

간략화된 형상학적 다항식 변환과 형상학적 보간을 이용한 비선형 예측 방법

김수현, 한현수, 홍민철, 차형태
승실대학교 전자공학과

Non-linear Predictive Method using Simplified Morphological Polynomial Transform and Morphological Interpolation

Soohyun Kim, Hernsoo Han, Mincheol Hong and Hyungtai Cha
Dept. of Electronics Engineering, Soongsil Univ.
E-mail : shkim@mms.ssu.ac.kr

요 약

본 논문에서는 간략화된 형상학적 다항식 변환(Morphological Polynomial Transform)과 형상학적 보간법(Morphological Interpolation)을 이용하는 비선형 예측 방법을 제안한다. 형상학적 다항식 변환은 형상학적 연산을 통해 데이터를 구조함수들의 계수들로 표현하는 변환이며, 형상학적 보간법은 형상학적 다항식 변환에 의한 계수들을 이용하여 보간하는 방법이다. 형상학적 다항식 변환을 간략화하여 정수 연산만으로 적용할 수 있도록 개선하였으며, 보다 영상에 적합한 형상학적 보간법에 기반한 예측 방법을 사용한다. 제안하는 예측 방법과 허프만 부호화를 사용하여 적은 비트로 영상을 손실 없이 저장할 수 있음을 실험으로 검증한다.

I. 서 론

신호 처리 및 표현에서 형상학의 적용이 매우 큰 관심을 끌고 있다. 형상학 기반의 알고리즘에 사용되는 형상학적 연산자들은 비선형 연산자이고, 병렬 처리에 매우 적합하며 효율적이다. 형상학을 영상 압축에 적용한 예로는, 손실기법의 형상학적 다항식 변환과 무손실 기법의 형상학적 웨이블릿 변환[1]을 들 수 있다. 이들은 Haralick과 그의 동료들의 morphological sampling[2], Pitas와 Venet-sanopulos에 의해 제안된 simple function을 이용한 신호 분석[4]들을 확장한 것이라 할 수 있다. 형상학적 웨이블릿 변환은 2차원적인 분석기법과 2차원 구조함수들의 구현과 재배치로써 쉽게 1차원에서 2차원으로 확장된다.

무손실 기법은 예측과 엔트로피 부호화를 사용하여 영상을 손실 없이 압축할 수 있다. JPEG의 무손실 기법[5], [6], [7]에서는 예측을 이용하여, 엔트로피 부호화중 run length를 결합한 개선된 허프만 부호화 또는 산술 부호화를 사용한다[8]. 무손실 영상압축에 DCT를 이용하거나, 웨이블릿을 이용하기도 한다.

선형 예측 방법은 변화가 심한 경우 효율이 감소하며, 형상학적 웨이블릿 변환 등에서는 높은 연산량이 요구되어지는 문제점을 보유하고 있다. 본 논문에서는 형상학을 기반

으로 한 비선형 예측 방법을 도입하여 선형 예측 방법이 적합하지 않은 부분에 보다 적응적으로 예측할 수 있는 방법을 제안한다. 제안하는 방법은 웨이블릿 필터 뱅크 표현[3]과 유사하고 1차원, 2차원 신호에 효과적인 형상학적 웨이블릿 변환에서 사용되는 형상학적 다항식 변환과 형상학적 보간법을 개선하여 사용한다. 본 논문의 알고리즘은 임의의 window에 정의된 직교 다항식들로부터 얻어진 구조함수들으로써의 형상학적 opening과 closing에 기반을 둔 형상학적 다항식 변환과 보간법을 적용하여 얻어진 값을 이용하여 데이터를 예측하며, 연산과정의 보다 간략화된 방법을 제안한다. 예측한 데이터의 오차를 이용하여 엔트로피 부호화 기법을 이용하여 보다 적은 비트로 데이터를 저장할 수 있으며, JPEG의 무손실 압축 방법에서 사용하는 선형 예측 방법과 비교하여 복잡하고 변화가 심한 영상을 보다 적응적으로 예측할 수 있음을 검증한다.

2장에서는 기존에 제안된 형상학적 다항식 변환과 형상학적 보간법을 살펴보고, 3장에서는 비선형 예측 방법을 다룬다. 4장에서는 예측 방법들에 대한 실험을 논의하며, 5장에서 결론을 맺는다.

II. 형상학적 다항식 변환과 형상학적 보간법

신호 $f(n) \geq 0, n \in K$, 그리고 $f(m)_s$ 을 S가 샘플링 영역일 때 $m \in K \cap S$ 에 대해 정의되는 샘플된 신호라 하자. N이 신호의 전체 개수를, K가 임의의 영역을 나타낼 때 $K = \{n | 0 \leq n < N-1\}$, $S = \{m | m = nL, 0 \leq n \leq (N-1)\}$ 이면 샘플된 신호 $f(m)_s$ 는 매 L 샘플들마다 $f(n)$ 과 동일할 것이다. 보간 차수처럼 정수 $\theta = (N-1)/L$ 과 주어진 샘플링 L을 정의하면, 보간시 필요한 점들의 수를 결정할 수 있다. 그러므로 L=2이면 2차 차수($\theta=2$) 보간은 5개의 점들이 필요하다. 영역 K에 속해 있고 실수 값을 갖는 다항식들의 주어진 임의의 집합으로써 양수이고, 정규화된 구조함수 $\{k_i(n) | 0 \leq i \leq N-1; n \in K; 0 \leq k_i(n) \leq 1\}$ 을 정의하고, 다음 식이 성립한다고 가정하자.

$$f^c(n) = \max_{n \in K} [f(n)] - f(n) \quad (1)$$

그러면 다음의 보간 알고리즘을 사용하여 $f(n)$ 을 복원할 수 있다.

$$z_0 = \begin{cases} f(n)|_s & n \in K \cap S \\ \text{undefined} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

$$f_i(n) = z_i(n) \circ a_i k_i(n) \quad (3)$$

$$z_{i+1}(n) = z_i(n) - f_i(n)|_s \quad n \in K \cap S \quad (4)$$

단, $i = 0, 1, \dots, \theta$ 이고, \circ 는 형상학적 opening을 나타낸다. 형상학적 다항식 변환은 $f_i(n)$ 을 구성하는 3개의 점을 계수 a_i 로 표현하는 것이다[1]. 보간된 신호는

$$\tilde{f}(n) = \sum_{i=0}^{\theta} f_i(n) = \sum_{i=0}^{\theta} z_i(n) \circ a_i k_i(n) \quad (5)$$

이고 이에 대응하는 보간 오차는

$$e(n) = z_0(n) - \tilde{f}(n) \quad (6)$$

이며 $f^c(n)$ 에 대해서도 같은 방법으로 보간 오차를 계산한다. 이 두 보간 오차 중 작은 것을 선택한다. 2차수 보간과 이산 Legendre 직교 다항식들로부터 유도되는 구조함수를 사용한다. 5개의 구조함수들의 처음 3개는 보간에서 사용된다. 만약 신호의 convexity를 사용하면 $f(n)$ 과 $f^c(n)$ 모두 처리할 필요는 없다.

III. 비선형 예측 방법

기존의 알고리즘에서는 1차원, 2차원에 대해 단순히 열, 혹은 행으로 5개의 샘플을 선택하여 형상학적 다항식 변환과 보간법을 적용하였다. 또한 형상학적 웨이블릿 변환은 형상학적 다항식 변환을 기반으로 하며, 형상학적 다항식 변환은 구조함수에 대한 최적의 계수를 계산하기 위하여 데이터의 최소 값으로부터 일정한 간격으로 증가시키면서 최적의 계수를 찾을 때까지 반복적으로 적용하게 된다. 따라서 적용하는 증가 간격이 작을 경우에는 정확도는 높아지나 많은 연산량이 필요하게 된다. 그러나 본 논문에서는 영상 등의 입력 신호의 특성에 보다 적합하도록 순서를 정하고, 형상학적 다항식 변환의 계수들에 의한 형상학적 보간법의 보간되는 값을 예측 값으로써 고려하기 때문에 이와 같은 최적의 계수를 찾지 않고 근사화 하여 간단한 정수 연산만을 이용하여 계산한다.

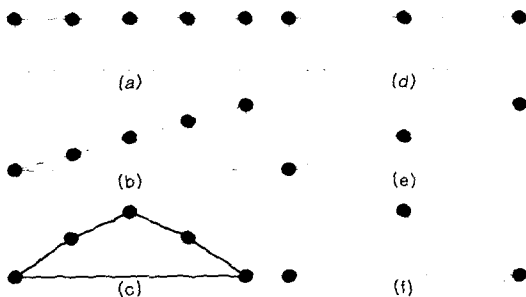


그림 1. 구조함수

그림 1의 (a), (b)와 (c)는 기존의 형상학적 다항식 변환에서 사용되는 1차, 2차와 3차 구조함수를 나타내며, (d), (e)와 (f)는 5개의 데이터를 처리하는 기존의 방법과 다른 3개의 데이터를 이용하는 간략화된 1차, 2차와 3차 구조함수를 나타낸다. 이러한 구조함수를 이용하여 식 (7)을 이용하여 분류된 데이터의 특성에 따라 형상학적 연산자인 Opening 또는 Closing 연산을 통하여 각 차수의 계수들로 변환한다.

$$z_0(1) - \{ z_0(0) + z_0(2) \} / 2 = \begin{cases} +\Delta & \text{opening} \\ -\Delta & \text{closing} \end{cases} \quad (7)$$

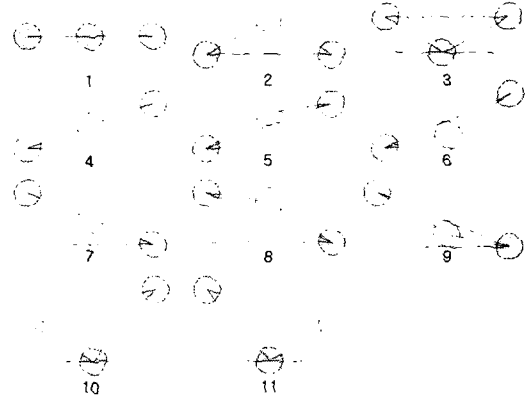


그림 2. 데이터 3개에 의한 구성

기존의 방법(5개)과 다른 3개의 데이터만을 입력으로 사용하기 때문에 구성되는 종류는 그림 2에 나타낸 바와 같이 11개로 구분할 수 있다. 그림 2에서 10번과 11번의 경우 3개 중 최대 값을 가지는 데이터와 나머지 2개의 데이터와의 차이의 절대값만큼 최대 값에 더하여 변환을 적용하게 되면 간단한 정수 연산만으로 계수들을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} a_0 &= \min[z_0(n)] \quad n = 0, 1, 2 \\ a_1 &= \max[z_1(n)] \quad n = 0, 2 \\ a_2 &= z_2(n) \quad n = 1 \end{aligned} \quad (8)$$

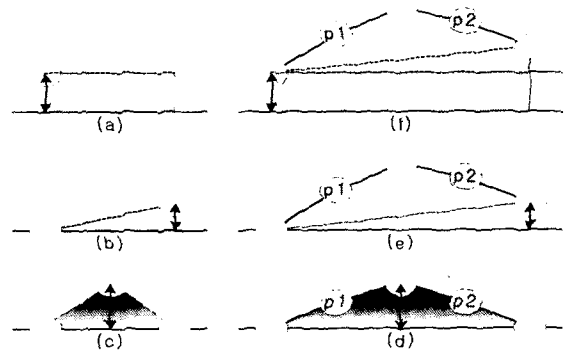


그림 3. 데이터의 보간(p1, p2)

그림 3에서와 같이 형상학적 다항식 변환과 형상학적 보간법을 적용할 수 있다. 그림 3의 (a, b, c)는 3개의 데이터를 식 (8)을 이용하여 각 차수의 구조함수 계수들로 변환함을 나타내고, 이 계수들을 이용하여 그림 3의 (d, e, f)과 같이 5개의 데이터로 합성한다. 이때 원 데이터가 아닌 2개의 데이터(p1, p2)는 보간된 값이며, 이를 이용하여

비선형 예측 값으로 고려할 수 있다.

3.1 간략화된 형상학적 다항식 변환을 이용한

영상의 변환

영상에서 한 픽셀은 주변의 픽셀들과 연관성을 가지고 있으며[6], 이러한 특성을 이용하여 간략화된 형상학적 다항식 변환을 이용하여 영상을 변환하는 방법을 제안한다.

영상을 제안하는 방법으로 변환하기 위해서 입력으로 사용되는 픽셀의 위치를 그림 4와 같이 지정할 수 있다. 그림 4에서 3개 단위의 픽셀들을 1, 2, 3과 4와 같이 순차적으로 서로 겹치지 않게 선택하며, 이러한 3개의 픽셀들은 화살표로 연결된 a, b와 c의 순서로 형상학적 다항식 변환 및 형상학적 보간법을 적용한다.

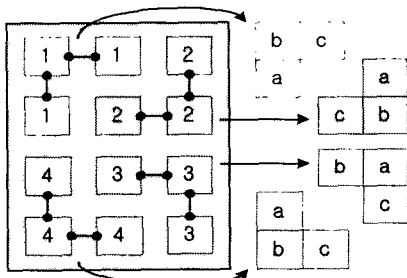


그림 4. 간략화된 형상학적 다항식 변환의 입력 방법

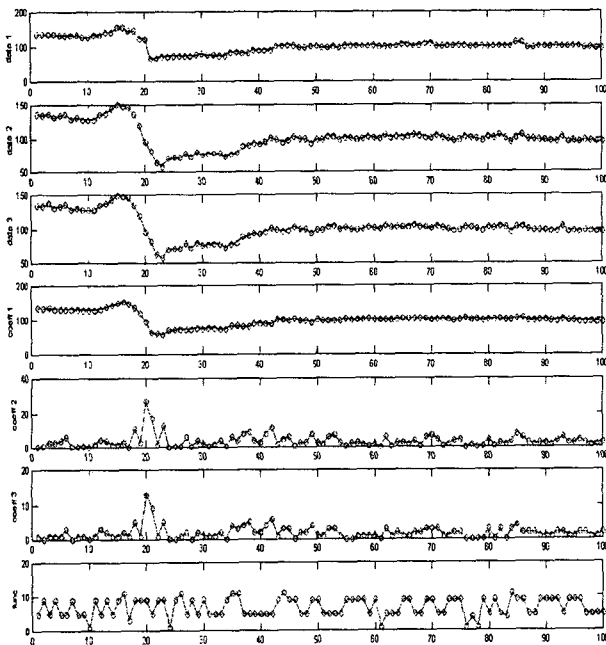


그림 5. 영상의 픽셀, 계수들과 구성방식

입력된 픽셀들은 구조함수 3개의 계수들과 구조함수들의 구성 방식에 대한 종류로 변환된다. 그림 5에는 입력된 픽셀들의 값들(data 1, data 2, data 3)과 이를 형상학적 다항식 변환한 계수들(coeff1, coeff2, coeff3) 및 구성 방식(func)을 나타낸다. 계수들과 구성 방식을 이용하면 값의 범위가 실제 픽셀 값들 보다 적기 때문에 동일한 영상을

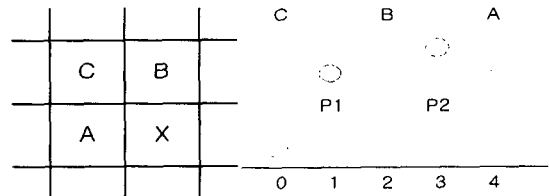
적은 비트로 표현할 수 있다.

3.2 무손실 영상 압축에서의 예측 방법

본 논문에서는 비선형 예측을 위해 3개의 점을 이용한 형상학적 다항식 변환을 사용하고, 이를 형상학적 보간법에 적용하여 보간된 값을 예측 값으로 생성하여, 표 1의 JPEG 무손실 압축 기법에서 사용하는 예측 방법(JPEG 항목)과 유사한 MI 항목과 같은 조합으로 예측하는 방법을 적용한다.

	JPEG	MI
0	No prediction	
1	$x=a$	$x=p1$
2	$x=b$	$x=p2$
3	$x=c$	$x=(p1+p2)/2$
4	$x=a+b-c$	$x=p1-(p1-b)/2$
5	$x=a+(b-c)/2$	$x=p2-(p2-b)/2$
6	$x=b+(a-c)/2$	$x=p2-(p1-b)/2$
7	$x=(a+b)/2$	$x=p1-(p2-b)/2$

표 1. 예측방법



(a) 화소의 위치 (b) MI 화소 선정 방법

그림 6. 픽셀의 위치와 MI의 픽셀 선정 방법

그림 6에는 표 1에서 사용된 픽셀의 위치를 나타낸다. x는 예측할 픽셀, p1과 p2는 형상학적 보간법에 의한 예측 값을 나타낸다. 그림 6의 x 위치의 픽셀을 예측하기 위해 주변의 a, b, c 위치의 픽셀들을 그림 6의 (b)와 같이 적용하여 형상학적 다항식 변환을 적용하여 형상학적 보간 되어 나온 p1, p2를 예측 값으로 사용한다. 이 예측 값들과 주변의 픽셀을 이용하여 표 1에서 MI항목의 7가지 예측 방법을 적용하여 오차들로 픽셀들을 변환할 수 있다.

3개의 픽셀을 이용한 형상학적 다항식 변환을 위해서는 구조함수를 이용한 2종류의 형상학적 연산(opening, closing)을 사용하기 때문에 발생하는 부가 정보가 필요하다. 그러나 제안하는 예측 방법에서는 3개의 픽셀을 가지고 형상학적 다항식 변환을 한 후, 이를 기반으로 한 형상학적 보간법을 적용하여 발생하는 보간 오차만을 이용하기 때문에 부호화기와 복호화기가 동일한 방법의 형상학적 다항식 변환과 형상학적 보간법을 사용한다면 부가 정보는 필요 없으며, 시작 부분의 픽셀들과 오차에 대한 데이터들만으로 손실 없이 데이터를 변환할 수 있다.

IV. 실험 결과

실험에서 사용된 영상들은 크기가 256×256이며, 그림 7과 같은 256 그레이 레벨을 가진 영상 실험에 널리 사용

되는 영상들과 변화가 심한 영상들을 사용하였다.

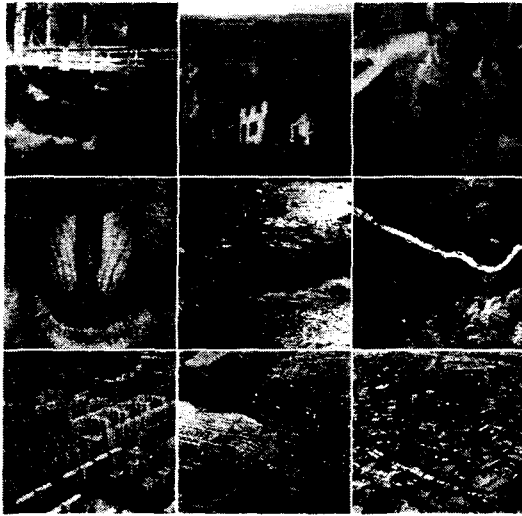


그림 7. 실험 영상(상단:bridge, goldhill, barb;
중간:mandrill, test5, test6; 하단:test7, test8, test9)

Image	MPT	JPEG	MI
bridge	494062	399641	394925
goldhill	461464	368904	365488
barb	454116	364187	359246
mandrill	501053	412120	410987
test5	447640	440613	433157
test6	439718	431118	428026
test7	442349	443636	437743
test8	459346	445080	438257
test9	485289	480923	475616

표 2. 압축시 소요 비트 비교

표 2에는 형상학적 다항식 변환(MPT), JPEG 무손실 예측 기법과 형상학적 보간법(MI)을 이용한 예측 기법을 적용한 후 엔트로피 부호화 기법인 허프만 부호화 방식을 이용한 영상 압축 결과를 나타낸다. 형상학적 다항식 변환은 각 차수의 계수들과 구성 방식에 대한 정보들로 변환한다. 1차 계수들을 제외한 2차 3차의 계수들은 그림 5에서 알 수 있듯이 적은 범위를 가지고 있으며, 구성 방식에 대한 정보들은 3개 단위의 변환마다 11개의 종류 중 하나로 발생하기 때문에 4비트씩 할당하게 된다. 변환에서 사용되지 않는 픽셀들은 바로 이전의 픽셀과의 차이로 변환하여 시작 위치(1,1)의 픽셀만 그대로 전송하고 나머지는 허프만 부호화 방식을 통하여 압축한다. JPEG의 예측 기법과 형상학적 보간법에서는 실제 픽셀의 값을 예측된 픽셀과의 오차로 변환하고, 시작 행과 열의 변환되지 않는 영역의 픽셀들은 이전 픽셀과의 오차로 변환하여 시작 위치(1,1)의 픽셀만을 그대로 전송하고 나머지 오차들을 허프만 부호화하며 표 2에는 각각의 7가지 예측 방법들 중에서 가장 높은 압축을 보이는 방법의 결과를 나타내었다.

표 2의 실험 결과에서 형상학적 다항식 변환, JPEG, 형상학적 보간법의 순서로 보다 높은 성능을 보임을 확인할

수 있다. 형상학적 다항식 변환은 3개의 픽셀을 3개의 차수에 관한 계수들로 변환하고 오차를 이용한 허프만 부호화를 하였으나 이들에 대한 구성 방식에 대한 정보들 변환당 4비트로 전송하게 되므로 압축효율이 감소됨을 알 수 있었다. 형상학적 보간법을 이용하여 예측 오차를 이용하여 허프만 부호화하는 경우에는 변화가 심한 영상에 대해서 JPEG의 선형 예측 기법보다 압축이 향상됨을 알 수 있었다.

V. 결론

본 논문에서 형상학적 다항식 변환과 형상학적 보간법을 이용하여 비선형 예측방법을 제안하였다. 형상학을 적용하기 때문에 발생하는 많은 계산량을 3개의 점을 이용하는 형상학적 다항식 변환의 간략화와 변환의 특성을 이용하여 정수 연산만으로 수행할 수 있도록 개선하였으며, 변화가 심한 영상일 경우 선형 예측 방법이 아닌 적절한 데이터 선택에 의한 비선형 예측 방법을 사용하기 때문에 예측의 효율을 높일 수 있었다. 이러한 예측 방법과 허프만 부호화 방법을 사용하여 무손실 영상 압축을 실험하였으며, JPEG의 무손실 예측 방법과의 비교 실험 결과에서 보듯이 변화가 심하고 복잡한 영상들에 대한 유효성을 검증할 수 있었다. 허프만 부호화보다 형상학적 보간법에 적합한 부호화 방법을 찾을 수 있다면 보다 적은 비트로 압축을 할 수 있을 것이다.

참고 문헌

- [1] H.Cha and L.F.Chaparro "Adaptive Morphological Representation of Signals: Polynomial and Wavelet Methods", *IEEE Trans. Multidimensional Systems and Signal Processing*, vol.8, pp.249-271, July 1997.
- [2] Haralick, R. M., et. al "The Digital Morphological Sampling Theorem," *Comm. Pure and Applied Math.*, vol. 41, pp.909-996, 1988.
- [3] Mallat, S.G. "A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation," *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. PAMI-11, No. 7, pp.674-692, Jul. 1989.
- [4] Pitas, I. and Venetsanopoulos, A.N. "Morphological Shape Decomposition," *IEEE Trans. Pattern Analysis Machine Intell.*, vol.PAMI-12, pp.38-45, Jan.1990.
- [5] K.R.Rao and J.J.Hwang, *techniques&Standards for Image-Video&Audio Coding*, Prentice Hall, 1996.
- [6] ISO/IEC JTC1 10918-1 ITU-T Rec. T.81, *Information technology-Digital compression and coding of continuous-tone still images:Requirements and guidelines*, 1994.
- [7] G.K. Wallace "The JPEG still picture compression standard," *Commun. of the ACM*, vol. 34, pp.31-44, Apr. 1991.
- [8] Khalid Sayood, *Data Compression*, Morgan Kaufmann Pub., 1996.