

마이크로스트립 구조에 관한 새로운 closed-form 그린함수 유도를 위한 견실한 방법과 빠른 모멘트법으로의 응용

A robust method for derivation of the new closed-form Green's functions for microstrip structures and its application to a fast MoM

Eui Joong Kim

School of Electronic Engineering, Kum-oh National University of Technology, Korea

Abstract

A very fast method of moments(MoM) for the analysis of microstrip structure is considered based upon the use of rooftop basis and razor test functions in conjunction with a new closed-form Green's functions. The present method presents a robust approach to obtain the Green's functions which can be derived by use of only one set of approximation parameters independently of operating frequency range. Moreover, using the present MoM scheme, the MoM matrix elements can be analytically evaluated with few number of terms in comparison with the previous method. So, the computational efficiency can be improved significantly without loss of the precision.

In order to check the validity of the present method, performance is demonstrated for the example of a coaxially-fed microstrip transmission line and the present results are compared with the previous results.

Key words : Microstrip structure, new closed-form Green's function, fast MoM

I. 서론

최근 다층평판 구조체(multi-layered planar structure) 형태로 제작되어지는 고속 디지털 회로, 초고주파 집적회로(MMIC), 마이크로스트립 안테나(MA)등을 해석하고 설계하기 위한 전자기적(electromagnetic) 모델링이 매우 중요한 문제로 부각되고 있다. 그러므로 이러한 다층평판 구조체의 전자기적 산란문제를 해석하기 위해 모멘트법(MoM), 유한 요소법(FEM), 시간영역 유한차분법(FDTD)등의 다양한 수치해석기법들이 사용되어지고 있다. 이들 수치해석 기법중에서도 지금까지 통상적으로 가장 많이 사용되어진 방법이 MoM일 뿐만 아니라, 해석구조가 파장정도 크기의 내외가 되는 경우에는 다른 수치해석기법들에 비해 필요한 기억용량이나 계산량등 수치 효율측면에서 MoM이 비교적 유리한 기법으로 알려져 있다.

이와 같은 마이크로스트립 구조체의 수치해석을 위해 과거에는 파수영역 모멘트법

(spectral domain MoM)이 주로 사용되어 왔으나, 최근에 와서는 공간영역의 그린함수를 closed-form^[1-2]으로 구하는 방법이 제시됨에 따라 공간영역 모멘트법(spatial domain MoM)이 사용되고 있는 추세이다^[3-5]. 참고문헌 [3]은 closed-form 그린함수를 Taylor 급수전개식으로 근사화하여 모멘트 행렬요소(MoM matrix element)를 해석적으로 구할 수 있는 방법이고, 참고문헌 [4]와 [5]는 이러한 근사화 없이 행렬 요소를 단일적분(1-D integration)으로 구할 수 있는 효율적인 수치해석 기법들이다.

가장 최근, 참고문헌 [3]에서와 같이 closed-form 그린함수를 급수전개식으로 근사화하지 않고도 모멘트 행렬요소의 해석적 계산(analytic evaluation)이 가능한 "new closed-form Green's function method"^[6-7]가 제안되었다. 참고문헌 [6]과 [7]에서 사용되어진 그린함수의 표현식 형태가 기존의 closed-form^[1-2]과는 다르므로, 이를 차별화 하기 위해 "new closed-form"으로 명명하고 있다. 그러나, 이 방법^[6-7]을 사용할 경우 행렬 요소를 구하기 위해 계산되어야 하는 적분식의 개수가 14개이며, 각 항들을 해석적 적분(analytic integration)하기 위해 계산되어야 하는 계산량은 무려 2,700여개 항들의 합으로 표현되어 짐을 알 수 있었다. 그러므로 이 방법은(행렬요소의 해석적 계산(analytic evaluation) 결과로) 수치계산(numerical evaluation) 경우와는 달리 수렴도 조사가 필요 없다는 이점을 제외하고는, 오히려 참고문헌 [5]의 경우보다도 계산시간이 더 많이 소요되어질 수 있음을 예측할 수 있다. 또한 참고문헌 [6]의 방법으로 새로운 closed-form 그린함수 값을 구할 경우, 동일한 마이크로스트립 구조라 할 지라도 사용주파수 범위가 넓어짐에 따라 매번 그린함수 유도에 필요한 매개변수들의 값을 사전에 조사하여 결정해야 하는 번거로운 문제점을 발견할 수 있었다.

본 논문에서는 동일한 마이크로스트립 구조의 경우 사용주파수 범위가 넓어지더라도 한번 조사된 매개변수로 새로운 closed-form 그린함수를 구할 수 있는 견실한(robust) 방법과 행렬요소의 표현항 개수를 줄일 수 있는 방법을 제안하고자 한다.

II. 새로운 closed-form 그린함수의 견실한 유도방법

기존의 closed-form 그린함수법^[1-2]은 파수영역(spectral domain)의 그린함수를 복소- k_z 평면상의 근사화적분경로를 따라 샘플링하고 Prony법이나 GPOF법을 이용해 복소지수 함수의 합 형태로 근사화 한다. 그런 다음 식(1)의 Sommerfeld 항등식을 이용해 해석 적분함으로써 공간영역(spatial domain) 그린함수를 closed-form 형태로 표현하게 된다.

$$\frac{e^{-jk_0 r}}{r} = \frac{1}{j2k_{z0}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-jk_{z0} |z|} H_0^{(2)}(k_{\rho} \rho) k_{\rho} dk_{\rho} \quad (1)$$

최근, closed-form 그린함수를 이용해 모멘트 행렬요소를 보다 빠르게 구할 수 있는 방법들이 제안되었다^[3-4]. 이러한 방법들에서는 closed-form 그린함수를 포함하는 적분식을 해석 적분 하기 위해 먼저 그린함수를 Taylor 급수전개 하거나^[3], 행렬요소에서 나타나는 4중 적분을 적절한 적분 변수 변환을 통해 근사적인 단일적분으로 변환하게 된다^[4]. 그러나, 참고문헌 [3]에서 소개된 방법을 이용하기 위해서는 Taylor 급수식의 항 개수를 적절히 선택해 주어야 하는 번거로움이 있고, 급수식의 항 개수가 늘어남에 따라 단일 행렬 요소를 계산하

기 위해 필요한 계산량이 급격히 증가하게 된다.

새로운 closed-form 그린함수법^[6-7]에서는 기존 방법에서 사용되는 Sommerfeld 항등식 대신에 식(2)와 같은 Bessel 함수의 적분 공식을 이용하게 된다. 따라서 그림 1과 같은 복소- k_ρ 평면에서의 근사화 적분경로상에서 파수영역 그린함수를 복소지수함수의 합으로 근사화 하게 되고, 기존의 방법에서와는 다른 형태를 갖는 closed-form으로 표현되기 때문에 새로운 closed-form 그린함수법으로 불린다.

$$\frac{w}{(w^2 + \rho^2)^{3/2}} = \int_0^\infty e^{-k_\rho w} k_\rho J_0(k_\rho \rho) dk_\rho \quad (2)$$

또한, 새로운 closed-form 그린함수법을 이용해 구해진 공간영역 그린함수 표현식은 모멘트 행렬 요소의 계산을 참고문헌 [3]에서와 같이 Taylor 급수식으로 근사화 하지 않으면서도 해석적으로 계산할 수 있다는 장점을 갖는다^[7].

공간영역 그린함수를 새로운 closed-form 그린함수법을 이용해 구하는 과정을 간략히 살펴보면 다음과 같다. 먼저, 파수영역 그린함수를 그림 1과 같은 복소- k_ρ 평면상의 근사화 적분경로를 따라 샘플링 하고 GPOF법과 2-단계 근사화 방법^[2]을 이용해 복소지수함수의 합 형태로 근사화 한다. 그리고, 복소지수의 합 형태로 근사화 된 파수영역 함수를 식(2)를 이용해 해석적분 함으로써 공간영역 그린함수를 closed-form으로 표현한다.

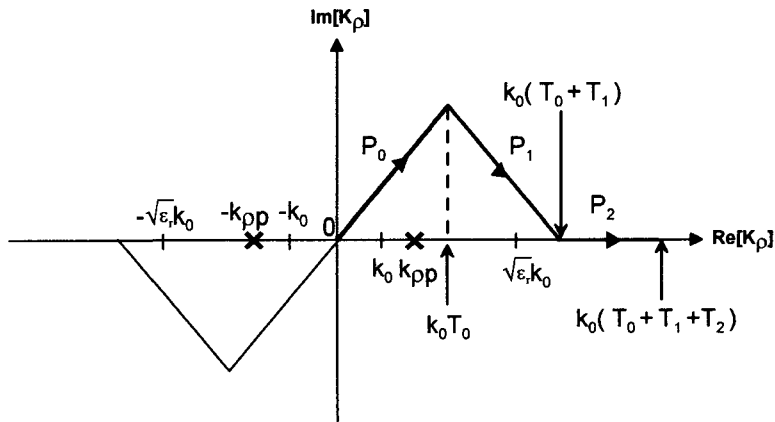


그림 1. 복소 평면상에서의 근사화 적분경로

$$P_2 : k_\rho = k_0[(T_0 + T_1) + t], \quad 0 \leq t \leq T_2 \quad (3a)$$

$$P_1 : k_\rho = k_0 \left[T_0 + t + jT_0 \left(\frac{T_1 - t}{T_1} \right) \right], \quad 0 \leq t \leq T_1 \quad (3b)$$

$$P_0 : k_\rho = k_0[1 + j]t, \quad 0 \leq t \leq T_0 \quad (3c)$$

참고문헌 [6-7]에서는 P_0, P_1 의 두개의 근사화 적분경로만을 고려한 2-단계 근사화 방법을

사용하였다. 이와 같이 2-단계 근사화 방법을 이용해 파수영역 그린함수를 복소지수함수의 합 형태로 근사화 하더라도 공간영역 그린함수를 closed-form 형태로 표현할 수는 있다. 하지만, 근사화 과정에서 근사화 적분경로의 종단점($k_0[T_0 + T_1]$) 보다 큰 영역에서의 파수영역 그린함수를 고려할 수 없게되며, 근사화에 필요한 매개변수들(T_0, T_1)을 사용 주파수 범위가 변하거나 벡터 및 스칼라 포텐셜 그린함수에 대해 새로 결정해야 하는 번거로움을 갖게 된다^[6].

본 논문에서는 그림 1에 나타난 3-단계 근사화 적분 경로를 사용하여 파수영역 그린함수를 근사화 한다. 3-단계 근사화 적분경로를 이용하게 되면 복소지수 함수의 항 개수는 다소 증가하게 되지만, k_p 가 큰 파수영역 그린함수값을 최대한 고려해 넣을 수 있게 된다. 또한, 주파수의 변화 또는 파수영역 그린함수의 종류에 관계없이 동일한 파라미터를 이용할 수 있는 장점을 갖게된다.

$$G_{xx}^A = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[G_{ci,0}^A + G_{ci,1}^A + G_{ci,2}^A \right] \quad (4)$$

$$G_q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[G_{qci,0} + G_{qci,1} + G_{qci,2} \right] \quad (5)$$

$$\text{여기에서, } G_{ci,0}^A = 2 \sum_{i=1}^{N_0} \frac{a_{i0} b_{i0}}{(b_{i0}^2 + \rho^2)^{3/2}}, G_{ci,1}^A = 2 \sum_{i=1}^{N_1} \frac{a_{i1} b_{i1}}{(b_{i1}^2 + \rho^2)^{3/2}}, G_{ci,2}^A = 2 \sum_{i=1}^{N_2} \frac{a_{i2} b_{i2}}{(b_{i2}^2 + \rho^2)^{3/2}}$$

$$G_{qci,0} = 2 \sum_{i=1}^{M_0} \frac{a'_{i0} b'_{i0}}{(b'_{i0}^2 + \rho^2)^{3/2}}, G_{qci,1} = 2 \sum_{i=1}^{M_1} \frac{a'_{i1} b'_{i1}}{(b'_{i1}^2 + \rho^2)^{3/2}}, G_{qci,2} = 2 \sum_{i=1}^{M_2} \frac{a'_{i2} b'_{i2}}{(b'_{i2}^2 + \rho^2)^{3/2}}$$

식(4) 와 (5)에서 $G_{ci,0}^A(G_{qci,0})$, $G_{ci,1}^A(G_{qci,1})$, $G_{ci,2}^A(G_{qci,2})$ 는 각각 P_0, P_1, P_2 의 근사화 적분경로 상에서 복소지수 함수의 합 형태로 근사화된 파수영역 그린함수를 식(2)의 Bessel 함수 적분 공식을 이용해 해석 적분함으로써 구해진 공간영역 그린함수들이다.

본 논문에서 구해진 closed-form 표현식과 수치해석 적분에 의해 계산된 공간영역 그린함수를 비교해 보았다. 유전체 기판의 높이(d)는 0.203mm 이고 유전율(ϵ_r)은 4.0이다. 근사화에 사용된 매개변수는 전 주파수 범위에서 동일($T_0=0.5, T_1=20, T_2=1000$)하며, closed-form 그린함수의 항개수는 다음과 같다.

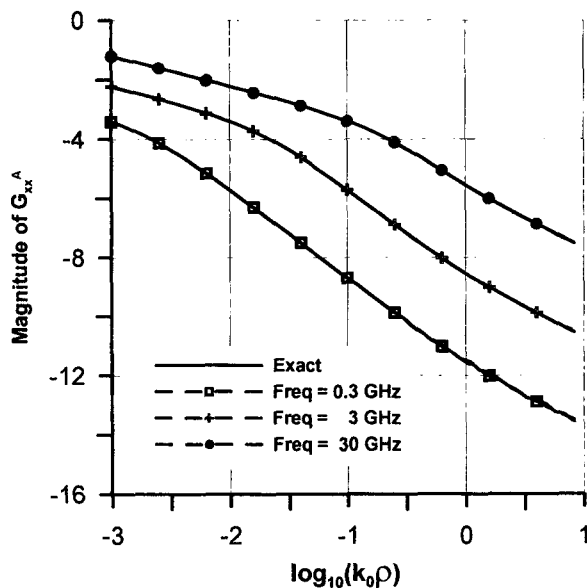
표 1. 주파수에 따른 closed-form 그린함수의 항 개수

주파수	벡터 포텐셜 그린함수			스칼라 포텐셜 그린함수		
	N_0	N_1	N_2	M_0	M_1	M_2
0.3 GHz	6	12	4	5	12	5
3 GHz	6	11	7	5	12	8
30 GHz	6	10	9	5	11	9

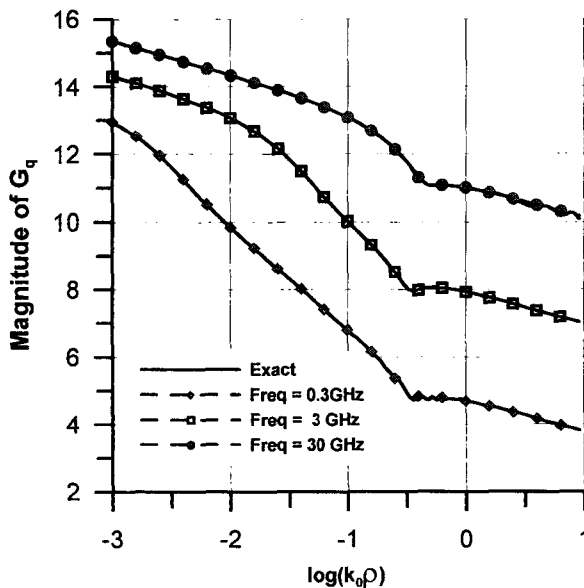
그림 2에서 알 수 있듯이 비교적 넓은 주파수 범위(0.3GHz~30GHz)에서 closed-form 표현식으로 계산된 값이 수치해석 적분에 의해 계산된 결과와 매우 잘 일치(상대오차 : 1%미만)하고 있음을 알 수 있다.

표 1에서 나타난 벡터 및 스칼라 포텐셜 그린함수의 closed-form 표현식 항 개수는 참고 문헌 [6]에서 제시된 항 개수($M_1=9, M_2=7$)보다 각각 6~9개 정도 많은 것을 알 수 있다. 하

지만, 기존의 방법(약 2배)과 비교해 비교적 넓은 주파수 범위(100배)에서 동일한 매개변수를 사용할 수 있게 되므로, 매개변수들을 사전에 조사하여 결정해 주어야 하는 번거로움을 피할 수 있게된다. 또한, 벡터 및 스칼라 포텐셜 그린함수를 유도하는 과정에 동일한 매개변수를 사용할 수 있음을 알 수 있다. 따라서, 본 논문에서 사용한 3-단계 근사화 방법은 보다 넓은 범위(주파수 및 파수영역 함수)에서 동일한 매개변수를 사용할 수 있는 견실한(robust) 접근방법인 것으로 사료된다.



(a) 공간영역 vector potential 그린함수의 크기



(b) 공간영역 scalar potential 그린함수의 크기

그림 2. 공간영역 그린함수의 크기

III. MoM Formulation

마이크로스트립 구조를 해석하기 위해 혼합포텐셜 적분방정식(mixed potential integral equation)을 세우고 이를 모멘트법(MoM)을 사용하여 행렬방정식으로 구하면, 행렬 요소는 전형적으로 식(6)과 같이 표현되어진다.

$$\langle T_{xm}, G_{xx}^A * B_{xk} \rangle + \frac{1}{w^2} \langle T_{xm}, \frac{\partial}{\partial x} (G_q * \frac{\partial}{\partial x} B_{xk}) \rangle \quad (6)$$

여기에서 \langle, \rangle 은 testing에 해당하는 inner product를, *은 기저함수(T_{xm}, B_{xk})에 대한 포텐셜 계산과정에 필요한 convolution을 의미한다. 일반적으로 기저함수와 testing 함수를 동일하게 선택하는 Galerkin 방법이 가장 널리 사용되고 있다.

참고문헌 [7]에서는 모멘트 행렬요소를 수치적분이 아닌 해석적 계산(analytical evaluation)에 의해 구할 수 있는 방법을 제안하였다. 이때 모멘트법에 사용되는 기저함수는 지붕기저함수(rooftop basis function)로 선택하고 Galerkin방법을 이용하게 되며, 식(6)의 첫째항은 식(7)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \langle T_{xm}, G_{xx}^A * B_{xk} \rangle &= \int \int_{d_r} dx dy T_{xm}(x, y) \int \int_{d_B} dx' dy' G_{xx}^A(x-x', y-y') B_{xk}(x', y') \end{aligned} \quad (7)$$

여기에서, $T_{xm} = \begin{cases} \frac{1}{w} \left[1 - \frac{|x-mh_x|}{h_x} \right], & (m-1)h_x \leq x \leq (m+1)h_x, |y| \leq \frac{w}{2} \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$

식(7)의 변수를 치환($u=x-x', v=y-y'$)하고 적분 순서를 바꾸어 정리하면 식(8)과 같다.

$$\langle T_{xm}, G_{xx}^A * B_{xk} \rangle = \int \int dudv G_{xx}^A(u, v) \int \int T_{xm}(x, y) B_{xk}(x-u, y-v) dx dy \quad (8)$$

식(8)의 두 번째 적분은 기저함수와 testing 함수에 대한 적분으로 correlation 함수로 불리며^[3], 다음과 같이 u, v 에 대한 다항식으로 표현되어진다.

$$\begin{aligned} f(u, v) &= \int \int T_{xm}(x, y) B_{xk}(x-u, y-v) dx dy \\ &= k_1 u^3 v + k_2 u^2 v + k_3 uv + k_4 v + k_5 u^3 + k_6 u^2 + k_7 u + k_8 \end{aligned} \quad (9)$$

식(9)에서 알 수 있듯이 Galerkin 방법을 이용한 경우에 correlation 함수는 8개의 항을 갖는 다항식으로 표현된다. 그리고, correlation 함수는 식(8)에 대입된 다음 closed-form 그린 함수와 함께 부록에 정리되어 있는 적분공식들을 이용하여 해석적분 되어진다. 또한, 식(6)의 둘째항도 마찬가지로 과정을 통해 해석적분 되므로 모멘트 행렬요소 전체를 수치적분 하지

않고도 해석적 계산에 의해 구할 수 있게 된다. 그러므로, 모멘트 행렬 요소를 계산하는 과정에서 수렴도 조사가 필요하지 않게 되고 계산시간도 줄일 수 있는 이점을 갖게 된다.

그러나, 위의 방법을 이용해 단일 행렬요소를 해석적분에 의해 계산하는데 필요한 계산량을 살펴보면 다음과 같다. 우선, 식(6)의 첫항에 포함된 적분식은 8개이고 둘째 항에 포함된 적분식은 6개이다. 그리고, 각 적분식을 해석적분 하는 과정에서 평균적으로 6개의 항이 계산되어야 한다. 또한, closed-form 그린함수의 항 개수만큼 연산이 이루어져야 하므로 전체 계산량은 이들의 수를 모두 곱한 양만큼이 된다. 예를 들어, 참고문헌 [7]에서 제시된 closed-form 그린함수의 항 개수($N_1=9, N_2=7, M_1=9, M_2=7$)를 사용하여 전체 계산량을 구해보면 대략 2,700개 정도의 항들이 계산되어야 함을 알 수 있다. 그러므로, 모멘트 행렬요소의 계산을 기존의 방법을 이용해 계산하는 경우, 수렴도 조사는 필요하지 않게 되지만 상당히 많은 양의 항들이 계산되어야 함을 알 수 있다. 또한, 식(9)의 각 항들이 포함된 적분식을 계산하기 위해서는 개별 항들마다 별도의 부 프로그램이 필요하게 된다. 따라서, 컴퓨터 프로그래밍 작업이 번거로워짐과 동시에 에러 발생 가능성이 항 개수가 적은 경우에 비해서 상대적으로 높아지게 된다.

본 논문에서는 행렬 요소계산을 위해 사용되어지는 적분식 개수를 줄이기 위해 unidimensional rectangular pulse test 함수(일명 razor testing function)^[8]의 사용을 고려해 보고자 한다. 기저함수는 기존의 논문과 마찬가지로 지붕기저함수를 사용하고, razor testing 함수로써 구해진 correlation 함수는 Galerkin 방법을 사용했을 경우와 달리 다음과 같이 3개의 항을 갖는 다항식이 된다.

$$\begin{aligned} f(u, v) &= \int dx T_{xm}(x) B_{xk}(x-u, y-v) \\ &= \nu_2 u^2 + \nu_1 u + \nu_0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{여기에서, } T_{xm}(x) = \begin{cases} 1, & \frac{(2m-1)h_x}{2} \leq x \leq \frac{(2m+1)h_x}{2} \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

$$B_{xk}(x', y') = \begin{cases} \frac{1}{w} \left[1 - \frac{|x' - kh_x|}{h_x} \right], & (k-1)h_x \leq x' \leq (k+1)h_x, |y'| \leq \frac{w}{2} \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

또한, 식(6)의 두 번째 항을 계산하는 과정에서 correlation 함수를 구할 필요가 없게 되고, 식(6)은 식(11)과 같이 표현되어 진다.

$$\iint G_{xx}^A(u, v) \cdot f(u, v) dudv + \frac{1}{w^2} \left[\iint G_q \cdot \frac{\partial}{\partial x} B_{xk} dx' dy' \right] \begin{matrix} r_{xj}^+ \\ r_{xj}^- \end{matrix} \quad (11)$$

식(11)의 첫항은 벡터장의 rotational 부분에 의한 결과이고, 둘째항은 irrotational 부분(즉, $-\nabla V$)으로 razor testing(즉, testing 전류셀을 따라 선적분한)한 결과로 각 전하셀 중심(r_{xj}^-, r_{xj}^+)^[8]에서의 스칼라 포텐셜 값에 대한 2중적분으로 표현되어진다. 식(11)에 포함된 각 적분식들은 기존의 논문에서와 마찬가지로 부록에 수록된 적분공식들을 이용하여 해석적분

가능하다.

식(11)과 같이 표현된 행렬 요소를 계산하는데 필요한 적분식의 개수는 모두 5개가 되며, 기존의 논문^[3]과 동일한 개수로 표현된 closed-form 그린함수를 사용할 경우 960개정도(약 36%)의 항들만 계산하면 된다. 따라서, 기존의 논문에서와 같이 Galerkin 방법을 이용하였을 때 보다 계산량을 현저히 줄일 수 있음을 알 수 있다. 또한, 본 논문에서 사용한 3-단계 근사화 방법을 이용할 경우 closed-form 그린함수의 항 개수는 최대 50개가 되지만, 모멘트 행렬요소의 계산하는데 필요한 계산항의 개수는 1,500개정도(약 56%)로 기존의 방법보다 오히려 적어지게 된다.

IV. 수치해석 결과 및 검토

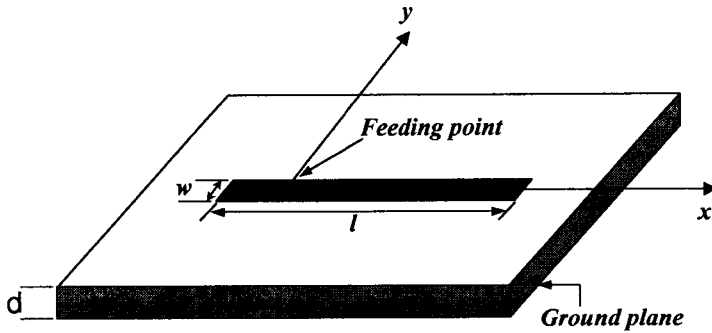


그림 3. 해석구조

그림 3은 본 논문에서 유도한 새로운 closed-form 표현식과 MoM 행렬요소의 해석적 계산방법을 검증하기 위해서 사용되어진 구조이다. 접지면 위에 위치한 폭이 좁은 마이크로스트립 선로를 나타내고 있으며, 유전체 기판의 유전율(ϵ_r)은 4.0, 두께(d)는 0.203mm이고, 선로의 폭(w)은 0.812mm, 길이는 12cm이다. 그리고, 동축선 급전에 의한 입력 전류원은 주파수가 1 GHz 이고, 선로의 왼편 끝점으로부터 1cm 오른쪽($x=0$)에 위치하게 된다.

그림 3은 기존의 결과^[7,9]와 본 논문에서의 방법으로 계산된 선로상의 전류분포를 비교한 그림이다. 마이크로스트립 선로에서의 전류분포는 잘 알려진 대로 선로의 양 끝단에서 영의 값을 갖게 되고, 입력 전류원의 위치에서 불연속이 일어나게 된다. 그리고, 전류의 위상도 입력 전류원이 있는 위치에서 불연속이 나타나게 된다.

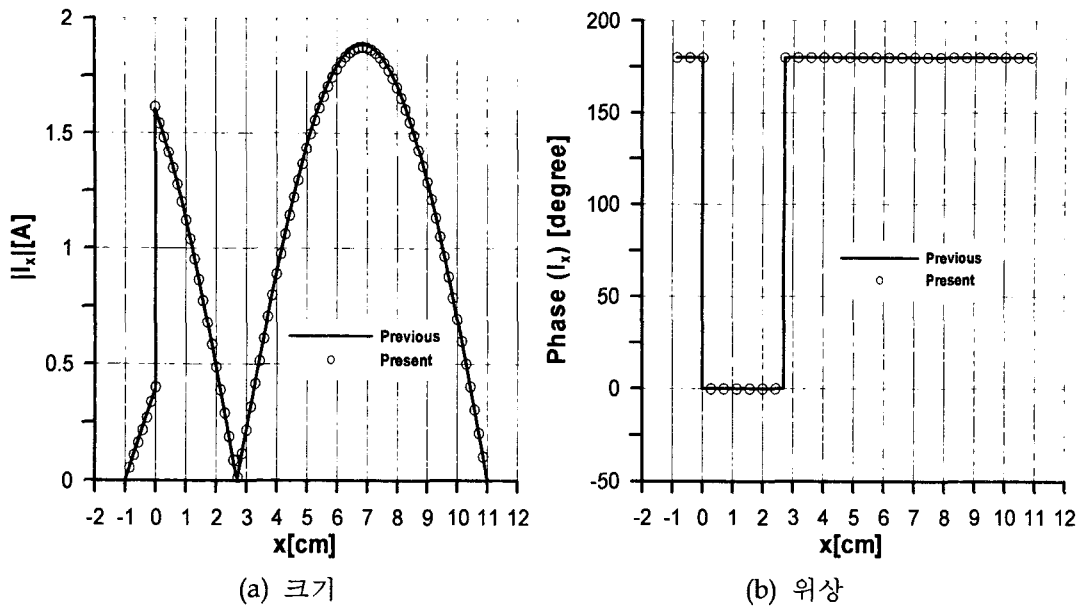


그림 4. 마이크로스트립 선로상의 전류분포

그림 4에서 확인할 수 있듯이 본 논문에서 유도한 모멘트 행렬 요소를 이용해 계산된 전류분포가 기존의 논문에서의 결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 또한, 모멘트법에 사용된 기저함수의 개수는 48개으로써 기존 논문^[7]에서 제시된 40개와 큰 차이를 보이지 않고 있다.

V. 결론

본 논문에서는 공간영역 그린함수를 새로운 closed-form 형태로 표현하는 견실한 접근방법으로 3-단계 근사화 방법을 사용하였다. 기존의 접근방법에서 사용된 2-단계 근사화 방법의 경우에는 사용주파수 범위가 변화되거나 파수영역 그린함수의 종류에 따라 근사화에 필요한 매개변수들을 재조사해야 할 필요가 있다. 그 이유는, 복소 k_ρ 평면상의 종단된 적분경로 이후의 파수영역 그린함수 값이 무시될 수도 있기 때문인 것으로 생각된다. 따라서, 본 논문에서는 k_ρ 가 큰 파수영역 그린함수값을 최대한 고려해 넣을 수 있는 3-단계 근사화 방법을 사용하였고, 그 결과 일정한 매개변수를 사용하여 참고문헌 [6]에서 제시된 약 2배 주파수 범위(6.88 GHz~11.6 GHz) 보다 넓은 주파수 범위(0.3 GHz~30 GHz)에서 그린함수 유도가 가능함을 알 수 있었다. 또한, 벡터 및 스칼라 포텐셜 그린함수에 대해서도 동일한 매개변수를 사용할 수 있는 견실한 방법으로 사료된다.

그리고, 모멘트 행렬요소를 해석적 계산에 의해 계산하는 과정에서 필요한 계산량을 줄이기 위해 razor test 함수를 이용하는 모멘트법을 이용하여 동축선 급전된 마이크로스트립 선로의 전류분포를 계산해 보았다. 참고문헌 [7]의 모멘트 방법의 경우 행렬요소 계산에 필요한 적분식의 개수가 14개 이지만 본 논문에서는 5개의 적분식만이 나타나게 된다. 따라서, 기존의 closed-form 표현식 보다 많은 항을 갖게되는 본 논문의 견실한 접근방법을 사용하더라도 행렬요소 계산에 필요한 계산량을 기존의 방법에 비해 60%정도로 줄일 수 있음을 알 수 있다.

본 논문이 제안하는 방법의 타당성을 확인하기 위해 동축선으로 급전되는 마이크로스트립 전송선로($w=0.812\text{ mm}$, $l=12\text{ cm}$, $\epsilon_r=4.0$, $d=0.203\text{ mm}$, $f=1\text{ GHz}$)에 유기되는 전류분포를 구해본 결과, 기존의 결과^{[7],[9]}와 매우 잘 일치함을 확인할 수 있었다. 특히 기존의 결과와 비교해 보았을 때 본 논문의 방법이 (전하셀의 개수에 따른)수렴도는 40~50개로 비슷하면서도 정확도(accuracy)의 손실이 없음을 확인할 수 있었다.

결론적으로, 본 논문의 방법은 다층 평판구조체의 전자기적 산란문제를 해석하는데 있어 실용적이면서도 가장 빠른 algorithm을 제공하는 방법으로 사료되어, 관련 소프트웨어(예로, Ansoft Ensemble) 개발에 많은 도움을 줄 수 있을 것으로 기대된다.

참고문헌

- [1] Y. L. Chow, J. J. Yang, D. G. Fang, and G. E. Howard, "A closed-form spatial Green's function for the thick microstrip substrate," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. 39, no. 3, pp. 588-592, March 1991.
- [2] M. I. Aksun, "A robust approach for the derivation of closed-form Green's functions," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. 44, no. 5, pp. 651-658, May 1996.
- [3] L. Alatan, M. I. Aksun, K. Mahadevan and M. T. Birand, "Analytical evaluation of the MoM matrix elements," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. 44, no. 4, pp. 519-525, April 1996.
- [4] L. Tarricone, M. Mongiardo, and F. Cervelli, "A quasi-one-dimensional integration technique for the analysis of planar microstrip circuits via MPIE/MoM," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. 49, no. 3, pp. 517-523, March 2001.
- [5] Y. S. Lee, E. J. Kim, and Y. K. Cho, "Efficient Computation of MoM Matrix Elements in Analysis of General Microstrip Structure," *IEICE Trans. Electronics*, in press.
- [6] Y. Ge, and K. P. Esselle, "New closed-form Green's functions for microstrip structures - theory and results," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. 50, no. 6, pp. 1556-1560, June 2002.
- [7] Y. Ge, and K. P. Esselle, "A New, Closed-form, Spatial-Domain Green's function for Layered Structures and its Application to the Method of Moments," *Microwave and Optical Tech. Letters*, vol. 32, no. 3, pp. 229-231, February 2002.
- [8] J. R. Mosig and F. E. Gardiol, "General integral equation formulation for microstrip antennas and scatterers," *IEE Proc.*, vol. 132, pt. H, no. 7, pp. 424-432, Dec. 1995.
- [9] M. I. Aksun and Raj Mittra, "Estimation of Spurious Radiation from Microstrip Etches Using Closed-Form Green's Functions," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. 40, no. 11, pp. 2063-2069, November 1992.

Appendix(적분공식)

본문의 해석적 적분에 필요한 적분 공식들을 정리하면 다음과 같다.

$$(A-1) \quad \int \frac{du}{\sqrt{(u^2+a^2)^3}} = \frac{u}{a^2\sqrt{u^2+a^2}}$$

$$(A-2) \quad I_0 = \int \frac{1}{(u^2+c^2)R} du = \frac{1}{vc} \arctan\left(\frac{uv}{cR}\right)$$

$$(A-3) \quad I_1 = \int \frac{u}{(u^2+c^2)R} du = \frac{\log(R-v) - \log(R+v)}{2v}$$

$$(A-4) \quad I_n = \int \frac{u^n}{(u^2+c^2)R} du = K_{n-2} - c^2 I_{n-2}$$

$$(A-5) \quad K_0 = \int \frac{1}{R} du = \log(u+R)$$

여기에서, $R = \sqrt{u^2 + v^2 + c^2}$