

2관성계의 H_∞필터를 이용한 새로운 진동억제제어

(New Vibration Suppression Control of 2-Mass System using H_∞ Filter)

김진수^o · 유상봉

용인송담대학 전기설비과

(Jin-Soo Kim · Sang-Bong Yoo

Dept. of Electrical Facilities, Yong-in Songdam College)

Abstract

In the industrial motor drive system which is composed of a motor and load connected with a flexible shaft, a torsional vibration is often generated because of the elastic elements in torque transmission. To solve this problem, H_∞ controller was designed. In this paper, H_∞ control of 2-mass system using H_∞ filter for compensating shaft torque is proposed. Pole-zero maps show the validity of proposed controller.

1. 서론

전동기 가변속 제어에 있어서 전동기와 부하기계가 강성이 작은 축으로 연결되는 경우 전동기의 관성과 부하의 관성에 의해 축에 비틀림 진동이 발생한다. 이와 같이 구성된 기계계를 2관성계라고 한다. 이러한 2관성계의 축비틀림 진동을 억제하기 위하여 관측기나 필터를 사용하여 상태변수를 추정하고 상태궤환하여 제어하는 방법, 공진비제어를 이용한 방법, H_∞제어에 의한 방법이 연구되어지고 있다[1~3].

본 논문에서는 목표치추종성능과 외란·진동억제성능을 동시에 만족하게 하는 2관성계를 갖는 유도전동기의 새로운 진동억제제어법을 제안한다. 즉 가중함수에 의하여 목표치추종성능과 외란·진동억제성능을 동시에 만족하게 하는 H_∞제어기에 미지의 입력에 대하여 추종성능이 좋은 H_∞필터[4]에 의해 추정된 축토크를 보상하는 제어법을 제안한다. 기존의 H_∞제어와 제안하는 H_∞필터를 이용한 새로운 진동억제제어를 pole-zero map을 통하여 비교·검토하여 제안하는 제어법의 유용성을 확인한다.

2. 2관성계

강성이 작은 축에 의해 전동기와 부하가 연결된 2관성계는 그림 1과 같고 그 블록선도는 그림 2와 같이 구성된다. 2관성계의 상태방정식은 다음 식과 같다.

$$\dot{x} = A_p x + B_p T_M + B_d T_L, \quad y = C_p x \quad (1)$$

여기서

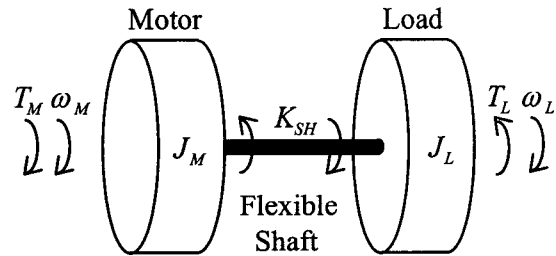


그림 1 2관성계 플랜트 모델
Fig. 1 Plant model of 2-mass system

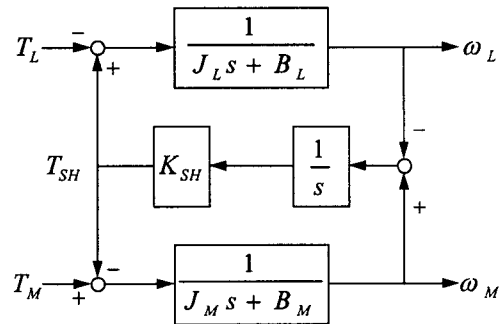


그림 2 2관성계 블록선도
Fig. 2 Block diagram of 2-mass system

$$x = \begin{pmatrix} \omega_M \\ T_{SH} \\ \omega_L \end{pmatrix}, \quad A_p = \begin{pmatrix} -\frac{B_M}{J_M} & -\frac{1}{J_M} & 0 \\ K_{SH} & 0 & -K_{SH} \\ 0 & \frac{1}{J_L} & -\frac{B_L}{J_L} \end{pmatrix}$$

$$B_p = \begin{pmatrix} \frac{1}{J_M} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B_d = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{J_L} \end{pmatrix}, \quad C_p = (1 \ 0 \ 0)$$

단, J_M, J_L : 전동기, 부하관성모멘트

B_M, B_L : 전동기, 부하감쇠계수

K_{SH} : 저탄성축비틀림정수

ω_M, ω_L : 전동기, 부하각속도

T_M, T_{SH}, T_L : 전동기토크오크, 축비틀림토크오크, 부하외란토크오크

제어대상인 2관성계의 제어량은 부하속도 ω_L 이지만 일반적으로 계측 불가능하므로, 계측 가능한 전동기속도 ω_M 을 제어한다.

3. 2관성계에 대한 H ∞ 제어기 설계

3.1. H ∞ 제어이론의 2관성계에의 적용

2관성계에 대하여 H ∞ 제어이론을 적용하기 위하여 그림 3과 같이 일반화플랜트를 설정한다. 그림 3에 있어서

$$C_z = \begin{pmatrix} C_p \\ C_p - C_l \\ C_l \end{pmatrix}, \quad z_1 = \begin{pmatrix} z_{11} \\ z_{12} \\ z_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_M \\ \omega_M - \omega_L \\ \omega_L \end{pmatrix}$$

단, $C_p = (1 \ 0 \ 0)$, $C_l = (0 \ 0 \ 1)$

이고, T_L 은 부하외란토크오크, n 은 속도지령치, 와 W_d, W_n 은 이를 위한 가중함수이다.

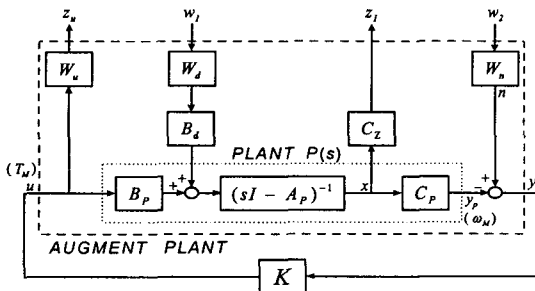


그림 3 H ∞ 제어 일반화플랜트
Fig. 3 Augmented plant of H ∞ control

3.2. 가중함수의 설정

그림 3의 H ∞ 제어 일반화플랜트에서 가중함수 W_d 는 부하 외란토크오크 T_L 로부터 전동기속도, 부하속도 및 그것들의 차속도까지의 페루프 전달함수의 계인특성을 지정하는 가중함수이다. 이 페루프 전달함수를 비틀림 진동이 없는 1관성계의 계인특성 형태로 주파수 정형할 수 있다면 축비틀림진동은 억제 가능하다. 따라서 가중함수 $|W_d|^{-1}$ 가 1관성계의 계인특성 형태로 되도록 가중함수 W_d 를 다음 식으로 설정한다.

$$W_d = \gamma_d \frac{(s + \omega_d)^2}{(s + 10^{-3})(s + 10^5)} \quad (3)$$

위 식에서 주어진 가중함수의 계인특성 $|W_d|^{-1}$ 는 그림 4와 같다.

가중함수 W_n 은 고주파대역에 있는 관측노이즈와 모델화 오차에 대한 영향을 제거하기 위해, W_n 은 고역특성을 가지도록 한다. W_n 은 일반적으로 혼합감도 문제의 상보감도함수에 대한 가중함수에 해당하고 이것에 따라 식을 설정하면 다음 식과 같다.

$$W_n = \gamma_n \frac{(s + 10)}{(s + 10^5)} \quad (4)$$

위 식에서 주어진 가중함수의 계인특성 $|W_n|^{-1}$ 은 그림 4와 같이 저역필터 형태가 된다.

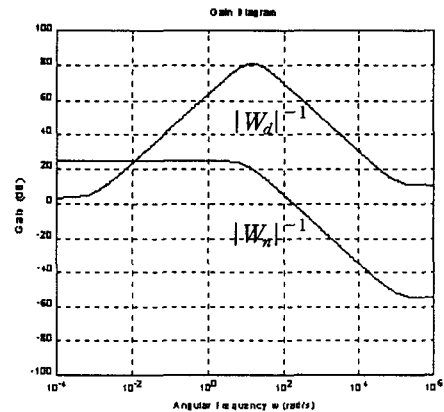


그림 4 가중함수의 보드선도
Fig. 4 Bode diagram of weights

식 (3)과 식 (4)의 변수 γ_d , ω_d , γ_n 을 적절히 설계하고 Matlab을 사용하여 H_∞ 제어기 $K(s)$ 를 구할 수 있다. $\gamma_d=0.3$, $\omega_d=15$, $\gamma_n = 550$ 인 경우의 제어기 $K(s)$ 를 구하였다.

4. H_∞ 필터의 2관성계에의 적용

본 논문에서는 그림 5와 같이 관측기에 의해 관측된 축토오르크를 피드백하여 보상하는데 본 연구에서는 계측 불가능한 상태량을 위하여 관측기로 미지의 입력에 대하여 추종성능이 좋은 H_∞ 필터를 사용한다. 일반적으로 필터는 측정된 값을 사용하여 시스템의 상태를 추정하는 것이다. 본 논문에서 사용한 H_∞ 필터는 추정오차의 전력밀도스펙트럼의 최대값을 최소화시키는 것이다. 즉 최적 H_∞ 추정인 H_∞ 필터는 minimax 문제로 모든 노이즈 궤적에서의 오차의 최대에너지를 최소화하는 것이다.

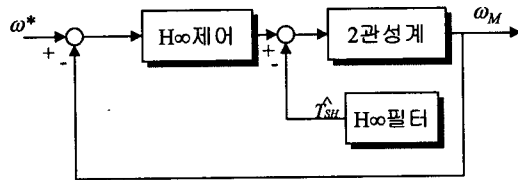


그림 5 H_∞ 필터를 이용한 새로운 진동억제제어
Fig. 5 New vibration Suppression Control using H_∞ Filter

H_∞ 필터의 구현을 위한 상태방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_p(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y(t) &= C_p(t)x(t) + D(t)u(t) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 $x(t) \in R^n$: 상태량
 $y(t) \in R^p$: 측정량
 $u(t) \in R^m$: 외부로부터 들어오는 잡음과 외란

여기서 (A_p, B) 는 가안정이고, (C_p, A_p) 는 가관측이고, 관측잡음과 플랜트외란이 서로 독립이라고 가정한다. $L(t)$ 를 원하는 상태량을 출력하기 위한 행렬이라 할 때 추정하려는 상태량은

$$z(t) = L(t)x(t) \quad (6)$$

이고, 측정량 $y(t)$ 를 사용하여 $z(t)$ 의 추정량 $\hat{z}(t)$ 를 얻는 것이다. 이 경우의 성능측정을 다음 식으로 정의한다.

$$J := \sup_{0 \neq u \in L_2} \frac{\|z - \hat{z}\|_2^2}{\|u\|_2^2}, \text{ 단 } x(0) = 0 \quad (7)$$

식 (7)에서 어떤 스칼라량인 γ 를 $J < \gamma^2$ 을 만족하도록 설정하고 또한 다음식 (8)의 미분방정식을 만족하는 대칭행렬 $Q(t)$ 가 존재하면 $J < \gamma^2$ 인 필터가 존재한다.

$$\begin{aligned} \dot{Q}(t) &= A_p(t)Q(t) + Q(t)A_p^T(t) - Q(t)C_p^T(t)C_p(t)Q(t) \\ &\quad + \frac{1}{\gamma^2} Q(t)L^T(t)L(t)Q(t) + B(t)B^T(t) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 $Q(t)$ 는 필터식을 구하기 위한 Riccati 미분방정식이고, $Q(0) = 0$ 으로 한다. 따라서 $J < \gamma^2$ 를 만족하는 일반적인 필터식은 다음과 같이 주어지게 된다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A_p(t)\hat{x}(t) + Q(t)C_p^T(t)[y(t) - C_p(t)\hat{x}(t)] \\ \hat{x}(0) &= 0 \\ \hat{z}(t) &= L(t)\hat{x}(t) \end{aligned} \quad (9)$$

그러므로 식 (9)와 같은 H_∞ 필터식을 이용하여 γ 의 조정에 의하여 추정값 \hat{x} 를 구하고 이 값들을 제어기에 입력하여 사용한다.

본 논문에서 제안하는 제어기는 그림 5의 H_∞ 필터로 축비틀림토크 \widehat{T}_{SH} 를 관측하여 상태제어한다. 식 (9)의 H_∞ 필터 결과식을 2관성계에 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A_p \hat{x} + Q C_p^T [y - C_p \hat{x}] + B_p T_M \\ \hat{x}(0) &= 0 \\ \hat{z} &= L \hat{x} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 T_M 은 전동기 구동을 위한 입력토크이다.

5. 특성고찰

본 논문에서 제안하는 제어기의 유용성을 pole-zero map을 통하여 확인한다. 그림 6은 기존의 H_∞ 제어일 때의 속도지령치 ω^* 에서 부하속도 ω_L 까지의 전달함수의 pole-zero map을 나타낸 것이다. 허수축 가까이 dominant pole이 존재하여 불안정하며 오버슈트가 나타날 수 있다. 그림 7은 제안하는 제어기의 ω^* 에서 ω_L 까지의 전달함수의 pole-zero map이다. H_∞ 필터에 의해 추정된 축토크를 1.5배하여 H_∞ 제어에 보상한 경우이다. dominant pole이 허수축에서 멀어져 안정된 상태이며, 제안하는 제어기가 기존의 제어기보다 우수함을 알 수 있다. 그림 8은 제안하는 제어기에서 축토크를 2배하여 H_∞ 제어에 보상한 경우이다. dominant pole이 허수축에서 멀어져 안정되나 다른 pole의 허수축 값이 크게 되어 실제 부하속도에 진동이 발생되고 있음을 알 수 있다. 그러므로 본 pole-zero map을 통하여 살펴본 것과 같이 H_∞ 필터에 의해 추정된 축토크를 1.5배 정도로 보상하는 것이 가장 안정됨을 알 수 있다.

6. 결론

본 논문에서는 2관성계에서 목표치추종성능과 외란 억압성능을 동시에 만족하는 새로운 제어법을 제안하였다. 이를 위해 미지의 입력에 대하여 추종성능이 좋은 H_∞ 필터를 관측기로 사용하였고, H_∞ 필터를 통하여 추정된 축토크를 H_∞ 제어에 보상하는 방법을 제안하였다. 기존의 H_∞ 제어만을 사용한 경우와 비교를 위하여 pole-zero map을 이용하였다. H_∞ 필터를 통하여 추정된 축토크를 1.5배 정도로 보상하는 경우가 가장 안정적이었고 이 값을 더 크게 하면 출력인 부하속도에 진동이 발생함을 알 수 있었다. 이를 통해 제안하는 제어법의 유용성을 확인하였다.

참고 문헌

- [1] Jin-soo Kim, et. al, "The Vibration Suppression Control of the Two-Mass Resonant system using the H_∞ Filter", IEEE IECON, Vol. 3, pp. 1464~1470, 1998
- [2] 森本茂雄 外 1人, "H ∞ 制御理論を用いた共振機械系の2自由度速度制御", 日本電気學會論文誌, Vol.116-D, No. 1, pp. 65~70, 1996
- [3] 大内茂人 外 2人, "H ∞ 制御理論に基づく電動機の制振制御", 日本電気學會論文誌, Vol.113-D, No. 3, pp. 325~332, 1993
- [4] Nagpal and Khargonekar, "Filtering and Smoothing in an H_∞ Setting", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 36, No. 2, 1991

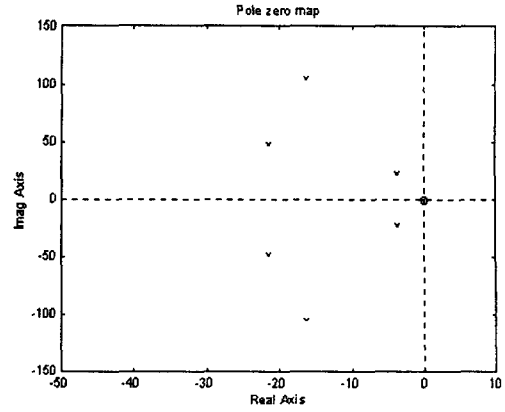


그림 6 ω^* 에서 ω_L 까지의 pole-zero map (기존의 H_∞ 제어)

Fig. 6 Pole-zero map from ω^* to ω_L (Conventional H_∞ control)

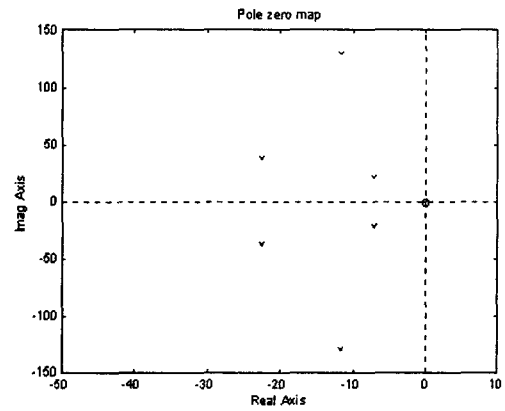


그림 7 ω^* 에서 ω_L 까지의 pole-zero map (제안하는 제어, 축토크 1.5배 보상)

Fig. 7 Pole-zero map from ω^* to ω_L (Proposed H_∞ control with 1.5 shaft torque)

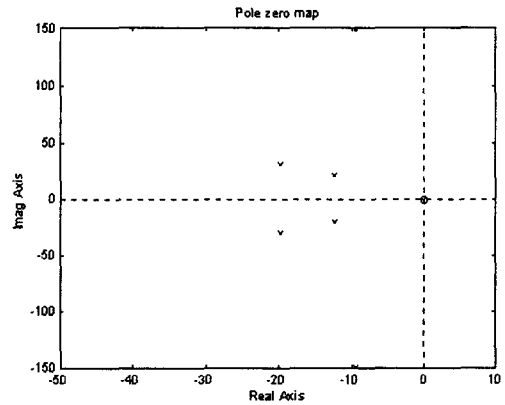


그림 8 ω^* 에서 ω_L 까지의 pole-zero map (제안하는 제어, 축토크 2배 보상)

Fig. 8 Pole-zero map from ω^* to ω_L (Proposed H_∞ control with 2 shaft torque)