것으로 설명할 수 있지만, 혼잡교통류에서 $\frac{\Delta q}{\Delta occ}$ 값의 분산이 큰 것은 충격파의 속도가 점유율에 의해 결정된다는 기존의 이론으로는 설명하기 어렵다.

4.2 교통류율과 가·감속에 따른 $\frac{\Delta q}{\Delta occ}$ 값의 분포

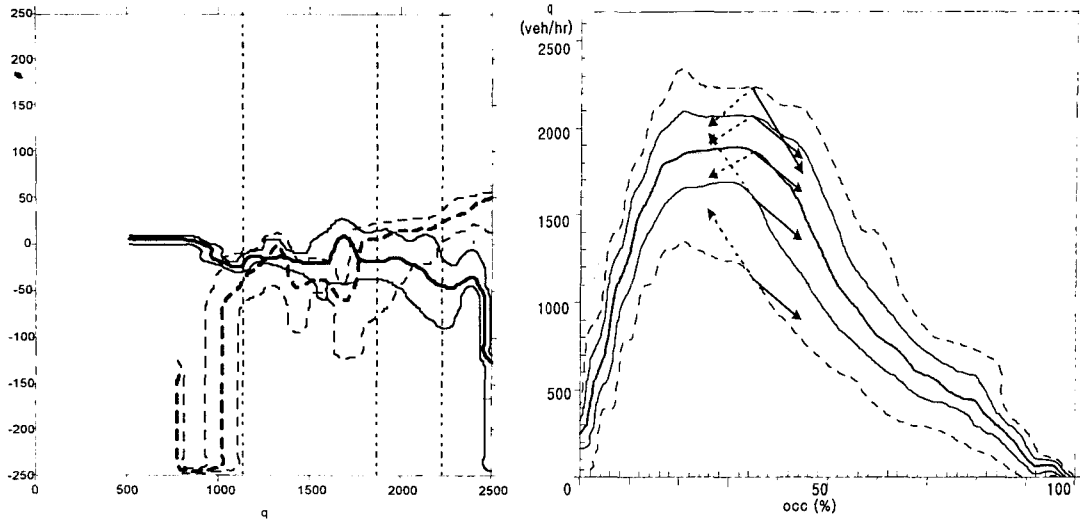
점유율 수준별로 자료를 나누어 교통류율과 교통류의 가·감속에 따라 충격파의 속도가 어떻게 달라지는지 살펴본다.

<그림 6>의 (a)는 충격파를 통과하기 전 교통류의 점유율값이 24~28%범위에 있는 자료의 교통류율 수준에 대한 $\frac{\Delta q}{\Delta occ}$ 값의 분포(25%, 50%, 75% 곡선)를 표현한 것이고, (b)는 자료분포에서 중앙값(50 percentile값, 굵은 실선 및 굵은 점선)의 크기를 구하여 밀도-교통류율 평면의 대응되는 점에서 이 값을 기울기로 가지는 선으로 표현한 것이다. <그림 6>의 (a)와 (b)에서 점선과 실선은 각각 교통류의 가속과 감속에 대응된다.

<그림 7>, <그림 8>, <그림 9>는 각각 점유율이 32~36%, 40~44%, 48~52% 범위에 있을 때, 교통류에 따른 $\frac{\Delta q}{\Delta occ}$ 값의 분포와 충격파를 표현한 것이다.



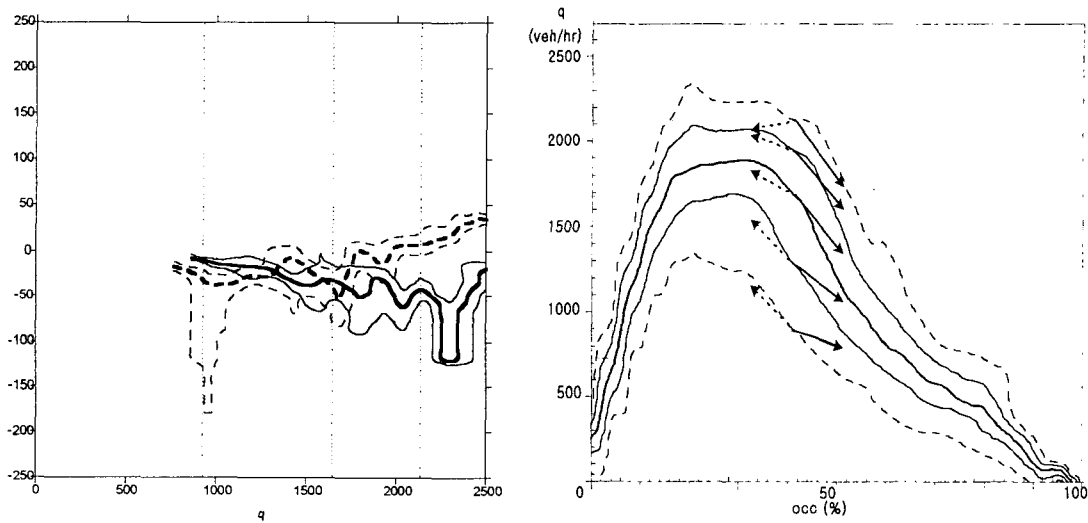
<그림 6> $\frac{\Delta q}{\Delta occ}$ 값의 분포 및 충격파 (점유율 24%~28%)



(a)

(b)

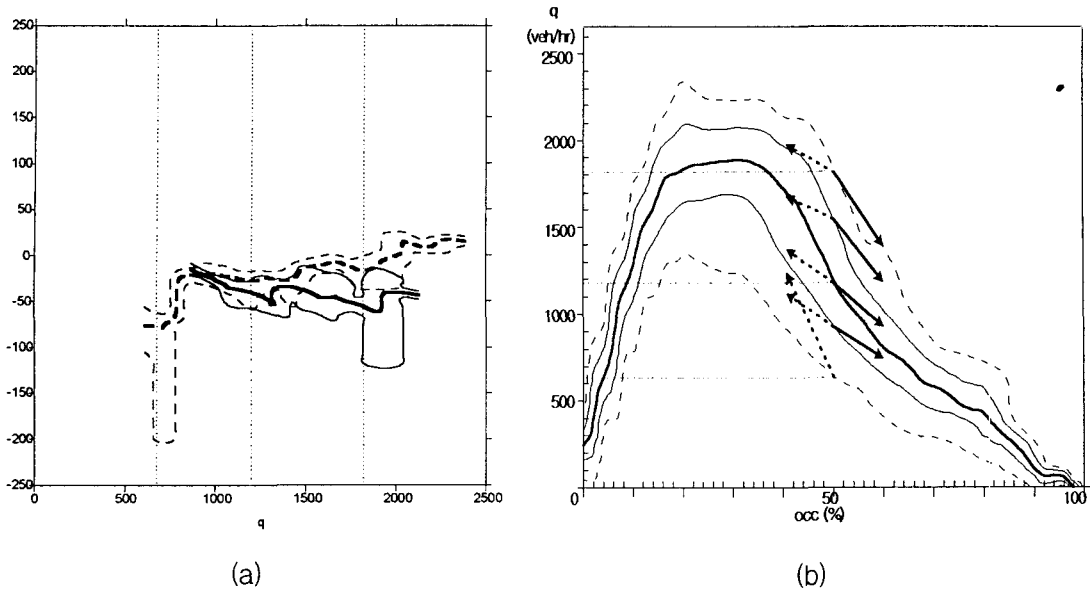
<그림 7> $\frac{\Delta q}{\Delta occ}$ 값의 분포 및 충격파의 이동속도 (점유율 32%~36%)



(a)

(b)

<그림 8> $\frac{\Delta q}{\Delta occ}$ 값의 분포 및 충격파 (점유율 40%~44%)

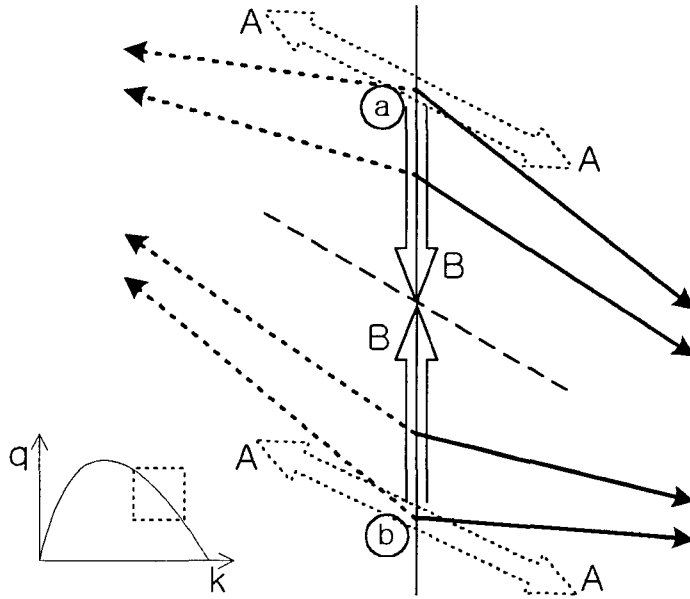


<그림 9> $\frac{\Delta q}{\Delta occ}$ 값의 분포 및 충격파 (점유율 48%~52%)

<그림 6>, <그림 7>, <그림 8>, <그림 9>의 (a)를 보면 가속교통류의 경우, 교통류율이 클수록 $\frac{\Delta q}{\Delta occ}$ 값이 커지는 반면, 감속교통류의 경우, 교통류율이 클수록 $\frac{\Delta q}{\Delta occ}$ 값이 작아짐을 알 수 있다. 이것은 충격파의 이동속도가 교통류의 상태와 간섭의 형태에 따라 달라짐을 의미한다. 즉, 가속간섭은 교통류율이 작을수록 후방으로 빠르게 전파되고 감속간섭은 교통류율이 클수록 후방으로 빠르게 전파된다.

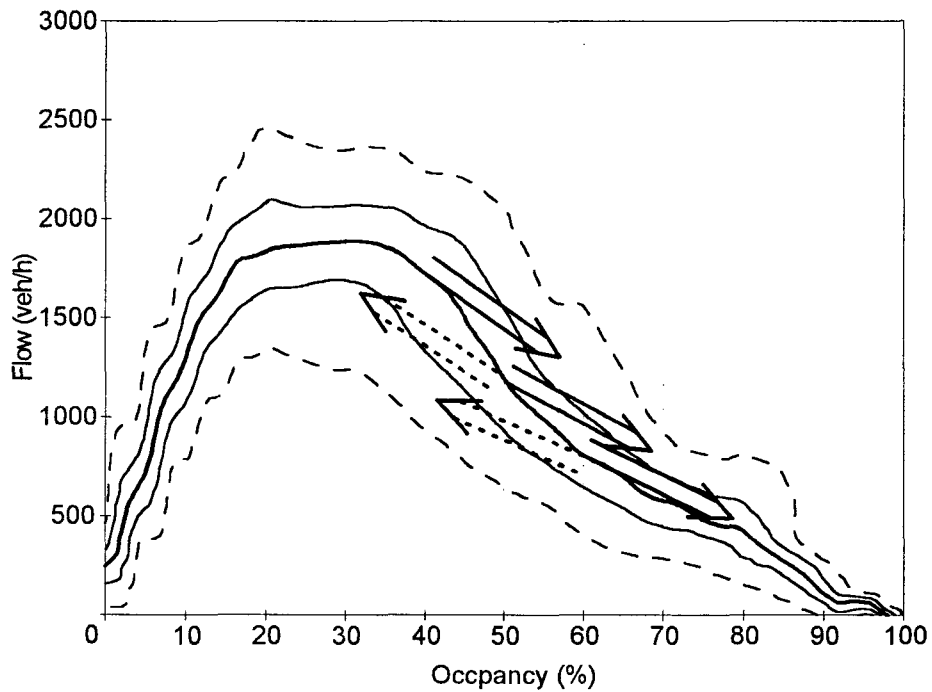
거시적 수준의 분석결과를 미시적 수준에서 살펴보면, 동일한 차두거리에서 운전자는 차두시간이 작을수록 (차량속도가 클수록) 선행차의 감속에 빠르게 반응하고, 차두시간이 작을수록 (차량속도가 작을수록) 선행차의 가속에 빠르게 반응한다는 것을 의미한다. 이것은 앞차와의 추돌을 회피하면서 앞차에 최대한 접근하려는 추종행태와 일치하는 것으로 분석결과가 혼잡교통류에서의 운전행태에 비추어 타당함을 보여준다.

혼잡교통류에서 나타나는 간섭의 전파특성은 밀도-교통류율 평면에서 <그림 10>과 같이 표현되는데, <그림 10>은 밀도가 주어졌을 때, 교통류율에 따라 가·감속 간섭을 통과하면서 교통류의 상태가 어떻게 변하는지 보여준다. 교통류의 상태변동은 하류부의 밀도변화에 조응하는 상태변동(A)과 현재의 밀도에 조응하는 교통류율(속도)를 유지하려는 상태변동(B)이 결정하는 것으로 추론할 수 있다.



<그림 10> 혼잡교통류에서 충격파의 이동특성

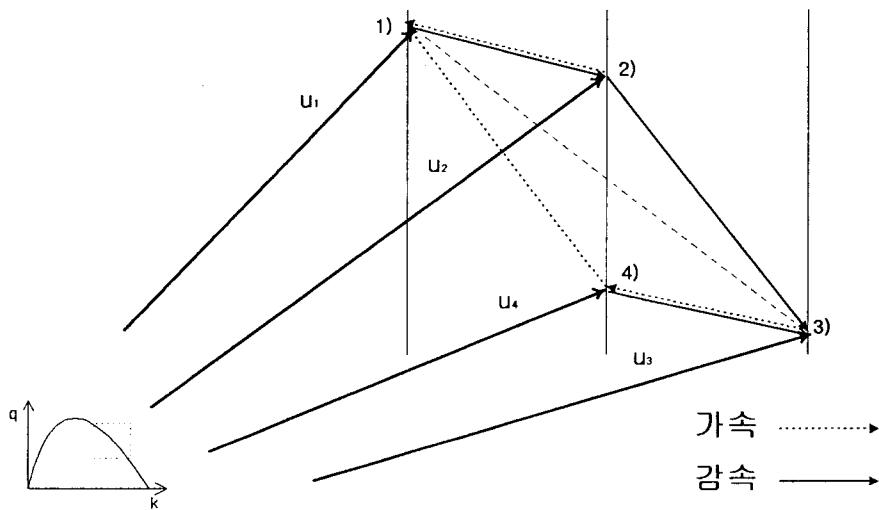
<그림 6>, <그림 7>, <그림 8>, <그림 9>의 (b)에서 발견할 수 있는 다른 특성은 50 percentile 곡선위에서 교통류의 상태변동이 나타날 때, 50 percentile 곡선에서 이탈한다는 것이다(<그림 11> 참조). 이것은 밀도에 조용하는 속도를 가진 교통류는 전방의 가·감속 간섭에도 불구하고, 현재의 속도를 유지하는 경향을 가짐을 의미한다.



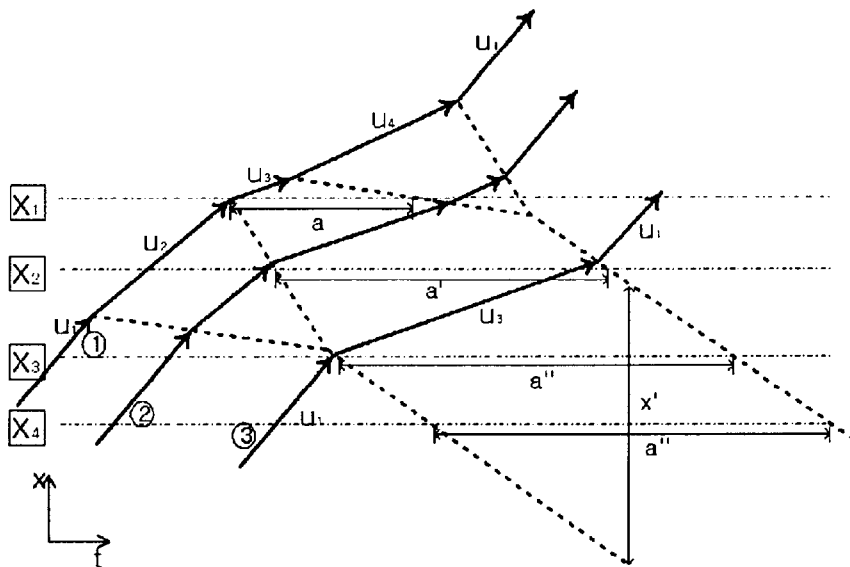
<그림 11> 50 percentile 곡선에 위치한 교통류의 상태변동 특성

5. 혼잡교통류의 불안정성

분석결과로부터 <그림 12>의 (a)와 같이 밀도-교통류를 평면에서 혼잡교통류의 상태가 시계방향의 화살표(1)→2)→3)→4))를 따라 변화한다고 가정할 수 있다. 전방의 교통류가 이와 같은 감속과 가속을 겪으면서 주행할 때, 이를 뒤따르는 교통류의 상태변동은 전방 교통류의 감·가속이 상류로 전파되면서 발생하는 충격파에 의해 결정된다. <그림 12>의 (b)는 시공간 평면에서 하류부 차량(①)의 감·가속을 전파하는 충격파와 이를 통과하는 상류부 차량(②, ③)의 진행궤적을 나타낸다.



(a) 밀도-교통류를 평면에서 교통류의 상태변동 궤적(충격파)



(b) 시공간 평면에서 충격파를 통과하는 교통류(차량)의 궤적

<그림 12> 혼잡교통류의 불안정성 해석

μ_1 의 속도를 가지고 주행하는 차량 ①이 μ_3 로 감속하다가 처음 속도 μ_1 로 회복 ($\mu_1 \rightarrow \mu_2 \rightarrow \mu_3 \rightarrow \mu_4 \rightarrow \mu_1$)하면, 상류의 차량(②,③)은 충격파를 통과하며 감속과 가속을 수행한다. 가·감속 간섭을 전파하는 충격파의 속도의 차이에 따라 차량 ②는 차량 ①에 비해 짧은 시간 동안 중간속도(μ_2, μ_4)를 유지하고, 두 개의 충격파가 교차하여 새롭게 생성된 충격파를 통과하는 차량 ③은 $\mu_1 \rightarrow \mu_3 \rightarrow \mu_1$ 의 급격한 감·가속을 겪게 된다.

충격파의 이동에 의해 지점에 따라 다른 교통류 상태의 변동을 관측하게 된다. 간섭이 발생한 하류지점 X_1 에서는 $\mu_2 \rightarrow \mu_3 \rightarrow \mu_4 \rightarrow \mu_1$ 의 점진적인 속도의 변동을 관측하게 되지만, 상류의 X_3 지점에서는 $\mu_1 \rightarrow \mu_3 \rightarrow \mu_1$ 의 급격한 속도의 변동을 관측하게 된다. 또한 간섭이 발생하는 지점에서 멀수록 μ_2 와 μ_4 가 관측되는 시간이 적어지고, μ_3 이 관측되는 시간이 길어지는데, 이것은 하류부의 간섭이 상류부의 가다서다 현상을 발생시킨다는 관측과 일치한다. 상류로 가면서 성장하던 속도변동의 폭과 주기는 일정하게 유지되어, X_3 지점과 X_4 지점에서는 동일한 속도변동을 관측하게 되는데, 이것은 Edie와 Foote, Koshi 등이 관측한 것과 일치한다.

시점관측으로는 일정한 공간적 크기(x')를 가진 저속, 고밀도 상태가 상류로 이동하는 것을 발견할 수 있는데, 이것은 Kerner와 Rehborn(1996)이 조사와 일치한다.

6. 결 론

본 연구에서는 지점관측자료를 이용하여 충격파의 속도를 추정하는 방법론을 제시하고 도시고속도로에서 수집된 자료를 분석하여 혼잡교통류에서 가·감속 간섭이 어떻게 전파되는지 고찰하였다.

혼잡교통류에서 간섭을 전파하는 충격파의 속도는 간섭을 통과하는 교통류의 점유율 및 교통류율, 가·감속에 따라 달라지는 것으로 분석되었다. 주어진 밀도에서 교통류율이 크면 감속간섭이 가속간섭보다 빠르게 상류로 전파되지만, 교통류율이 작으면 가속간섭이 감속간섭보다 빠르게 상류로 전파된다. 이는 혼잡상태에서의 운전행태에 비추어 타당하다.

분석결과를 적용하여 시·공간 평면에서 교통류의 전개과정을 표현하고, 연구자들이 관측한 혼잡교통류의 불안정성은 간섭의 전파특성으로 해석할 수 있음을 도해적으로 설명하였다.

참 고 문 헌

1. Daganzo, C.F., Fundamentals of transportation and traffic operation, Pergamon, 1997
2. Daganzo, C.F., Cassidy, M.J., Bertini, T.L., Possible explanations of phase transitions in highway traffic, Transportation Research Part A, Vol 33 pp. 365-379, 1999
3. Edie, L.C. and Foote, R.S., Traffic flow in tunnels. Proc. Highway Res. Bd. 37, pp. 345-57, 1958
4. Edie, L.C. and Foote, R.S., Experiments on single-lane flow in tunnels. Theory of traffic flow, pp. 193-206, 1961
5. Kerner, B. S. and H. Rehborn, Experimental Features and Characteristics of Traffic Jams, Physical Review E53, 1996, pp. 1297-1300
6. Koshi, M, Iwasaki, M. and Ohkura, I., Some findings and an overview on vehicular flow characteristics, Proceedings of the eighth international symposium on transportation and traffic theory, pp. 403-426, 1981
7. Newell, G.F., Instability in dense highway traffic, a review, Proceedings of the second international symposium on the theory of road traffic flow, pp. 73-83, 1963
8. Schoen, J., May A. et al, Speed-flow relationships for basic freeway segments, Final Report, TRB, NCHRP 3-45, 1995