

유전율 추출을 위한 공진산란의 FDTD 시뮬레이션

전 상 봉⁰, 정 용 화, 안 창 회

영남대학교 전자정보공학부

FDTD Simulations of Electromagnetic Resonance Scattering for the Extraction of the Dielectric Constant

Sang Bong Jeon⁰, Yonghwa Jung, Chang-Hoi Ahn

School of Electrical Engineering and Computer Science

College Engineering, Yeungnam University, Kyongsan 712-749, Korea

chahn@yu.ac.kr

요 약

최근 산란함수의 곱셈전개에 근거를 둔 새로운 공명 산란이론이 개발되어 공명성분의 크기와 위상을 수치적으로 정확하게 얻게 해 주었다. 또한 음파분야에서는 공명스펙트럼을 얻기 위해 MIIR 라는 실험방법을 개발되어 사용하여 왔다. 본 논문에서는 원통형 유전체에 의한 산란장 문제에 공진산란이론을 적용하여 공진 주파수를 얻고, MIIR 의 실험 모델에 수치 해석방법인 FDTD 를 적용하여 이로부터 역으로 유전율등에 관한 정보를 얻기 위한 산란장 스펙트럼을 예측하였다.

I. 서 론

공진산란이론(RST : Resonance Scattering Theory)는 산란장이 주파수에 따라 급격히 변화는 공진성분과 비교적 천천히 변화는 비공진성분인 배경성분으로 구성되어 있다고 가정하고 이로부터 공진성분을 추출한다. 음향학 분야에서는 다양한 모델에 대해서 RST 의 개발과 적용이 이루어져 왔다^[1,2]. 최근에는 음파에 비해 적용분야가 보다 다양한 전자기파 산란문제에도 새로운 공진산란이론이 적용되어 보다 정확하고 직접적으로 공진산란성분을 얻을 수 있게 되었다^[3]. 공진산란이론을 통해 구해진 공진특성을 이용하면 역으로 산란체의 정보(유전율, 크기등)를 추출할 수 있는데^[4], 이에 대한 실험적 연구는 별로 이루어져 있지 않다. 본 논문에서는 음파문제에서 사용되는 실험방법인 MIIR(Method of Isolation and Identification of

Resonances)^[5,6]를 전자기파의 공진산란에 적용하기 위한 전단계로서 FDTD(Finite Difference Time Domain)^[7]를 이용한 모의 수치실험을 수행하였다.

II. 공진산란 및 역산란 이론

그림 1 은 반지름이 a 이고 z 축을 따라 무한히 긴 유전체 실린더에 x 방향으로 입사하는 경우를 나타낸다. TM 모드 산란장은 식(1)과 같이 Rayleigh 정규모드로 표현된다.

$$E^s = E_0 \sum_{n=0}^{\infty} c_n (-i)^n R_n^{TM} H_n^{(1)}(k_0 r) \cos n\phi \quad (1)$$

여기서 E_0 는 전계의 크기를 나타내고, c_n 은 모드 $n=0$ 일 때 1 이고, $n>0$ 일 때 2 이다. 그리고 $k_0 (= \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0})$ 는 공기의 파수이고, $H_n^{(1)}$ 은 1 차 Hankel 함수이다. R_n^{TM} 은 경계조건에 의해 구해지는 산란계수로서 TM 모드에서 정규 임피던스가 포

함된 식으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$R_n^{TM} = -\frac{J_n(k_0 a) - iZ_n J_n'(k_0 a)}{H_n^{(1)}(k_0 a) - iZ_n H_n^{(1)'}(k_0 a)} \quad (2)$$

식(2)에서 iZ_n 는 정규화된 임피던스이고, J_n 은 1종 Bessel 함수, $H_n^{(1)}$ 은 1종 Hankel 함수이며 J_n' 과 $H_n^{(1)'}$ 는 $k_0 a$ 에 대한 미분을 나타낸다.

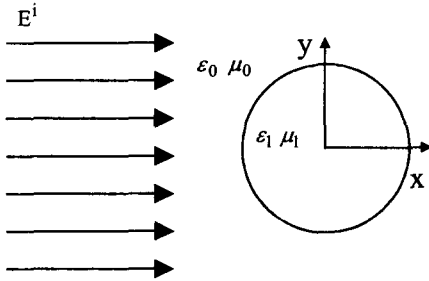


그림 1. 원통형 유전체에 수직으로 입사하는 평면파 산란문제

산란함수(S_n)를 이용하여 전체 산란장을 표현하면 내부로 향하는 파와 외부로 향하는 파의 합으로 표현하면 다음 식(3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$E' = E_0 \sum_{n=0}^{\infty} c_n \frac{(-1)^n}{2} \times [H_n^{(2)}(k_0 r) + S_n H_n^{(1)}(k_0 r)] \cos n\phi \quad (3)$$

새로운 공진산란 이론에 의하면 부분파 산란함수 S_n 은 unitarity 조건에 의해 배경성분($S_n^{(b)}$)과 공진성분($S_n^{(reso)}$)의 곱으로 표현할 수 있다^[8].

$$S_n = S_n^{(b)} S_n^{(reso)} \quad (4)$$

식(4)에서 배경성분의 부분파 산란함수 $S_n^{(b)}$ 는 전자파가 내부로 전파하지 못하는 완전도체의 산란계수를 배경성분으로 생각할 수 있다. 즉 TM 모드의 부분파 산란 함수의 배경성분은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S_n^{TM(b)} = -\frac{H_n^{(2)}(x_0)}{H_n^{(1)}(x_0)} \quad (5)$$

TM 모드의 부분파 산란함수 S_n^{TM} 를 배경성분 부분파 산란함수 $S_n^{(b)}$ 에 의해서 정리하면 식(6)와 같이 표현된다.

$$S_n^{TM} = S_n^{TM(b)} \frac{z_n^{(2)} - 1/iZ_n}{z_n^{(1)} - 1/iZ_n} \quad (6)$$

위 식(6)에서 $z_n^{(1)}$ 과 $z_n^{(2)}$ 은 다음과 같다.

$$z_n^{(1)} = \frac{H_n^{(1)'}(x_0)}{H_n^{(1)}(x_0)}, \quad z_n^{(2)} = \frac{H_n^{(2)'}(x_0)}{H_n^{(2)}(x_0)} \quad (7)$$

또한 공진성분 부분파 산란함수는 식(8)과 같이 주어진다.

$$S_n^{(reso)} = 1 + 2R_n^{(reso)} \quad (8)$$

$R_n^{TM(reso)}$ 은 식(6) 그리고 식(8)에 의해서 구하면 식(9)과 같다.

$$R_n^{TM(reso)} = \frac{-i\Delta_n^{TM}}{z_n^{(1)} - 1/iZ_n} \quad (9)$$

여기서, Δ_n^{TM} 은 $z_n^{(1)}$ 의 허수성분을 나타낸다. 한편 S_n 을 산란계수 R_n 으로 표현하면 식(10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_n = R_n^{(b)} + R_n^{(reso)} + 2R_n^{(reso)} R_n^{(b)} \quad (10)$$

식(10)으로부터 산란계수 R_n 은 배경성분, 공진성분, 그리고 배경성분과 공진성분의 상호간섭항으로 되어 있음을 알 수 있다. 식(10)의 우변항 $R_n^{(b)}$ 을 좌변으로 옮긴 후 절대값으로 표현하면 식(11) unitarity 조건에 의해 식(12)과 같이 표현된다.

$$|S_n^{(b)}| = |2R_n^{(b)} + 1| = 1 \quad (11)$$

$$|R_n - R_n^{(b)}| = |R_n^{(reso)}| \quad (12)$$

식(12)는 공진성분 $R_n^{(reso)}$ 을 수치적 계산에서 바로 얻을 수 있음을 보여준다.

원통형 유전체에 의한 산란장의 공진주파수는 그 산란계수의 분모의 영점에 일치하므로 식(2)에서 산란장의 결과 특성방정식을 식(13)으로 표현할 수 있다.

$$\frac{1}{iZ_n} \equiv \frac{H_n^{(1)'}(x_0)}{H_n^{(1)}(x_0)} \quad (13)$$

여기서 $x_0 \gg n$ 의 조건에 의해 식(13)의 우변은 식(14)과 같이 근사화 된다.

$$\frac{H_n^{(1)'}(x_0)}{H_n^{(1)}(x_0)}_{x_0 \gg n} \rightarrow -\frac{1}{2x_0} - i \quad (14)$$

또한 식(2)에 주어진 $1/iZ_n$ 의 점근식($x_0 \gg n$)은 식(15)과 같다.

$$\frac{1}{iZ_n} = \frac{k_1 \mu_0 J'_n(x_1)}{k_0 \mu_1 J_n(x_1)} \xrightarrow{x_1 \gg n} -k_1/k_0 \frac{1}{2x_1} - k_1/k_0 \tan\left(x_1 - \frac{1}{2}\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi\right) \quad (15)$$

여기서 $x_1 = k_1 a$ 이며, 임피던스 iZ_n 는 손실없는 유전체의 임피던스이므로 실수값을 가진다. 식(14)와 식(15)의 관계에 의해 다음 관계식을 얻을 수 있다.

$$k_1/k_0 \tan\left(x_1 - \frac{1}{2}\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi\right) = \text{Re}i = 0 \quad (16)$$

식(16)의 해를 구하면 식(17)과 같다.

$$(x_1^{TM})_{nl} = \frac{1}{2}\pi(2l + n + \frac{1}{2}) \quad (17)$$

여기서 n, l 은 정수이며 n 은 모드를 나타내고 l 은 n 모드에서의 인덱스이다. 한 모드에서 연속된 두 공진주파수(x_1)의 관계는 식(18)로 나타내진다.

$$(x_1^{TM})_{n,l+1} - (x_1^{TM})_{n,l} = \pi \quad (18)$$

$\mu_0 = \mu_1$ 일 때, 공진주파수(x_0)의 항으로 표현할 수 있다.

$$\Delta = (x_0^{TM})_{n,l+1} - (x_0^{TM})_{n,l} = \pi/\epsilon_1^{1/2} \quad (19)$$

식(19)에 보여주듯이 한 모드에서 연속된 두 공진주파수 x_0 정보에 의해 산란체의 유전율 ϵ_1 을 얻을 수 있다. 한편 음향학에는 공진 주파수를 추출하기 위해 MIIR 라는 실험적 방법을 개발하고, 산란문제에 적용하여 왔다. 이 실험적인 방법은 long 펄스를 이용한 Quasi-Harmonic MIIR 과 short 펄스를 이용한 Short-Pulse MIIR 방법이 있다. Quasi-Harmonic MIIR 방법은 주파수의 유한한 주기 정현펄스를 사용하여 산란장으로부터 공진주파수를 찾아내며 Short-Pulse MIIR 방법은 주파수 범위가 넓은 Short 펄스의 입사파를 이용하여 산란장을 측정하여, 그 산란장에 FFT 를 적용한 후에 공진주파수를 얻는다^[9]. 각각의 공진주파수에 대한 모드 n 은 입사각에 따른 테이지 꽃잎 모양의 산란장에 의해 구할 수 있다. 그림 2 는 모드를 찾기 위한 개략도로서 한 공진주파수를 방위각으로 이동하면서 산란장을 측정한다. 그림 3 은 개략도에 의해 측정된 산란장의 한 예로 $n=5$ 임을 보여 준다.

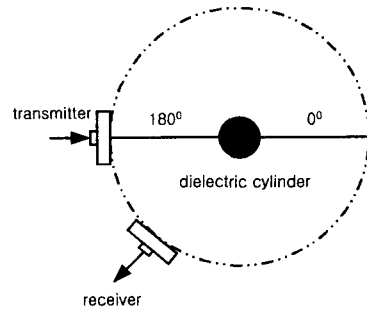


그림 2. MIIR 개략도

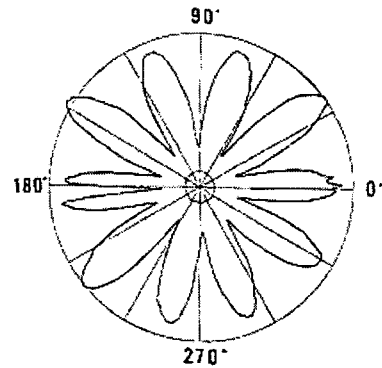


그림 3. n=5 모드

III. FDTD 시뮬레이션 결과

전자기파 문제에 공진성분을 추출하기 위해 음향학에서 개발된 실험적 방법 MIIR 중 Quasi-Harmonic MIIR 를 FDTD 에 적용하여 수행 하였다.

그림 4 는 원통형 유전체에 의한 산란장 해석을 위한 FDTD 해석 모델을 나타낸다. 해석 영역은 x 방향으로 6m, y 방향으로 1m 이다. 산란체는 반지름은 0.1m 이고 $\epsilon_1 = 2.1$ 인 원통형 유전체이며 입사파는 유전체를 향해 x 방향으로 향한다. 빗금 친 부분은 흡수 경계조건(PML) 영역이며 점선내부 영역 은 전체 산란장 해석 영역을 나타낸다. 원으로 표시된 부분은 산란장 측정 영역이다.

그림 5 은 long 펄스의 유한한 주기를 갖는 입사파이다. 본 연구에서는 공진산란이론으로부터 구한 공진주파수를 가지는 그림 5 과 같은 입사파를 산란체에 입사했다.

그림 6 는 TM 모드 경우의 산란계수의 크기를 나

타낸다. 여기서 모드는 $n=1$, 유전체의 유전율(ϵ_1) 2.1 을 사용하였다. 고주파 영역에서 연속된 공진 주파수를 역산란 이론의 식(19)을 이용해 구한 유전율이 주어진 유전율과 거의 일치함을 알 수 있다.

그림 7 는 그림 6 에서 구해진 공진 주파수 ($k_0a=3.75$ 와 5.93)에서 FDTD 로 시뮬레이션하여 얻어진 결과이다. (a)와 (b)는 시간에 따른 산란장의 스펙트럼을 나타낸 것으로 시간이 60ns 이후 공진에 의해 발생하는 울림현상을 볼 수 있었다.

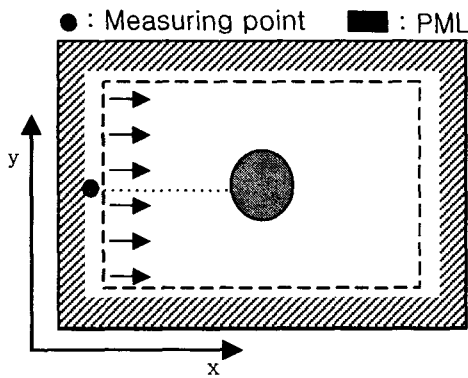


그림 4. FDTD 해석 모델

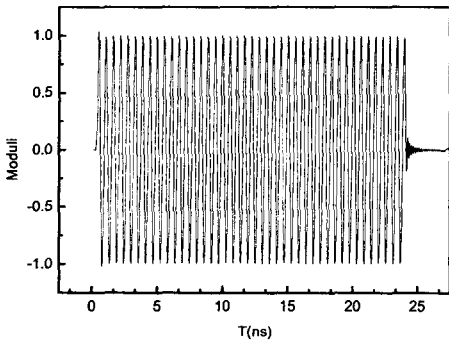


그림 5. 유한한 주기를 갖는 정현펄스의 입사파

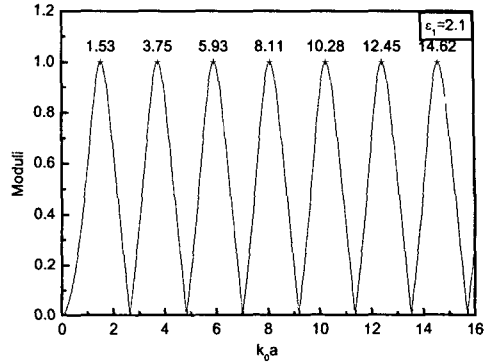
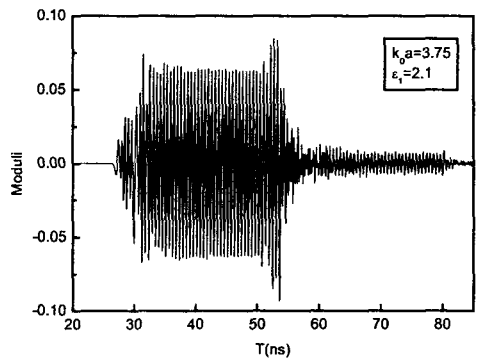
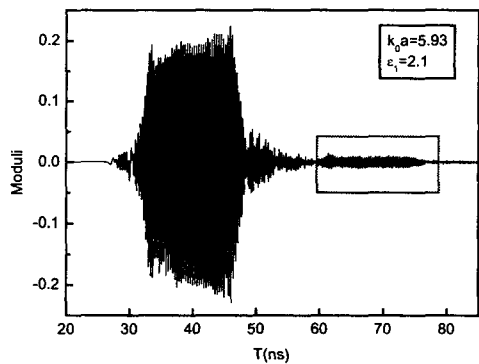


그림 6. 공진산란이론에 의해 구해진 산란계수



(a) $k_0a=3.75$



(b) $k_0a=5.93$

그림 7. 공진주파수에서의 산란장

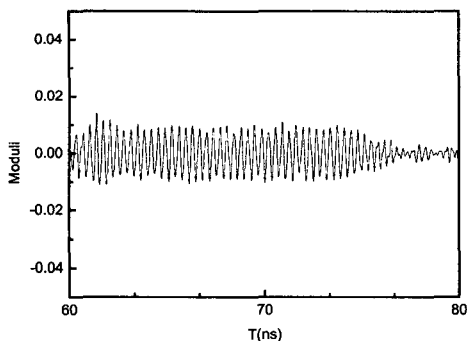


그림 8. 그림 7의 공진 울림영역(사각영역)

IV. 결 론

본 연구에서는 산란장의 해석방법인 공진산란이론을 적용하여 공진 주파수를 구했고, 구한 공진주파수를 이용하여 FDTD 를 수행했다. FDTD 를 수행하여 얻은 결과로부터 역으로 유전율에 관한 정보를 얻었고, 실제 MIIR 실험에 공진성분을 추출할 수 있으리라 예상된다.

참고 문헌

- [1] L. Flax, L. R. Dragonette, H. Uberall, "Theory of elastic resonance excitation by sound scattering", *J. Acoust. Soc. Am.* 63, pp. 723-731, 1978.
- [2] M. S. Choi, "New formulation of the resonance scattering theory", *J. Acoust. Soc. Am.* 101, pp. 2491-2495, 1997.
- [3] 정용화, 안창희, 최명선, "유전체 코팅된 도체에 대한 새로운 공명산란이론", 추계 마이크로파 및 전파학술 대회, pp. 407-410, 2000.
- [4] G. Gaunard, H. Uberall, Philip J. Moser, "Resonances of dielectrically coated conducting spheres and the inverse scattering problem", *J. Appl. Phys.* 52, pp. 35-43, 1981.
- [5] H. Uberall., *Acoustic Resonance Scattering*, Gordon and Breach, 1992

[6] WILLIAM E. HOWELL, HERBERT UBERALL, "Selective Observation of Resonance Via Their Ringing in Transient Radar Scattering, as Illustrated for Conduction and Coated Spheres", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol.38 ,pp. 293-298, 1990.

[7] D. M. Sullivan, "A simplified PML for use with the FDTD method", *IEEE Trans. Anten. and Prop.*, vol. 43, pp. 1460-1463, 1995.

[8] P. L. Marston, "Predict expansion of the S function for scattering from elastic spheres having multiple resonance", *J. Acoust. Soc. Am. Suppl.* 84, pp. 185, 1988.

[9] P. Rembert, A. Cand, P. Pareige, M. Talmant and G. Quentin, J. Ripoche, "The short pulse method of isolation and identification of resonance: Comparison with a quasiharmonic method and application to axisymmetrical scatterers", *J. Appl. Phys.Am.* 92, pp. 3271-3277, 1992.